逻辑学导论

西南师范大学出版社

前　　言

本书是高等学校学生的逻辑基础教材。它系统讨论了传统逻辑，特别是现代逻辑理论的基本知识，包括传统词项三段论逻辑，命题逻辑，一阶量化逻辑，规范逻辑初步，以及非演绎逻辑基础等内容，

本书作者在高校从事逻辑教学及科研工作多年，有丰富的教学经验。本书循序渐进，深入浅出进行理论分析，注重理论联系实际，力求使读者准确把握基本概念，系统掌握基础理论。本书理论是自足的，不需要读者具备其他知识就能读懂本书。每章后都配有足够多的练习，能够满足各种层次初学者学习逻辑的需求。

本书适合于各专业学生，包括哲学、法律、经济、语言和教育等专业。它虽然是为本科生编写的，但对专科生也是一本很好的逻辑学入门书。

本书的第一、四、五、六、七、八章由唐晓嘉撰写，第九、十章由涂德辉撰写，第二、三章则由唐晓嘉和涂德辉合作撰写。

作者

2003 年月 10 月

图书在版编目(CIP)数据

逻辑学导论/唐晓嘉,涂德辉编著. —重庆:西南师范大学出版社,2004.2

ISBN 7-5621-3072-8

Ⅰ.逻... Ⅱ.①唐...②涂... Ⅲ.逻辑—高等学校—教材 Ⅳ.*B*81

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 003795 号

逻辑学导论

唐晓嘉 涂德辉 编著

责任编辑:张渝佳 秦 路
封面设计:熊 兵
出版、发行:西南师范大学出版社
重庆·北碚 邮编:400715
印 刷:四川外语学院印刷厂
开 本:850 mm×1168 mm 1/32
印 张:11.375
字 数:285 千字
版 次:2004 年 2 月第 1 版
印 次:2004 年 2 月第 1 次
书 号:ISBN 7-5621-3072-8/B·36

定 价:20.00 元

目　　录

第一章　绪　论

在本章中我们要讨论逻辑学的研究对象,逻辑学研究方法的特点,逻辑与一些相关科学的关系,以及逻辑学的学科性质及其重要应用价值。通过本章学习使我们对逻辑学这门学科的研究内容有一个基本概念。

第一节　逻辑学的研究对象

1.1　关于“逻辑”这个词

在讨论什么是逻辑,逻辑学以什么为研究对象等基本问题之前,我们首先对“逻辑”这个词做些考证,这将有助于我们对问题的理解。

在汉语中“逻辑”是一个外来词,它是通过音译的方法从西文引入汉语的。在拉丁文、英文和德文中它分别是“*logica*”、“*logic*”和“*logik*”。而西文中的这些词都来源于古希腊文的“λσγοζ”,它有语言、说明、比例、尺度等多种涵义。亚里士多德曾使用这个词来表示事物的定义或公式等。到了公元1世纪,学者们就用这个词来表示一门与论证辩论等许多问题相关的学问,而亚里士多德的三段

论则被看作这一学问的核心内容[①]。

“逻辑”是一个外来词,这并不意味在中国思想发展史中就没有研究相关理论的学问。春秋战国时期的著名学者公孙策的“白马说”,墨子的“墨经”等都反映出我国古代学者们在这方面的研究成果,它们构成了中国古代逻辑思想研究的精髓。在中国哲学史上,这些理论研究的内容称作“名学”或“辩学”。

汉字作为一种表意文字,“名学”“辩学”这些词在表意上是含混的。如果顾名思义,这些词显然不能准确表达出逻辑学作为一门科学理论的研究内容。因此近代学者们沿用西方的做法,引入音译词“逻辑”,对于逻辑学的涵义用定义进行规定。

尽管是一个外来词,“逻辑”在我们日常运用中仍然表现为一个多义词。有时它被用来表示一种理论或观点,如“这简直是强盗逻辑”。有时它可被用来表示规律性的东西,如“它的出现符合事物发展的逻辑”。人们有时还用它来表示对一些特殊逻辑规则和方法的运用,如“他的文章很有逻辑”,“这篇文章逻辑性强”。

然而,上述说法都没有正确说明究竟什么是作为科学理论的逻辑,也没有准确描述逻辑学研究的对象以及逻辑学的理论特征。而这些都是学习逻辑学首先需要了解的问题。

1.2 逻辑学是研究推理和论证的学问

逻辑学是研究推理和论证的学问。然而,推理论证广泛地渗透在人们的认知思维活动之中,逻辑学不可能并且也不需要研究推理论证的所有方面。逻辑学的研究目的是将正确的推理同错误的推理、可靠的论证同不可靠论证区分开来。

正确推理又被称作有效推理。一个推理是有效的,那么在推理

---

① 中国大百科全书哲学卷Ⅰ.中国大百科全书出版社,1987.533~534

中,作为前提的语句真时作为结论的语句不可能假,不会出现前提真结论假的情况。论证则主要是由推理构成的。一个论证是可靠的、首先要求构成论证的推理是有效推理。因此从狭义上讲,逻辑学是以推理的有效性及其根据为研究对象的。

一个推理实际上是一个语句的集合,但是这并不意味任意语句的集合都可以表达一个推理。一个语句集合要表达推理首先要求作为集合元素的语句必须表达的是命题。

命题是描述事件的。一个命题所描述的如果符合事实,它就是真的,如果不符合事实,它就是假的。因此,一个语句要表达命题,它或者是真的或者是假的,无所谓真假的语句不表达命题。例如,语句

王武当时在案发现场吗?

这是一个疑问,它表达的是对某情况的疑问,无所谓真假,因此我们说它不表达命题。而语句

王武当时在案发现场。

这是一个陈述句。它所陈述的若符合事实它就是真的,否则就是假的。因此该语句表达一个命题。

一般来说,只有陈述句才有真假,因此只有陈述句才表达命题。这就意味着一个推理首先是一个陈述句的集合。

但是,我们不能由此就推论所有陈述句的集合都可以表达推理。如果一个陈述句集合表达推理,那么我们就可以把作为该集合元素的语句区分为两部分,即区分为前提和结论。凡是不能做出这种区分的语句集合就不是推理。如下是两个不同的陈述句集:

(1) 张珊是中国公民；张珊已年满 18 岁；凡是年满 18 岁的中国公民都有选举权；所以，张珊有选举权。

(2) 张珊是中国公民；张珊已年满 18 岁；张珊有选举权。

这里的(1) 表达一个推理，它的前三个语句是前提，因为它们都出现在语词“所以”前面，最后一个语句则是结论，因为它出现在语词“所以”的后面。就是说凡是表达推理的语句集合中一定包含有特殊的语词，如“所以”、“因为”、“因此”等等。根据这些语词，我们就可以区分出前提与结论。而(2) 中没有这样的语词，它就仅仅是一个陈述句集合而不是一个推理。

由上述分析我们看到：推理不仅是由命题构成的，并且在推理中还包含有“所以”、“因为”、“因此”等特殊语词，根据这些语词，我们可区分出推理中哪些命题是前提，哪个命题是结论。

然而，“所以”、“因为”等这些语词的重要性并不仅仅在于可以根据它们区分推理的前提和结论，而且还在于它们描述了一种推导关系，即作为结论的命题是由前提推导出来的，结论是否为真，或者说是否可靠依赖于前提。

因此，推理实际上描述的是作为前提的命题同作为结论的命题之间的一种逻辑关联性。那么前提和结论之间具有怎样的联系才能保证推理是正确的呢？要说明这个问题，我们就必须对推理的构成要素 —— 命题进行分析。

命题作为人们能完整表达思想的最基本单位，是人们的所有思维认识活动都必须的东西。而所有科学理论都表现为命题的集合。从这个意义上讲，各个学科的理论研究都是在分析命题。逻辑学对命题的分析研究与其他学科不同，它是围绕着如何理解把握推理的有效性及其根据等问题来展开分析研究的。它关注的是语言结构层面的东西，因为命题的结构特征决定了命题之间的逻辑关联，从而决定了推理前提与结论之间的逻辑联系。

而命题是由词项构成的。如命题“张珊是中国公民”是由词项“张珊”、“是”和“中国公民”构成的。对于某些命题而言，它的形式结构及逻辑特征是同构成命题的词项本身的逻辑特征相关的。因此，分析这类命题的逻辑特征就必须从分析词项入手。

因此，从狭义上看，逻辑学以词项、命题和推理为研究内容。不过逻辑学并不研究词项、命题和推理的所有方面，它是围绕着分析把握推理的有效性及其根据的需要来分析研究词项和命题，研究推理的。逻辑学关心的只是那些与有效推理和正确论证相关的问题。

有狭义就有广义。广义的逻辑学讨论如何保证论证的可靠性或正确性问题。一个论证是正确的，首先要求构成论证的推理是有效的。但是，仅仅是有效推理还不能保证论证正确，因为论证还涉及类比、假说、定义等科学方法论问题，论证还必须遵守特殊的规则等等。因此，广义的逻辑学除了狭义逻辑学的内容外，还要研究科学方法论等与论证可靠性相关的内容。

总之，逻辑学研究的是推理的有效性和论证的正确性，以及推理有效性和论证正确性的根据。

1.3 演绎与归纳

我们已经指出，逻辑学就是研究推理和论证的。逻辑学的任务是提供一种技术，使我们能够判定什么样的推理论证是有效的，哪些又是无效的。而推理的有效性表现为推理的前提与结论之间的一种逻辑关联。有两种方式的逻辑关联，即演绎的与归纳的。

如果推理的有效性表现为由前提的真可以必然地推导出结论真，那么前提和结论的逻辑关联就是演绎。演绎的有效性表现为一个推理的前提和结论之间的必然的逻辑联系。这种必然的联系保证了推理前提真时结论必然真，决不会出现前提真而结论假的情况。例如，

这个班的学生考试都是合格的
王武是这个班的学生
所以，王武考试是合格的

如果这个推理的前提是真的，它的结论就不可能假，它的前提和结论之间具有必然逻辑联系的推理，因此它是一个演绎有效的推理。从这个推理我们也看到，演绎有效推理所以具有必然性，是因为它的前提蕴涵着结论，或者说结论是包含在前提中的。班上的学生包含王武，大家都考试合格必然蕴涵王武考试合格。因此，我们把有效推理的结论称作前提的“逻辑的后承（*logical consequence*）”。

与演绎有效相对立的是归纳强度（*strong*）。一个具有归纳强度的推理其前提与结论的逻辑联系不是必然的，而是偶然的。前提和结论之间的偶然联系是指，当前提都真的时候，结论很可能是真的。例如，

我在政法系看到有少数民族学生
在经济系看到有少数民族学生
在中文系看到有少数民族学生
在物理系看到有少数民族学生
在我所到过的系都看到有少数民族学生
所以，这个学校所有系都有少数民族学生

显然，这个推理的所有前提都真时，结论有可能是真，但是否一定真不确定。“我所到过的系”其外延小于“这个学校的所有系”，这相当于从部分推论全体，它的结论超出了前提，由前提真不能保证结论一定真。

由此我们看到了演绎有效与归纳强度的相同之处和区别所在。它们的相同之处在于，它们都是有关推理的，都是描述前提与结论之间的逻辑联系的，即用前提来保证结论的可靠性。然而演绎有效是一种必然性的保证，只要前提是真的，结论才必然真，没有例外。归纳强度是一种偶然性的保证，前提是真的，结论在某种程度上真，可能有例外。如果都用度（*degree*）概念描述，演绎有效推理前提对结论的保证度＝1，而归纳强度推理前提对结论的保证度$\leqslant 1$。

由于一个推理如果是演绎有效的，其前提对结论的保证度＝1，即前提真时结论一定真，我们就可以以此为标准将推理分为两类：有效的和无效的。所谓无效推理是指其前提真结论却不一定真。因此，所谓有效推理总是相对演绎有效推理而言的。

归纳推理前提对结论的保证是某种程度上的，保证程度越强推理越可靠。但可靠程度总是相对而言的，因此，不能对归纳推理做出非此即彼的分类。程度的分析需要借助概率等数学概念，因此，现代归纳推理的研究已形成专门的逻辑分支。

本书作为一本基础性的逻辑教材，我们重点讨论演绎推理，即能够用有效、无效概念对其进行分类讨论的推理。

第二节 形式化——逻辑学研究方法的特点

2.1 命题、推理的形式与内容

我们已经指出，命题表达为一个陈述句，推理则表达为一个陈述句集合，因此所有命题和推理都是借助语言载体表达出来的。然而命题和推理又不仅仅是语言形态的东西，因为它们都是有所表述的。命题表述的是事件，推理则描述前提语句和结论语句之间的

推导关系,或者说是结论语句的可靠性对前提语句的依赖关系。

因此,从表达形式上看命题和推理是具有特定结构的语言形态的东西,但是就所表述的内容看,它们是完全不同于语言,甚至也不依赖于主体的东西。因此,我们对命题和推理的分析研究可以从两个不同的角度出发,既可以从内容的角度去分析,也可以从形式的角度去分析。

所谓内容是指命题和推理所具体表述的东西,所谓形式则是指命题和推理表达所具有特定的语言结构。如下是两个命题:

(3) 如果摩擦物体,那么物体会发热

(4) 如果李司年满 18 岁,那么他有选举权

从命题表述的内容看,它们是两个完全不同的命题:(3) 描述的是自然现象,(4) 描述的是人的社会权利。但是从命题的表达形式看,两个命题具有相同的结构,它们都是用联结词"如果 ……,那么 ……"联结两个命题构造而成的。因此我们称它们是具有相同形式的命题。如下两个推理也是如此:

(5) 所有金属都是导电的
所有橡胶不是金属
所以,所有橡胶不是导电的

(6) 所有贪污都是犯罪行为
所有抢劫不是贪污
所以,所有抢劫不是犯罪行为

从表达的内容看,(5) 和(6) 是两个完全不同的推理,因为它们的前提和结论描述的是两个完全不同的事件,(5) 是关于自然现象的,(6) 是关于人的行为规范的。但是两个推理具有完全相同

的形式。在两个推理中，其结论的主项（设为 S）都是第二个前提的主项，结论的谓项（设为 P）都是第一个前提的谓项，并且在相同位置出现的前提以及作为结论出现的命题都具有相同的表达形式：第一个前提的表达形式是“所有……是……”，第二个前提形式是“所有……不是……”，结论的形式则都是“所有……不是……”。设在两个前提中都出现的词项为 M，那么（5）和（6）这两个推理具有的形式如下：

所有 M 是 P
所有 S 不是 M
所以，所有 S 是 P

一个具体的推理或命题都有所述，因此它们必有内容。而任一命题或推理的表达也必须以语言为载体，因此它们必有形式。虽然在具体的推理或命题中形式和内容是有机联系在一起的，但毕竟推理或命题的形式不同于推理或命题的内容，二者不能混淆。

2.2 推理的有效性只同形式相关

逻辑学研究的是推理的有效性和论证的正确性，其研究目的是将有效推理与无效推理，正确论证与错误论证区分开来。而一个推理是否有效，其结论是否是前提的逻辑后承，这是由推理的形式决定的，与推理内容无关。

仍以（5）与（6）这两个推理为例。从内容上分析，（5）的两个前提真并且结论也是真的，但（6）的两个前提真而结论假。显然（6）是无效的推理，那么（5）呢？说（5）是无效推理吧，它看起来又与（6）不同，因为它的前提和结论都是真的。但是，前提和结论都真的推理一定就是有效推理吗？显然，我们从内容上根本无法分析说明（5）这样的推理究竟是不是有效的，也无法说明它与推理（6）有

哪些方面类似，有什么样的共同特征。

从形式上分析情况就完全不同了。(5) 与(6) 具有相同的形式结构，它们属于同一类型的推理。我们在后面关于三段论的分析中将说明，具有这类形式的推理其前提与结论之间没有有效的逻辑联系，前提真时结论的真假不能确定，由前提不能必然地推导出结论。因此，(5) 的结论真在这里纯属偶然，与前提无关。

至于命题，我们也可以从形式和内容两个方面进行分析。从形式上分析命题，我们首先可以把构成命题的词项区分为逻辑词项和非逻辑词项两大类。逻辑词项是指有确定逻辑涵义的词项，因此又被称作“逻辑常项”。如在上述(3) 和(4) 中出现的联结词“如果，那么” 就是逻辑常项。有什么样的逻辑常项就决定了命题有什么样的形式。正由于(3) 和(4) 有相同的联结词，我们说它们有相同的逻辑形式。而在如下两个命题中：

(7) 所有金属是导电的

(8) 所有贪污是犯罪行为

两个命题中的词项“所有” 和“是” 也是逻辑常项。而(7) 和(8) 也是逻辑形式相同的两个命题。

像(3)、(4) 和(7)、(8) 这样的命题，其真假是与内容相关的。我们可以根据它们所描述的是否符合事实来判定它们是否为真。还有一些命题就不同了，它们的真假只与命题中的逻辑常项相关，与命题的内容无关。例如，如下两个命题：

(9) 张珊在案发现场，或者不在案发现场

(10) 张珊在案发现场，并且又不在案发现场

从命题(9) 和(10) 所描述的内容看，它们似乎都是与名字叫

张珊的人在不在案发现场这一事件相关。但是认真分析，我们就会发现，无论张珊事实上是在还是不在案发现场，(9) 总是一个真命题，而(10) 则总是一个假命题。这意味着这两个命题的真假实际上与事实完全无关。

那么是什么决定了(9) 恒为真，(10) 却恒为假呢？仔细分析我们看到，(9) 和(10) 有相同的支命题："张珊在案发现场" 和"张珊不在案发现场"。这两个支命题相互矛盾，它们不可能都真，也不可以都假，总是一个真而另一个假。

(9) 和(10) 虽然支命题相同，但联结词却不同：(9) 的联结词是"或者"，(10) 的联结词是"并且"。联结词"或者" 的逻辑涵义是：只要支命题有一个真则整个命题为真，因此(9) 恒为真。"并且" 的逻辑涵义是：只要支命题有一个假则整个命题为假，因此(10) 恒为假。不同联结词所特有的不同逻辑涵义决定了(9) 和(10) 有不同的真假。这说明两个命题各自的真假是由其特定的逻辑形式决定了。

我们把(9) 这种由逻辑形式决定其为真的命题叫做逻辑真理。显然，逻辑真理是在任何情况下都为真的命题。而逻辑真理之所以超乎于经验在任何情况下恒为真，是因为它本来就没有传达任何经验的信息。我们由命题(9) 完全无法获得张珊究竟在不在案发现场的信息。因此逻辑真理是一个空洞的真命题，它只是同语反复，因此它被称作"重言式"(*tautology*)。

像(10) 这种由逻辑形式决定其为假的命题叫做逻辑谬误。(10) 是一个自相矛盾的命题，它在任何情况下都是假的，决不可能真。

如果说科学理论的目的是研究和探索真理，那么逻辑学所关注的真理就是逻辑真理。我们后面的分析将说明，所有有效的推理形式都表现为一个逻辑真理。

2.3 逻辑学研究的形式化特征

既然逻辑真理只同逻辑词项相关,推理的有效无效是由逻辑词项所描述的推理形式决定的,因此,因此,逻辑学研究方法的特点在于,它只研究推理、命题的形式,不研究其内容。逻辑理论研究的基本内容就是分析各种逻辑词项的特征。我们甚至可以进一步推论,在推理和命题中凡是不能用逻辑词项定义分析的东西都不在逻辑学研究范围之内。这就决定了逻辑学研究总是要抽取掉命题推理的具体内容而只从形式结构上进行研究。

传统逻辑的核心是亚里士多德的三段论,它以词项或概念为基础来分析推理的形式,进而分析推理的有效性。传统三段论逻辑虽然还不是真正的形式化逻辑,它所分析的有效推理其适用范围也是有限的,但它已经明确地说明逻辑学研究的重心是推理的形式。

现代逻辑则充分体现了逻辑研究的形式化特征。现代逻辑在形式语言的基础上建立逻辑演算,从而能够对逻辑概念进行系统、全面的分析,以分析研究各类推理的有效性及其根据。因此现代逻辑研究的总是一个个形式化的系统。形式系统与非形式推理论证的关系在于:一个非形式的具体推理或论证只要是有效的,其有效性就可在形式系统中得到证明;即形式化的逻辑系统为非形式的具体推理提供了有效性的保证。

第三节 逻辑学理论的意义及其与相关学科的关系

3.1 逻辑学理论的重要意义

我们已经指出,逻辑学研究的是逻辑真理和逻辑词项,这些都是与推理命题的具体内容无关的形式化的东西。从这个意义上讲,逻辑学是研究形式的科学。然而,尽管逻辑真理是超乎于具体经验的空洞真理,逻辑词项描述的是抽取掉具体内容的形式结构,但它们在人们的认识和思维活动中,在科学理论知识的建构中发挥着非常重要的作用。

首先,从日常的思维实际看,我们总是在充分地发挥想象使得思维不断超越现实,这就有了小说创作、科学幻想甚至神话故事。我们在想象世界中可以无视事实,甚至否定事实真理,但是,只要我们的想象是思维的创作而非胡思乱想,那么我们就不能否定逻辑真理;相反,思维还必须遵守逻辑真理描述的推理规则,体现合理的推演关系。这就不难理解为什么我们强调文学创作不同于新闻报道,因为它不记录事实。但我们同时也强调现实性是文学创作的重要价值标准,因为现实是文学创作的源泉,即文学创作与现实之间存在逻辑推演关系。

不仅如此,我们的思维还必须有个底限,即思维绝不能导致逻辑谬误,不能自相矛盾,自己否定自己。这意味着逻辑是我们日常思维的上限和下限。

其次,并且也是最重要的,逻辑提供了建构科学理论的基石。所有的科学理论都表现为语句的集合。我们可以将作为科学理论构成要素的语句分为两大类:一类是描述经验事实的语句,我们称

其为综合命题。综合命题的特点是其真假是由命题描述的经验内容决定,如果一个综合命题描述的符合事实,它就是真的,否则就是假的。与综合命题相对应的是分析命题,分析命题不同,我们只需要分析构成命题的语词意义就能判定命题的真假,而无需考虑经验事实。所有的逻辑真理都是分析命题,定义也是分析命题。

在科学理论中,综合命题与分析命题有不同的功能。尽管综合命题来源于经验并传达经验信息,但如果仅仅有综合命题,那么即使所有命题都是真的,我们得到的仅仅是一个事实真理的集合,它只告诉我们什么是真,但不能说明为什么是真的。因此当我们对其真实性有怀疑时不能期望从这些命题获得可靠的解释。不仅如此,综合命题描述的是与过去经验相关的东西,由综合命题我们不能获得有关将来的预言以及对无法观察事件的推测。而解释和预测是科学理论的基本功能,这意味着仅有综合命题是不能构成科学的理论的。

分析命题则不同,虽然分析性命题的真假不依赖于经验,特别是逻辑真理不传达任何有关经验的信息,但是它们或者表达的是定义,或者可以表达有效推演规则。定义在理论中的重要性是不言而喻的,它提供了理论所需要的基本概念。而当综合命题被纳入有效推理框架之中,就保证了前提真时结论必真,这是获取可靠解释进行科学预测的基本前提。因此,分析命题提供了理论解释和推演的框架。只有当分析命题同综合命题相结合才能构成理论,才能使理论具有科学的含义。从这个意义上讲,我们说逻辑提供了建构科学理论的基石。

第三,逻辑提供了科学检验的方法和工具。如果说科学理论的目的是探索描述有关外在世界规律的真理,毫无疑问科学理论依赖于经验。我们根据经验来检验综合命题是否符合事实,因而是否表达真理。但这并不否定逻辑学在知识检验中的重要性。我们对命题的检验是以已有的经验知识为前提的。对任一命题 A,只有当我

们的经验知识对 A 有效力时，才能说 A（相对于我们的经验知识）是可检验的，A 或者可被经验所证实或者被证伪。因此，我们对世界的认识过程并不表现为真理与谬误的对抗，而是在初始经验基础上就主张（可证实的）还是拒绝（可证伪的）命题进行的博弈。

然而这里所谓可证性仅仅是理论上的可证性，因为我们实际已获的知识不可能那么丰富，以致能允许我们解释关于世界的每一问题。因此，虽然每一真正有意义的命题都是或真或假的，但并非每一命题的真假都是可判定的。一个命题是可判定是指我们有现实能行的证明方法可确定命题的真假。由于只有被判定为真的命题才是真理，从这个意义上讲，分析和寻求正确的判定方法或许比研究真理本身更重要。然而判定方法的能行性往往是同逻辑规则系统联系在一起的，因此我们说逻辑为科学检验提供了有效的工具和方法。

3.2 逻辑学与思维科学的关系

人们的所有理性思维都表现为命题和推理，而逻辑学又是研究命题和推理的，于是在相当长一段时间里人们自然而然地认为逻辑学就是研究思维的。17 世纪著名逻辑著作《波尔罗亚尔逻辑》的原名就叫做《逻辑或思维的艺术》。

从逻辑学最初形成的理论动机和逻辑学最初理论发展的动力来看，逻辑学的确与思维科学有非常密切的联系。但是，随着逻辑学科的发展，特别是随着现代逻辑的出现，人们深刻认识到，今天的逻辑学无论是在研究对象还是研究方法上都与一般的思维科学有非常明显的区别，明确这一点对于我们正确理解和把握什么是逻辑学，对于拓展逻辑的研究领域，推动逻辑学理论发展都有非常重要的意义。

我们说逻辑学区别于一般思维科学，首先是因为如果是研究思维的科学，那么它的研究内容必然同人的思维相关，必然要涉及

具体思维的某个方面。然而逻辑研究的是推理的有效性和论证的正确性问题，由于这些问题只同命题推理的形式结构相关，逻辑学则只从形式结构特征方面分析研究命题推理。

从现代逻辑的角度看，命题和推理的形式结构是独立于任何具体思维的，它们具有构造的性质而不像传统观点认为那样“抽象得到的”。例如，从逻辑角度理解联言命题的形式“$p \wedge q$”，它是由联言联结词“$\wedge$”组合支命题“p”和“q”得到的。一个联结词能且只能组合两个支命题，否则得到就不是合式的命题形式。一个联言命题形式的真假由支命题的真假决定，当且仅当两个支命题都真时它是真的，否则它就是假的。而一个命题真如果它所描述的符合事实，否则它就是假的。至于怎样才使或怎样才保证一个命题真则不属于逻辑学的研究范围。很显然这样的分析不涉及任何具体思维，与人们怎样思维，思维有何特征等思维科学必须考虑的问题也没有什么关系。

我们可以将逻辑与数学作一个类比：尽管人们的理性思维要运用逻辑，但理性思维还要运用到数学，并没有人因此认为数学也是一门思维科学。

其次，如果是思维科学，由于思维是主体的一种心理活动，那么它必然会因为主体特征不同而影响学科的研究内容，这就不难理解为什么心理学有“儿童心理学”、“大学生心理学”以及“犯罪心理学”的区分；哲学认识论也因基本哲学观对思维特征认识的分歧而有不同的流派。

但逻辑学则完全不同。我们确实可以将逻辑理论划分为传统词项逻辑（三段论）、命题逻辑和谓词逻辑以及模态逻辑、时态逻辑、道义逻辑和认知逻辑等等子学科，但这种划分方法与数学理论有数论、代数学、几何学、函数论、微分方程、概率论等的划分方法相类似，它根据的是研究内容的不同特征，与主体没有任何关系。相反我们决不可能把逻辑分为“儿童逻辑”、“大学生逻辑”或“犯

罪逻辑”等等,因为命题形式和推理有效性等是客观的,它不会因人而异,不会因思维主体的不同而有所变化。这也是逻辑学与一般思维科学的一个重要区别。

第三,如果是思维科学,那么其理论发展的动力应该是同揭示思维活动的特征及其规律相关的。思维是人所特有的一种心理活动,对思维的研究必须分析思维主体,必然涉及思维的具体内容。在理论发展的初期,逻辑学的确具有这样的理论特征,学者们从具体思维中抽象出命题推理的形式结构进行研究,奠定了逻辑学理论的基础。正由于如此,亚里士多德的逻辑理论被誉为“对人的思维作出的最具有久远意义的考查”①。

但是,逻辑学理论的特点在于它的研究是立足于命题和推理的形式结构,这些形式结构属于理论语言层面的东西,不依赖于任何具体思维主体,也超乎于命题推理描述的具体内容。无论理论的奠基者最初的动机是什么,作为在这样基础上发展起来的逻辑学理论,其理论发展的动力已经不再是研究思维的需要,而是一些纯形式的动机。现代逻辑的理论发展进程中不断涌现出许多新的逻辑系统,如命题演算系统,一阶谓词系统,模态逻辑的 K 系统、T 系统等等,无论这些逻辑系统对思维科学特别是人工智能理论研究有怎样重要意义,但这些理论本身肯定不是研究的思维,并且理论的发生发展动力都与思维的分析研究无关。

由此可见,逻辑学是一门与思维科学密切相关的理论,因为它的理论起源与研究分析思维密切相关,而它的理论成果为思维科学研究提供了重要理论工具。但逻辑学本身不研究思维,它不是一门思维科学。

① 宋文坚.西方形式逻辑史.中国社会科学出版社,1991.31

3.3　逻辑学与语言学的关系

逻辑学与语言学是密切相关的。由于命题表现为语句，推理是一个语句集合，而命题和推理的形式实际上表现为特定的语言结构，因此，对命题推理的逻辑分析是同对其表达式的语言分析联系在一起的。从这个意义上讲逻辑分析也是一种语言分析。

语言有形式语言和自然语言之分。自然语言是我们日常运用的语言，汉语就是一种自然语言。自然语言具有表达上的普遍适用性和表意的丰富性，对于满足人们日常交际活动的需要来说，它具有无可替代的优点。但是在自然语言的体系中潜在地包含着任何类型的表达式，因此潜藏着导致歧义和语义悖论的危险。著名的理发师悖论就是一个典型的语义悖论：

> 一个理发师说："我能，且只能给那些不能给自己理发的人理发。"
>
> 现在问：该理发师能不能给他自己理发？
>
> 假定该理发师能给自己理发，那么他就不属于"不能给自己理发"的人，由于他"只能给那些不能给自己理发的人理发"，因此，该理发师不能给自己理发。
>
> 假定该理发师不能给自己理发，那么他就属于"不能给自己理发的人理发"的人，由于他"能给那些不能给自己理发的人理发"，因此，该理发师能给自己理发。
>
> 由他能给自己理发推出他不能给自己理发，又由他不能给自己理发推出他能给自己理发。这就是矛盾，即悖论。

科学知识不能容忍歧义和悖论，形式语言顺应了人们的这一需求。形式语言是一种符号化的语言系统，它具有两个基本特征：(1) 如同自然语言有字、词及语法一样，每种形式语言都有一系列

的基本符号及形成规则,用于构造该语言的表达式;(2) 每种形式语言都能根据纯粹结构的性质来判定任一符号是否该语言的基本符号,任一符号串是否该语言的合式表达式。显然,形式语言可以通过纯结构的规则把那些导致歧义或悖论的表达式排斥在合式表达式之外。

在形式语言中给定公理及变形规则,就可构成一个形式演绎系统。对于这样的语言系统,我们可以将其符号和表达式仅仅看作物理对象,将变形规则看作有关符号串的形状及空间关系的规定,而一个证明则是这样一个有穷的符号串序列,它的每一个符号串或者是公理,或者与它前面的符号串之间具有变形规则所规定的关系。在这种基础上进行的研究是对语言形式自身的研究,它独立于对语言的任何解释,因此被称作语形学的研究或语法研究。

然而语言总是被用来指谓对象、描述事态的。我们通过确定表达式的定义域和值域,为形式语言建立语义模型的方法,把一种语言同特定的对象、事态联系起来,赋予语言表达式以意义。这种用语义模型对语言表达式进行解释的理论和方法构成了语义学研究的基本内容。在模型论语义学中,对表达式进行解释即指派个体符号以对象,指派谓词以对象序列集合,指派语句以真值。与语形学中的可证公式相对应的是有效公式,即在任一模型中都为真的公式。

逻辑是关于推理论证的学问,它研究作为推理前提的语句与结论语句之间的有效联系。这种联系只能从语句的形式结构上去分析。我们可以用“模型上的真”对这种联系进行语义的解释,用形式证明进行语法的解释。从这个意义上讲,逻辑也是研究语言的。但与语言学根本不同的是,逻辑学是为了研究推理而分析语言,它并不分析研究语言的方方面面,而只是那些与推理有效性相关的问题。

首先,从逻辑的角度分析特定推理的结构,我们首先可以把构

成推理的词项区分为逻辑词项和非逻辑词项两大类。逻辑词项又被称作“逻辑常项”，在我们后面的讨论中将看到逻辑常项有“并且”、“或者”、“蕴涵”、“并非”、“等同”、“所有”、“有些”等等。推理的有效无效一般只同逻辑词项相关，因此分析各种逻辑词项的语法及语义特征就构成逻辑理论研究的基本内容。我们甚至可以进一步推论在推理中凡是不能用逻辑词项定义分析的东西都不在逻辑研究的范围之内。这就决定了逻辑学研究往往是一个个的形式语言系统。形式系统与非形式论证的关系在于：一个非形式论证只要是有效的，其有效性就可在形式系统中得到证明；即形式逻辑系统为非形式论证提供了有效推理的规则和保证。

其次，虽然逻辑学研究与语言分析密切相关，但逻辑学的研究并不局限于语言。人们运用推理论证的一个重要目的是揭示蕴涵在各种事实中的信息。对于获取信息的活动来说，推理的逻辑结构是必不可少的环节，而它不会仅仅局限在语言形式所能表达的范围之内。例如：我要离开办公室外出，只须看看办公楼外过往人的穿戴就能推知天气情况，就能决定是否应加衣服，是否应带上雨具。在我获取气候信息的这一活动过程中没有直接涉及语言，但涉及逻辑推理。其次，一些即使是需要运用语言才能获取的信息，其可靠推理与可靠论证之间的联系也不一定是直接的。假定我写的这本书很失败，所持的论点及所进行的论证基本上是不可靠，但读者却能够凭借此书进行可靠的推演，可靠地揭示出关于我个人和我所持观点的许多信息。由此可见，为获取可靠信息而进行的推理涉及语言以外的许多东西。这就要求我们把逻辑同信息联系起来，把研究的重心放在分析推理怎样正确揭示信息方面，而不是把逻辑仅仅局限于语言分析。

那么，应怎样理解推理对信息的揭示呢？首先，揭示符号或语句包含的信息相当于对符号或语句进行解释。例如，符号“”与语句“禁止抽烟”能传达相同信息，因为我们对它们有相同的解

释。因此我们可以说一个符号或一个语言表达式包含的信息依赖于它们的意义。只有当我们理解了表达式意义时,我们才能揭示它所传达的信息。

但是,我们不能由此断定只要理解了符号或语言表达式的意义就揭示了它所传达的信息。就许多许多符号或语句的表达能力而言,它们的意义是多层次、多方面的。相对于不同环境,它们表达的意义各不相同,有些甚至是相互否定的。只有确定了语境,表达式的意义才能惟一确定。例如:某人门上贴了一张字条,写着“我将在1小时内回来”。虽然我们完全理解构成该语句的每个表达式的涵义,但是,如果不知道写字条的时间,仍不知道此人何时回来,即仍然不能揭示这句话传达的信息。因此,只有把握了特定环境中表达式的确定涵义,我们才真正理解了表达式所传达的信息。在这里我们看到了语境问题在逻辑研究中的重要性。

语境问题是同表达式的运用问题联系在一起的。关于这些问题的研究可以归入语用学的范围。蒙塔古(*Montague*)指出[①],语用学并不是重新建立的一个完全不同于一般语义学的其他理论,它仍然要讨论真、可满足及逻辑有效等概念,但是它不仅是相关于某个模型,而且要相关于语言的语境来讨论这些语义概念。

语境问题总是同一些特殊语词,如表示时间、地点及人称代词(如我、我们、他们)等特殊语词联系在一起的。由于这些语词的出现,我们只有明确了运用表达式的语境才能确定表达式的指称。因此在语用学中这些特殊语词被处理为索引词,它被看作从语境到表达式指称的一个函数,借助该函数我们就可以相对语境确定表达式的指称,在此基础上进一步讨论真、可满足及有效性等等逻辑语义问题。很显然,相对于逻辑语法和逻辑语义的研究,逻辑语用学更注重对自然推理的研究。许多语用问题都源于对自然推理的

① Montague, Pragmatics, Formal Philosophy(形式哲学), Yale University, 1974.

逻辑分析。

我们已经讨论了逻辑学研究的基本内容。作为一门大学生学习逻辑学的基础教材，本书不可能讨论逻辑学的所有内容。本书将讨论传统词项逻辑（三段论），命题逻辑，一阶量化逻辑，规范逻辑初步，以及思维的基本规则即同一律、排中律和矛盾律，最后将讨论非演绎逻辑基础。

第二章　词项

词项在逻辑学中是构成命题的基本要素。在传统逻辑中，词项是构成直言命题的要素，它主要是指直言命题中的主项和谓项。而在现代谓词逻辑中，词项则被分解为个体词和谓词，量词和联结词等等。传统逻辑与现代逻辑对词项的理解有很大差别。读者在后面的讨论中可体会到这点。

本章讨论的是传统逻辑意义上的词项。我们要明确什么是词项以及词项的逻辑特征，分析词项的种类及词项间的关系，讨论明确词项的逻辑方法。通过本章讨论我们可以对传统逻辑学中所谓的词项有较准确的把握。

第一节　词项概述

1.1　什么是词项

亚里士多德传统逻辑主要表现为词项逻辑，因此，准确地认识把握词项，是准确把握传统逻辑的首要前提。那么，什么是传统逻辑所讨论的词项呢？

传统逻辑认为，词项是指称和表达对象的思想。

词项指称表达的对象可分为两大类：一类是客观存在的对象，

一类是主观想象、猜测或虚构的对象。

客观存在的对象一般也被分为两类：一类是客观存在的实体，如一个个具体的人，具体的物等等；另一类是这些实体所具有的属性。属性又分为两种，一种是实体所具有的性质，如实体的形状，实体的色彩等等；另一种是存在于实体之间的关系，如一实体大于另一实体的“大于”关系等。总之，客观存在的万事万物，以及这些事物的种种属性都是词项指称的对象。

客观存在的对象，以及人们主观想象、猜测或虚构的各种对象都是词项指称的对象。主观想象的对象如上帝、神仙、鬼怪等；主观猜测的对象如外星人、长白山怪兽、神农架野人等；人们虚构的对象如贾宝玉、林黛玉、令狐冲等。

词项是一种思想形态的东西。在我们的思想中对象不可能以原形存在，而是表现为各种属性的总和。因此我们是通过把握对象的属性来把握对象的。而词项所以能指称表达对象则是因为它揭示了对象的特有属性，

对象的属性有特有属性和非特有属性的区分。所谓特有属性是指只为一个对象所具有，因此能将该对象与其他对象区分开来的属性；非特有属性则是那些虽然为对象所有，但不具有区别性的属性。

例如，就人来说，人作为一种动物，具有如下多方面的属性：

A：能思维，有语言

B：会制造和使用工具

C：能直立行走，没有羽毛

D：能血液循环，用肺呼吸

E：需要水，离不开氧

F：有耳朵、鼻子

……

其中，属性 A、B、C 只有人才具有。一说“能思维，有语言的动物”我们就知道说的是人，运用这些属性我们能将人与其他动物区分开来。因此这些属性是人的特有属性。

而属性 D、E、F 虽然为人所具有，但不只是人才具有这些属性。说到“能血液循环，用肺呼吸的动物”我们会想到哺乳动物而不是人，因为所有哺乳动物都具有这样的属性。而说到“需要水，离不开氧的东西”我们会想到所有生物，因为所有生物都具有这样的属性。运用这些属性不能将人和其他东西区分开来，因此，它们是人的非特有属性。

一种属性是否特有属性要根据对象才能确定。如“能思维，有语言的动物”相对词项“人”而言是特有属性，但相对词项“中国人”来说，它就不是特有属性了。

人们还可以对属性进行进一步的区分，如区分为本质的和非本质的，固有的和非固有的等等。但这些区分对理解词项来说没什么意义。我们用词项指称对象需要把握的是对象的特有属性，以致能将该对象与其他对象区分开来。我们强调的是区别性。只具有区别性的属性就是特有属性，无论它是否反映对象的本质。

现在我们可以给词项一个明确的定义了：词项是通过揭示对象特有属性来指称和表达对象的思想。

2.2 词项的逻辑特征

词项的逻辑特征在于：词项都有外延和内涵。

词项所指称和表达的对象是词项的外延。任何词项都是有所指的，词项所指称和表达的东西就是词项的外延。而一个词项所以能指称代表一个对象，是因为词项包含着揭示了对象的特有属性的思想，这种反映对象特有属性的思想就是词项的内涵。

例如，词项“人”的外延就是它所指称的一个一个的生物学意

义上的具体的人。古往今来的人无穷无尽，词项“人”可以指称代表它们中的任何一个，因此所有这些人都是词项“人”的外延。

“人”这一词项的内涵就是反映人的特有属性的思想。如“能够制造和使用工具的动物”是人的特有属性，“能思维，有语言的动物”也是人的特有属性，因此反映这些属性的思想都是词项“人”的内涵。

显然，任何词项都是有所指称的，因此任何词项都有外延。而词项所以能指称表达一个对象，是因为它揭示了对象的特有属性，使我们能够通过把握特有属性而把握对象，因此任何词项都有内涵。没有外延即不指称表达什么对象，那么就无所谓词项；而没有内涵则不可能指称表达对象，因为无法确定所指称的是什么。因此任何词项都必有外延和内涵。

词项的外延是惟一的并且确定的。而词项的内涵则是多层次、多方面的。例如，词项“人”的外延是一个类，即由古往今来所有的人构成的类，这是非常确定的，而它的内涵则是多层次、多方面的，因为人具有多方面、多层次的特有属性。“能够制造和使用工具的动物”，“能思维，有语言的动物”，“能直立行走，没有羽毛的动物”等等，这些都是词项“人”的内涵。

由于词项既有外延又有内涵，因此，把握一个词项既要把握它的所指，即把握词项的外延，同时还要把握词项所指称对象的特有属性，即把握词项的内涵。

最后还需指出的是，词项的内涵是多层次和多方面的，究竟把握了词项的哪方面内涵才算把握了词项，这要由具体条件决定。这意味着词项的内涵具有某种不确定性。然而词项的外延却是惟一的和确定的，它不因条件或情况的变化而改变。因此，逻辑学关注的是外延。逻辑学对词项的分析一般是以其外延为基础的。

1.3　词项与语词、概念

1. 词项与语词

任何词项都是用语词来表达的。词项以语词为载体,没有语词也就没有词项。然而我们不能因此就说词项就是语词,因为词项与语词有根本的区别。

首先,词项是一种思想,是指称和表达对象的思想。语词则不同,它是一种符号,它写出来是一组笔画,读出来是一组声音。语词只有表达了词项才有意义,就是说,词项是语词的涵义。这就不难理解为什么不同的民族有不同的语词,而不同民族的语词可以相互翻译,因为只要表达的是相同词项,不同语词也是同义的。

其次,并不是所有语词都表达词项。既然词项是指称表达对象的,因此只有那些其涵义是确有所指的语词才表达词项。如虚词“啊”“吗”“呢”等是不能表达词项的。一般来说,只有实词才能表达词项。

第三,即使表达词项的语词与词项之间也不存在一一对应关系。有些语词一个可以表达不同的词项,这就是多义词。如“杜鹃”既是鸟名,又是植物名,而如我们前面讨论过的,“逻辑”也是一个多义词。有些语词则是多个表示同一个词项,这就是同义词。如“母亲”“妈妈”“娘”等不同语词是同义的,它们表达的是同一个词项。

因此,我们既要看到词项与语词之间的密切联系,也要注意二者之间的严格区别,不能割裂二者之间的联系将其绝对对立起来,也不能否认二者的区别将它们混淆起来。

2. 词项与概念

我们已经讨论过,词项的外延是惟一的和确定的,而内涵是多层次和多方面的,因为对象本身具有多方面的特有属性。

在人们的日常交际活动中，究竟把握了对象的哪些特有属性才算正确把握了词项的内涵，这是由交际的语境决定的。往往是只要我们所把握的对象属性能够将其同其他对象区分开来就行了。由于在不同语境中需要把握的对象特有属性是不同的，因此我们所理解的词项其内涵是多层次、多方面的。

然而在科学理论研究中情况有所不同。一个理论往往是从某个特定的方面分析研究对象，它必须经抽象去掉对象的其他属性才能将研究深入下去。因此，在理论研究中，词项指称的是具有某种特定属性的对象，这样理解的词项不仅外延，而内涵也是惟一的和确定的。这种相对于特定理论而言的词项就是概念。因此，概念不同于词项，概念的外延和内涵都是惟一的和确定的。

概念还有一个特殊的地方，即概念的内涵是通过定义规定的。每个理论都对本理论中概念所指称对象的特有属性做出规定，我们是通过这种属性去识别概念所指称的对象的。即通过把握概念的内涵去识别把握其外延。例如，马克思主义政治经济学对“商品”概念的定义是：商品是用于交换的劳动产品。

根据这个定义，只有劳动产品才是商品，这和我们一般思维交际活动中理解的“商品”概念是有区别的。

正由于概念的内涵是由特定理论的定义规定的，即使是同一个词项，在不同理论中作为该理论的概念，它具有不同的内涵。例如，就词项“水”而言，作为化学概念，“水化学式为 H_2O 的化合物”；作为物理概念，“水是无色无味无嗅的液体”。在相关理论中只有理解把握了定义才能理解把握“水”这个概念。显然，这与我们的日常思维和交际活动中对词项“水”的理解和把握是不同的，一个小孩可以没有什么理论知识，但并不妨碍他正确掌握和运用词项“水”，只要他把握了水的某些特有属性，能正确识别“水”的所指。

由此可见，我们不能离开词项谈概念，因为概念与词项密切相

关，一个理论体系中运用词项即是该理论的概念。不过我们也应该看到概念与词项的区别，毕竟二者是有些不同的。

第二节　词项的种类

我们根据词项的外延情况不一样来对词项进行分类，以理解和掌握词项的逻辑性质。

2.1　单独词项与普遍词项

根据词项所指称的是某个特定对象，还是由若干个对象构成的类，我们把词项分为单独词项和普遍词项两种。

单独词项是其外延只有单独一个对象词项。例如：

邓小平
中华人民共和国最高人民法院
世界上最高的山峰
中华人民共和国的首都
西南师范大学

这些词项所指称的都是一个特定对象，它们的外延都只有单独一个特定的个体，因而都是单独词项。

单独词项一般是由专名或者摹状词表达的。专名是为某个体所独自使用的名称词，其外延当然只有惟一的一个个体。上述的“邓小平”，“西南师范大学”都是用专名表达的单独词项。摹状词则是由由普通名词构成的词组，它通过描述某个特定对象的特征来指称这个对象，它的外延也只有惟一一个对象。上述的“世界上最高的山峰”、“中华人民共和国的首都”都是用摹状词表达的单

独词项。

普遍词项是指其外延有若干个对象的词项。例如：

中国人
人民法院
山峰
城市

这些词项所指称的都是由若干个对象组成的对象类，它们的外延都有许多的对象，因而都是普遍词项。

2.2 集合词项与非集合词项

根据词项所指称的是否集合体，我们可以把词项分为集合词项与非集合词项两种。

所谓集合体是指由若干同类对象依据特定联系所构成的整体。集合体不同于一般的整体，它必须由同类分子构成。因此，一辆汽车是个整体但不是集合体，因为它由车轮、车厢、发动机等部分构成，而这些构成部分不是同类的。其次，同类分子构成一个集合体必须依据特定的联系。例如，军队是一个集合体。军队是由同类分子军人构成的，但并不是若干军人在一起就一定是一支军队，军人构成军队必须依据军事编制。

集合词项是指所指称对象是集合体的词项。如下词项都是集合词项：

车队
中国女子排球队
森林

集合词项的特征在于：构成整体的分子不必然具有整体的属性。车队由车构成，但车不具有车队的属性，我们看见停车场里停有许多的车，我们并不就认为停车场里有一支车队。

非集合词项是指所指称对象不是集合体的词项。如下都是非集合词项：

汽车
中国女子排球队队员
树

有些时候，一个语词表达的词项是否集合词项是由语境决定的。语境不同，语词表达的词项就有所不同。我们判定一个词项是否集合词项，就是看它是否指称一个集合体，而集合体的特征在于，构成整体的分子不必然具有整体的属性。

例如，下列两个语句：

A. 鲁迅的著作不是一天能读完的
B.《祝福》是鲁迅的著作

两个语句中都出现了词项“鲁迅的著作”。在 *A* 中出现的“鲁迅的著作”是一个集合词项，因为只有作为整体的“鲁迅的著作”才具有“不是一天能读完”的属性。鲁迅是个写了很多短篇的作家，作为整体构成分子的每篇鲁迅的著作不必然具有这个属性。

在 *B* 中出现的“鲁迅的著作”是一个非集合词项。虽然“鲁迅的著作”在这里指称的仍然是由许多分子构成的类，但只有当每个分子都具有“鲁迅的著作”这个属性时，我们才能说其中的任一分子“《祝福》”具有“鲁迅的著作”这个属性，即才能说“《祝福》是鲁迅的著作”。既然 *B* 中的“鲁迅的著作”表达的是每个分子都具

有的属性,它指称的就不是集合体。因此是一个非集合词项。

2.3 实词项与虚词项

根据词项所指称的对象是否客观存在,我们把词项分为实词项和虚词项两种。

所指称对象客观存在的词项是实词项。例如:

动物
勇敢的人
沙漠
鲁迅

这些词项所指称的对象都是客观存在的,所以它们是实词项。

所指称的对象客观上不存在,这样的词项是虚词项。例如:

神仙
能飞翔的人
仙山
孙悟空

这些词项所指称的对象客观上都不存在,因此它们是虚词项。

2.4 正词项与负词项

根据词项指称的是某对象还是某对象以外的对象,可以把词项分为正词项和负词项两种。

正词项是指称某对象的词项。例如:

机动车

有效合同
成年人

这些词项都是指称某特定对象的,它们都是正词项。

负词项是指称某特定对象以外的对象的词项。例如:

非机动车
非有效合同
未成年人

这些词项都是指称的某特定对象以外的对象,它们都是负词项。“非机动车”指称的是机动车以外的车辆,“非有效合同”则指称有效合同以外的合同,等等。

我们注意到,所有的负词项都包含有否定词。但是,我们不能由此就推论凡是包含否定词的词项都是负词项。判定一个包含否定词的词项是否负词项,关键是看否定词是否否定的一个词项。如果否定词不是否定的一个词项,它就不是负词项。例如,词项“无产阶级”。显然,“产阶级”不是一个词项,因此“无产阶级”中的“无”不是否定的一个词项,因此它不是负词项。我们也看到,“无产阶级”指称的是特定对象,而不是特定对象以外的对象。

其次,负词项还涉及指称的范围问题,我们称之为论域。如“非机动车”的论域是“车”,即“非机动车”指称的是机动车以外的车,而不是其他什么东西。对负词项来说论域非常重要。机动车以外的对象太多了,不明确“非机动车”指称的范围,实际上就相当于无法明确这个词项的指称。

在上述讨论中,我们依据四个不同的标准,从不同的角度对词项进行了分类。实际上,对任一词项我们都可以运用这些标准来判定它在所出现的语言环境中究竟是属于哪种词项。例如,给定如下

语句：

重庆是个美丽的城市

该语句中出现了两个词项“重庆”和“美丽的城市”，首先依据词项的外延是单独一个个体还是由若干个体构成的类来分析，“重庆”是单独词项，“美丽的城市”是普遍词项。再根据指称的对象是否集合分析，“重庆”是集合词项，“美丽的城市”是非集合词项。根据词项词项指称的对象是否客观存在分析，这两个词项都是实词项。最后，很显然两个词项都是正词项。

第三节 词项之间的关系

词项的外延是词项所指称和表达的对象。两个词项所指称的对象可以是相同的，也可以完全不同。如果两个词项所指称的对象是相同的，我们就称两个词项的外延有重合。显然，两个词项外延不重合则是指两个词项指称表达的是完全不同的对象。词项之间的关系是分析讨论词项外延之间的重合情况的。

两个词项之间的关系有两种情况：如果两个词项外延有重合，则称两个词项之间有相容关系。如果两个词项的外延完全不重合，则称两个词项之间是不相容关系。两个词项之间要么有相容关系，要么有不相容关系。

3.1 相容关系

两个词项有相容关系是指两个词项的外延至少有一部分是重合的。相容关系又分为三类，即同一关系、属种关系和交叉关系。

1. **同一关系**

两个词项有同一关系是指两个词项的外延完全重合，即两个词项指称的是同一个对象。如下几组词项，每组中的 A、B 两个词项之间都有同一关系：

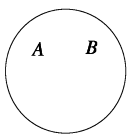
1. *A*. 世界上幅员最大的国家
   B. 俄罗斯
2. *A*. 等边三角形
   B. 等角三角形

显然，每组中的 A、B 两个词项指称的都是同一个对象，它们的外延完全重合，因此两个词项之间具有同一关系。

我们用集合论术语可以对同一关系做出严格描述：

设词项 A、B 的外延是两个类，它们所指称的对象即是它们外延类的元素，这些元素用 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ 表示。如果对任一 x_i($i \in \mathbf{N}$ 是任一自然数都有如果 $x_i \in A$ 那么 $x_i \in B$，并且如果 $x_i \in B$ 那么 $x_i \in A$，即 $A = B$，则称 A 和 B 之间有同一关系。

如果借用瑞士数学家欧拉(*Leonhard Euler*，1707～1783)的做法，用一个圈代表一个词项的外延，那么 A、B 两个词项具有全同关系可用如下欧拉图表示：



两个词项具有同一关系只意味两个词项的外延相同，并不是说它们也有相同内涵。例如，"等边三角形"与"等角三角形"就是两个内涵完全不同的词项。

2. **属种关系**

两个词项之间具有属种关系是指：一个词项的外延全部包含在另一个词项外延之中，并且只是另一个词项外延的一部分。

显然，具有属种关系的两个词项中一定有一个的外延大，一个外延小。我们把外延大的词项叫做属词项，外延小的词项叫做种词项。

属种关系又分为两类。

(1) 包含于关系

包含于关系是种词项相对于属词项的关系，显然种包含于属。如下几组词项中，A 相对于 B 有 A 包含于 B 的关系：

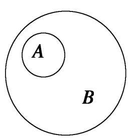
1. A.伪造货币罪
   B.破坏金融秩序罪
2. A.森林
   B.自然资源

显然，上述各组中，A 词项的外延是且只是 B 词项外延的一部分，因此 A 与 B 之间具有 A 包含于 B 的关系。

用集合论术语描述包含于关系：

设词项 A、B 的外延是两个类，用 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ 表示两个类的元素。如果对任一 x_i，都存在 x_j，($i, j \in \mathbf{N}$)，使得若 $x_i \in A$ 那么 $x_i \in B$，但 $x_j \in B$ 且 $x_j \notin A$，即 $A \subset B$，则称 A 和 B 之间有包含于关系。

用欧拉图表示词项 A 与 B 之间的包含于关系，即



(2) 包含关系

包含关系是属词项相对于种词项的关系。属包含种。如下几组词项中，A 相对于 B 有 A 包含 B 的关系：

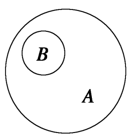
3. A.违法行为
   B.抢劫行为
4. A.动物
   B.哺乳动物

显然，上述各组中，B 词项的外延是且只是 A 词项外延的一部分，因此 A 与 B 之间具有 A 包含 B 的关系。

用集合论术语描述包含于关系：

设词项 A、B 的外延是两个类，用 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ 表示两个类的元素。如果对任一 x_i，都存在 x_j，$(i, j \in \mathbf{N})$，使得若 $x_i \in B$ 那么 $x_i \in A$，但 $x_j \in A$ 且 $x_j \notin B$，即 $B \subset A$，则称 A 和 B 之间有包含关系。

用欧拉图表示词项 A 与 B 之间的包含关系，即



3. **交叉关系**

两个词项有交叉关系是指两个词项的外延相互有，并且相互只有一部分是重合的。如下几组词项中，A 与 B 具有交叉关系：

1. A. 商业企业
   B. 独资企业

2. A. 成年人

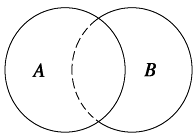
B. 限制行为能力人

上述几组中,词项 A 与 B 所指称的对象有一部分,并且也只有一部分是相同的,即它们的外延部分重合。因此它们之间有交叉关系。

用集合论术语描述交叉关系:

设词项 A、B 的外延是两个类,用 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ 表示两个类的元素。如果存在着 x_i、x_k 和 x_j($i, j, k \in \mathbf{N}$ 且 $i \neq j \neq K$),使得 $x_i \in B$ 且 $x_i \in A$,但 $x_j \in A$ 且 $x_j \notin B$, $x_k \in B$ 且 $x_k \notin A$,则称 A 和 B 之间有包含关系。

用欧拉图表示词项 A 与 B 之间的交叉关系,即



3.2 不相容关系

如果两个词项的外延完全不重合,即两个词项所指称的是完全不同对象,那么两个词项之间具有不相容关系。不相容关系一般被称作全异关系。如下几组词项中,A 与 B 具有全异关系:

1. A. 动物

B. 植物

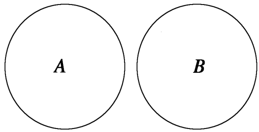
2. A. 有效合同

B. 非有效合同

上述各组词项中,A 与 B 指称的对象完全不同,即它们的外延

完全不重合。因此，A 与 B 之间具有全异关系。

用欧拉图表示词项 A 与 B 之间的全异关系，即



全异关系中有两种特殊情况，即反对关系和矛盾关系。

1. **反对关系**

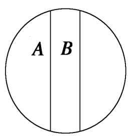
具有全异关系的两个词项，如果它们有共同的属词项，但它们的外延之和小于其属词项，我们就称这两个词项间具有反对关系。

如下几组词项中，A 与 B 之间具有反对关系：

1. A. 白色
   B. 红色
2. A. 抢劫行为
   B. 盗窃行为

上述第 1 组中词项“白色”与“红色”有共同的属词项“颜色”，而它们的外延之和小于“颜色”，因为除了白色和红色外还有许多其他种颜色。第 2 组中的“抢劫行为”与“盗窃行为”则有共同属词项“犯罪行为”，并且它们的外延之和小于属词项。因此它们之间具有反对关系。

用欧拉图描述词项 A 与 B 之间的反对关系，即



2. **矛盾关系**

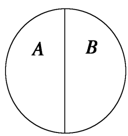
具有全异关系的两个词项，如果它们有共同的属词项，并且它们的外延之和等于其属词项，我们就称这两个词项间具有矛盾关系。

如下几组词项中，A 与 B 之间具有矛盾关系：

1. A. 合法行为
   B. 不合法行为
2. A. 生物
   B. 非生物

上述第 1 组中词项“合法行为”与“不合法行为”有共同的属词项“行为”，并且它们的外延之和等于“行为”，因为任何一个人的行为如果是合法就不是不合法的，如果是不合法的就不是合法的。“生物”与“非生物”之间的关系也是如此。因此，它们两两之间具有矛盾关系。

用欧拉图描述词项 A 与 B 之间的矛盾关系，即



一般来说，正词项与负词项之间具有矛盾关系。“不合法行为”是“合法行为”的负词项，“非生物”则是“生物”的负词项。但这不是判定矛盾关系的根本标准。

用集合论术语描述反对关系与矛盾关系各自的特点：

设 A、B 的外延是两个集合，用 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ 表示两个集合的元素。如果词项 A 与 B 之间是反对关系，那么对任一 $x_i(i \in N)$，

由 $x_i \in A$ 可推知 $x_i \notin B$,但由 $x_i \notin A$ 却不可能推知 $x_i \in B$。

如果 A 与 B 之间是矛盾关系,那么由 $x_i \in A$ 可推知 $x_i \notin B$,并且由 $x_i \notin A$ 可能推知 $x_i \in B$。

显然,由一种颜色是白的可推知它不是红的;但由一种颜色不是白的却无法推知它是不是红的,因为它有可能是其他什么颜色。而从一种行为是合法的可推出它不是不合法的,从它不是合法的则可推知它是不合法的。

最后还须指出,反对关系与矛盾关系只是全异关系中的两种特殊情况。只有对那些具有共同属的词项,我们才能说它们之间若不具有反对关系,那就具有矛盾关系。对于两个毫不相干的词项,如词项"法院"与"植物",我们只能说它们之间是全异关系,因为它们各自指称完全不同的对象,即两个词项的外延完全不重合。

综上所述,我们把词项之间的关系分为相容和不相容两大类,具体划分为同一关系、包含于关系、包含关系、交叉关系和全异关系五种。对于任意两个词项而言,它们之间的关系必须是,并且也只有是这五种关系中的一种。不存在这样的两个词项,它们之间不具有这五种关系中的任何一种;并且也不存在这样的两个词项,它们之间同时具有五种关系中的至少两种。

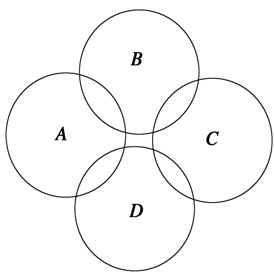
我们只讨论了两个词项之间的关系。其实对于任意多个词项,分析它们之间的关系也必须两两比较进行。例如,有如下四个词项:

A. 廉价商品

B. 劣质商品

C. 高价商品

D. 优质商品



在这四个词项中,A 与 B、A 与 D 以及 C 与 B、C 与 D 是交叉关系,而 A 与 C、B 与 D 是全异关系。由此,可用欧

拉图表示这四个词项之间的关系：

无论有多少个词项，若分析它们外延之间的关系，都必须并且也只能两两比较才能确定。

理解和把握词项之间的关系是理解把握传统直言命题逻辑性质的一个基础。

第四节　明确词项的逻辑方法

如果说逻辑是讨论推理和命题的，那么前面讨论的词项之间的关系与直言命题的逻辑性质相关，词项分类的内容则同直言命题推理等相关，因此，前面讨论的是传统直言命题逻辑的基础问题。

而本节讨论的内容严格来讲属于另一个层次的内容，它是保证我们正确把握和运用词项，正确表达思想所需要掌握的科学方法。

4.1　概括与限制

由种词项过渡到属词项称作概括，由属词项过渡到种词项称作限制。因此，概括和限制是明确一个词项的种词项或属词项的逻辑方法。

概括由种词项过渡到属词项是通过减少词项的内涵实现的。减少一个词项的内涵即去掉词项特有属性中某个属性。这相当于去掉原来的特殊性，留下的则是共性。具有共性的对象当然不同于原对象。指称的变化将导致词项变化。我们得到的是一个指称范围更广泛的词项，即原词项的属词项。由此，通过减少内涵将把一个词项概括为它的属词。

例如，词项“中国人”，其内涵之一是“具有中国国籍的人”。去

掉“有中国国籍”这部分内涵，就得到一个指称范围广得多的词项“人”。词项“人”就是词项“中国人”的属词项。

限制由属词项过渡到种词项则是通过增加词项的内涵实现的。增加一个词项的内涵即在词项原来的特有属性中增添一些属性。由于特有属性变了，指称的对象也随之变化，我们将得到一个指称范围更狭窄的词项，即原词项的种词项。因此，通过增加内涵将把一个词项限制为它的种词。

例如，对词项“人”增添内涵“具有中国国籍的”，就得到一个指称范围小得多的词项“中国人”。词项“中国人”就是词项“人”的种词项。

从限制和概括我们看到，具有属种关系的两个词项其外延和内涵之间具有这样一种关系：内涵多的外延指称范围小，而内涵少的外延指称范围大。

在进行限制或概括时，必须注意如下两点：

第一，概括或限制得到的词项与原词项之间必须具有属种关系。由于概括是要得到一个词项的属词项，限制则是要得到其种词项，如果所得到的词项与原词项之间不具有属种关系，那么一定是错误概括或限制。

例如，把“方桌”概括为“方形”就是错误的。因为“方桌”指称的是桌子，是形状为方的桌子。显然桌子是实体。而“方形”指称的是一种形状，形状是属性。实体与属性是完全不同的对象，因此词项“方桌”与“方形”之间不具有属种关系。把“方桌”概括为“桌子”则是正确的。

第二，概括和限制可以连续进行，但并不是可以无限地进行。

如下是一个连续进行的限制：

“作品”——“文学作品”——“小说”——“历史小说”——“《李自成》”

限制最后得到的词项“《李自成》”是一个单独词项，它指称的

就是一个单独的个体,不存在一个比它指称范围还小的词项,因此不能够对它进行限制。这意味着单独词项不能限制。

哲学范畴等则是不能概括的词项。哲学范畴如“属性”、“存在”等,它指称的是最普遍的东西,一般来说,没有比它们指称范围还要广的词项。

4.2 划分

1. 什么是划分

依据一定的标准把一个词项的外延分为若干个小类的逻辑方法叫做划分。因此,划分是明确词项外延的逻辑方法。

例如,根据生产方式的不同,可以把词项“社会”划分为“原始社会”、“奴隶社会”、“封建社会”、“资本主义社会”和“社会主义社会”等若干类。

由这个例子可见,划分由三部分构成:划分的母项、划分的子项以及划分的根据。划分的母项是指被划分的词项。如上例中的“社会”。

划分的子项是指划分后得到的词项,即代表小类的词项。如上例中的“原始社会”、“奴隶社会”、“封建社会”、“资本主义社会”和“社会主义社会”等词项。

划分的根据是指把母项划分为子项所依据的标准。如上例是依据生产方式的不同把“社会”划分为若干小类的,因此这个划分的根据就是“生产方式的不同”。

划分的这三个构成部分缺一不可。没有母项划分就没有对象,不可能进行划分。没有子项划分就没有结果,等于没有划分。最后,没有根据划分就没有标准,我们无法进行划分。

通过划分我们可以明确词项指称的哪几类对象。因此,划分是明确词项外延的逻辑方法。

2. **划分的种类**

有四种类型的划分。

一种是一次划分,它是依据一个根据对一个母项进行的划分。如上述根据生产方式的不同对词项"社会"进行的划分就是一次划分。这是最基本的划分方法。

另一种是重复划分。即依据不同的根据,对同一个词项反复进行的划分。例如,要了解掌握新入校学生的情况,可以依据学生来源不同,将"新入校学生"划分为"来自城镇的"和"来自农村的"两类。根据生源所在地不同,分为"华北来的"、"华东来的"、"华南来的"、"华中来的"、"西南来的"和"西北来的"等若干类。再根据学生的政治面貌不同,分为"是中共党员的"、"是共青团员的"等等。通过重复划分可以了解词项的外延情况

第三种是连续划分,即先把一个词项划分为若干子项,再对子项进行划分。如下就是一个连续划分:

$$\text{自然物}\begin{cases}\text{有机物}\begin{cases}\text{生物}\begin{cases}\text{动物}\\\text{植物}\end{cases}\\\text{非生物}\end{cases}\\\text{无机物}\end{cases}$$

连续划分在日常思维活动中用得非常广泛。图书馆对图书的分类,博物馆对展馆展品的分类等,都是运用的连续划分。

第四种是二分法,即直接把一个词项分为正负两个词项。例如,将"战争"划分为"正义战争"和"非正义战争"两类。二分法在我们只对一个词项的一部分外延感兴趣时使用。

3. **划分的规则**

划分必须遵守一定的规则才可能是正确的。这些规则有：

(1) 划分的子项相互间必须是不相容关系的。

划分将母项的外延分为若干个小类，以明确词项的外延。子项则指称表达这些小类。只有当子项相互间不相容时，母项外延中的每个分子归属于哪一类才是确定的，才能达到明确母项外延的目的。

相反，如果子项是相容的，母项外延中的分子就可能同时归属若干个类，导致其归属不确定，我们就不能通过子项来明确母项的外延。例如，某阅览室对“文学书”是这样划分的：

- 文学书
  - 小说
    - 中国小说
    - 外国小说
    - 历史小说
    - 侦探小说
    - ……
  - 散文
  - ……

根据这个分类，要查找《福尔摩斯探案集》，我们就无法确定究竟该在外国小说中查找还是在侦探小说中查找。

违反这条规则的错误，我们称之为“子项相容”。

(2) 每次划分只能使用一个根据。

如果划分同时使用多个根据，划分出来的子项一定要犯子项相容的错误。如上述对“小说”的划分就是同时使用了多个根据，以至于子项相容。

违反这种规则的错误被称作“混淆根据”。

(3) 划分得到的子项之和要等于母项。

我们是用子项来明确母项外延的，如果子项之和大于母项，说明子项中包含有不是母项外延的东西。如果子项之和小于母项，说明漏掉了外延。子项之和大于母项被称作“多出子项”的错误，子项之和小于母项称作“划分不全”的错误。

例如，把“燃料”划分为“固体燃料”和“液体燃料”，显然漏掉子项“气体燃料”，犯了划分不全错误。如果把“直系亲属”划分为“父母”、“祖父母”、“子女”，由于祖父母不属于直系亲属，这个划分犯了多出子项的错误。

最后还须指出，划分不同于分解。划分是将一个词项所指称的对象分为若干个小类，分解则是将一个整体分为若干组成部分。例如，语句“树分为树叶、树枝和树干”中运用的是分解，而不是划分。如果是划分，母项与子项之间就一定具有属种关系，显然，“树”与“树叶”、“树枝”以及“树干”之间不具有属种关系。

4.3　定义

定义是揭示词项(更严格地说是概念)内涵的逻辑方法。

词项(概念)的内涵是反映对象特有属性的思想。在现实的认识活动中，人们往往是通过把握对象某方面的特有属性从而识别和把握对象的。例如，对于什么是商品，通过“商品”词项的定义：“商品是用于交换的劳动产品”，我们认识到商品首先是劳动产品。并且它是用于交换的劳动产品。根据定义揭示的特有属性，我们可以从万事万物中识别出哪些才是商品，由此识别把握词项“商品”所指称的对象，即“商品”的外延。

在科学理论中，定义具有非常重要的作用。每个理论都是用语言描述的，它必然有自己的理论概念。通过对理论概念的定义揭示该理论所研究对象的特有属性，从而确定理论的研究范围，奠定理论研究的基础。因此，我们学习掌握理论必须从把握理论的基本概

念入手，以准确地识别和把握理论所研究探讨的对象。

其实，不仅是科学研究，在日常认识活动中，人们不可能亲知所有认识对象，而往往是通过定义所描述的词项（概念）内涵来明确词项的所指，即明确词项（概念）外延的。因此，在人们的日常思维活动中，定义同样具有非常重要的作用。

最后还需指出，本节所讨论的定义是传统意义上的定义概念，即把定义看作揭示对象内涵的方法。其实，在现代科学技术高度发展的今天，定义理论也有了很大发展。在后面的讨论中，我们将看到定义不仅被用于揭示词项的涵义，还被用于词项用法的规定。

1. 定义的结构

传统的定义理论认为，定义由三部分构成：定义项，被定义项和定义联项。

被定义项是指称对象的词项。定义项是指称对象特有属性的词项。而定义联项则表达的是被定义项与定义项之间的逻辑关系。被定义项与定义项之间具有的是全同关系，就是说被定义项指称的对象就是具有定义项所指称特有属性的对象，即两个词项指称同一对象。

例如，如下(1)是政治经济学中“商品”概念的定义，(2)是社会学意义上的词项“人”的定义：

(1) 商品是用于交换的劳动产品

(2) 人是能制造和使用工具的动物

其中，(1)中的词项“商品”，(2)中的“人”是被定义项，它们指称的是各个定义所要说明的对象；(1)中的“用于交换的劳动产品”及(2)的“能制造和使用工具的动物”是定义项，指称对象的特有属性；两个定义中的“是”是定义联项，它表示被定义项与定义

项之间的逻辑关系,即同一关系。

2. **下定义的方法**

仔细分析定义项的构成我们看到,定义项实际上是个复合的词项,可以把它分为两个组成部分,一个组成部分是被定义项的属词项。例如,(1) 的定义项是“用于交换的劳动产品”,其中的“劳动产品”是被定义项“商品”的属词项。(2) 的定义项是“能制造和使用工具的动物”,其中的“动物”是被定义项“人”的属词项。

另一个组成部分是反映种差的词项。被定义项指称的对象作为属词项指称对象的一个种,与其他种对象的区别就是由这个种差描述的。在(1) 中,这个种差是“用于交换的”,就是说商品作为一种劳动产品,它与其他种劳动产品的区别在于,它是用于交换的,只有用于交换的劳动产品才是商品。在(2) 中,种差是“能制造和使用工具的”,就是说人作为一种动物,它与其他动物的区别在于,它是能制造和使用工具的动物。不具有这个特性的动物都不是人。

因此,传统意义上的定义是用“属 + 种差”的方法给出的。所谓“属”就是属词项,它确定了被定义项指称的范围,即被定义项指称的什么类型的对象。所谓“种差”就是描述被定义项指称的对象相对于其他种所特有的属性。“属 + 种差”的定义方法可用如下公式表示:

$$\text{被定义项} = \text{种差} + \text{属词项}$$

通过“属 + 种差”的方法,我们明确了词项所指称的是什么类型的对象,又指明词项所指称对象与同类其他种对象的区别,也就明确了词项所指称对象的特有属性,以致能够识别和把握对象。

最后我们必须指出,并不是所有词项都可以用“属 + 种差”方法下定义,以揭示其内涵,因为凡是可以定义的词项都应有其属词

项，而有些词项没有属词项。例如，哲学范畴就没有属词项，因此对它们不能下定义。

其实，无论从正常思维，还是从理论研究角度分析，我们都不可能对所有词项下定义。被定义项要用定义项说明，而对定义项下定义又需要新的词项。如果一直追溯下去，我们将陷入无限循环的怪圈。因此每一个理论体系都有其不能定义的概念。我们称这样的概念为该理论的初始概念。

3. 定义的规则

传统定义理论认为，必须遵守特定的规则，定义才可能是正确的。规则一共有五条。

第一，定义项与被定义项必须是同一关系。

在词项的关系中我们已经讨论过，两个词项有同一关系说明两个词项指称的是同一对象。在定义中，定义项是用来明确被定义项的。如果二者不同一，说明二者指称的不是同一对象，定义就不可能是正确的。

例如，根据《中华人民共和国民法通则》第二条，关于我国民法可以做出如下定义：

“中华人民共和国民法是调整平等主体的公民之间、法人之间、公民和法人之间的财产关系和人身关系的法律”。

因此，如下两个语句如果作定义都是错误的：

(1) 中华人民共和国民法是调整平等主体的公民之间、法人之间、公民和法人之间关系的法律。

(2) 中华人民共和国民法是调整平等主体的公民之间、法人之间、公民和法人之间的财产关系的法律。

这里的语句(1) 定义过宽，而(2) 定义过窄。

第二,定义项中不能直接或间接地包含被定义项。

定义项的功能在于揭示被定义项所指称对象的特有属性。如果定义项中直接或间接包含被定义项,就等于用被定义项自己来说明自己,这相当于同语反复,实际上什么也没有说。如下两个语句作定义显然是错误的:

(1) 圆就是圆形的曲线

(2) 完全行为能力人就是成年人,而成年人就是具有完全行为能力的人。

这里的(1)中定义项直接包含被定义项,是一种同语反复。在(2)中,定义项间接包含被定义项,是循环定义,显然,如果不知道什么是"完全行为能力"和什么是"成年人",由这个定义我们还是什么都不知道。

第三,定义必须是清楚明白的。

这条规则规定,下定义所使用的语词应该是涵义清楚确定,而不能是涵义晦涩含混的。因为涵义晦涩含混的语词将导致理解上的困难和歧义,不能真正揭示被定义项所指称对象的特有属性,也就达不到明确词项内涵的目的。因此,以如下语句作定义都是错误的:

(1) 生命是通过塑造出来的模式而进行的新陈代谢。

(2) 儿童是祖国的花朵。

这里的(1)是恩格斯《反杜林论》中所批评的杜林对"生命"概念的定义。"塑造出来的模式"是一个涵义非常含混的词,它不可能准确描述一个生命现象的特有属性。而(2)运用的是比喻手法,它只能表达出一种富于情感的想象,不可能说明什么是"儿童",儿

童和花朵是不能混为一谈的。这说明,决不能用比喻的方法下定义,因为用比喻的方法描述对象特有属性,总会导致含混和歧义。

思考题

一、什么是词项?词项与语词的关系如何?

二、词项的逻辑特征是什么?

三、通常所说的“明确概念”和逻辑学所提出的“明确词项”有何关系?这种关系表明“明确概念”应当去明确哪些内容?

四、怎样理解相容关系和不相容关系?

五、如何区分单独词项与普遍词项、集合词项与非集合词项?

六、怎样进行限制与概括?

七、有哪些明确词项的逻辑方法,它们各自应遵循哪些规则?

练习题

一、根据词项分类的标准,指出下列语句中加有括号的词项属于哪些种类:

1.(中国人)死都不怕,奈何以死惧之

2.(重庆)是美丽的(山城)。

3.(无机物)是不含碳的化合物。

4.(中国知识分子)一定能完成历史赋予的使命。

5.(不相容关系)就是全异关系。

二、用欧拉图表示下列语句中括号内词项间的关系:

1.(自行车)是(非机动车),(摩托车)是(机动车),虽然它们大多数也是(两轮车)。当然,在公路上行驶的还有其他的(车)。

2. 这次展出的有(油画)、(中国画)、(版画)等。它们中有些是

(风景画),有些是(人物画)。

三、指出下列词项间的外延关系,并用欧拉图表示:

1. 学生、学校、学生会

2. 价廉、物美、高价、劣质

3. 方形、方桌、桌子

4. 北京、中华人民共和国首都

5. 动物、哺乳动物、非哺乳动物

四、下列各段文字中,哪些是标有横线的词项的定义或划分?

1. 地震是由于地球内部的某种动力活动而产生的一种地壳运动,如火山地震、构造地震、陷落地震等等。

2. 生产力是人类征服自然的能力,它包括劳动者、劳动工具、劳动对象三个要素。其中劳动者是生产力中的主要因素,劳动工具是生产力发展水平的主要标志。

3. 人的价值就是他对社会的贡献。一个人对社会的贡献越大,则他的价值越高。反之他对社会的贡献越小,则他的价值越低。

4. 物质是标志客观实在的哲学范畴,它包括整个自然界及人类社会。

五、下列定义和划分是否正确?若不正确,请指出该定义或划分违反了哪条规则,犯了什么逻辑错误?

1. 艺术是通过艺术手段反映社会生活的意识形式。

2. 资本家是占有大量的生产资料,靠剥削他人为生的人。

3. 商品是通过货币进行交换的劳动产品。

4. 中国画可分为山水画、花鸟画、人物画、工笔画和写意画。

5. 社会产品可分为生产资料和消费资料两大部分。

六、请运用关于词项种类的知识,指出下列各题中所存在的逻辑错误:

1. 他下车后,与前来欢迎的人群热烈拥抱。

2. 人是从猿进化而来的,罗伯特是人,所以罗伯特是从猿进

化而来的。

3. 长江是我国最大的水系。

七、下列词项的概括与限制是否正确?为什么?

1. 共产党 $\begin{cases}\text{概括:政党}\\ \text{限制:共产党员}\end{cases}$

2. 西南师大 $\begin{cases}\text{概括:高等院校}\\ \text{限制:法律系}\end{cases}$

3. 电灯 $\begin{cases}\text{概括:自行发光的物体}\\ \text{限制:钨丝}\end{cases}$

4. 词汇 $\begin{cases}\text{概括:语言的基本单位}\\ \text{限制:名词}\end{cases}$

5. 红色 $\begin{cases}\text{概括:颜色}\\ \text{限制:红色毛衣}\end{cases}$

第三章　传统直言命题逻辑

传统直言命题逻辑又称作词项逻辑。本章将明确什么是命题及命题的逻辑特征，明确传统直言命题的逻辑结构及 A、E、I 和 O 四种命题的形式特征，它们的周延性问题，相互间的对当关系。以此为基础分析直接推理和三段论。三段论推理是传统直言命题逻辑的核心。

第一节　命题概述

1.1　什么是命题

我们已经讨论了词项的有关问题。词项是用以指称和表达对象的，它是构成命题的基本要素。

然而，对象总是具有某种属性，或者处于某种关系之中，我们只有认识把握了对象的属性或者对象之间的关系，才能认识和把握对象。孤立的一个或若干个词项只代表特定的某一个或若干个对象，不能对对象的其他性质或关系做出说明。例如，仅仅有“人”、“动物”这两个的词项，它们只代表两类不同的对象。至于它们和其他属性、对象的具体情况究竟怎样，仅仅从这两个词项本身是无法说明的。正是就这个意义而言，我们说孤立的词项还不能完整地

表达我们的思想。只有把词项按照一定的语法规则组合起来，例如，把“人”和“动物”组合为“所有人是动物”，才能对人这个对象的情况做出说明。

这种关于某对象具有某性质或某几个对象之间有某种关系的描述通常被看作事件。显然，事件不同于对象。所谓命题就是用语句形式表达出来的关于事件的思想。语句“所有人是动物”就表达了一个命题。

我们也看到，词项是构成命题的要素，但是，对于事件具有完整意义的最基本表达单位是命题而不是词项。

事件可以是简单的，例如，某事物具有某属性，某几个对象之间具有某种关系；也可以是复杂的，如某一事件情况与另一事件之间具有某种联系。因此，描述事件的命题也就有简单命题和复杂命题的区分。下列语句所表达的都是命题：

(1) 所有人是动物

(2) 李白和杜甫是同时代人

(3) 如果天在下雨，那么地是湿的。

语句(1)表达了人具有动物属性这样的简单事件，因而是一个简单命题。描述某对象具有某性质的简单命题被称作性质命题。

语句(2)表达了李白和杜甫之间有“同时代人”这样一种关系的简单事件。它也是简单命题。描述某几个对象具有某关系的简单命题被称作关系命题。

语句(3)则表达了“天在下雨”和“地是湿的”这两个事件之间具有条件联系的复杂情况。它是由“天在下雨”和“地是湿的”这两个命题构成的，因此被称作复合命题。复合命题根据联结词不同又区分为若干种类。

由此，我们可以对命题作如下分类：

- 命题
  - 简单命题
    - 直言命题(性质命题)
    - 关系命题
  - 复合命题
    - 联言命题
    - 选言命题
    - 条件命题
    - 等值命题
    - 负命题

1.2　命题的逻辑特征

命题是描述事件的,这就有一个命题所描述的事件与事实相不相符合的问题。如果一个命题所描述事件事实上存在,即事件确实发生,那么命题的描述符合事实,这个命题就是真的,例如,“所有人是动物”。一个命题所描述的事件如果不符合事实,那么该命题就是假的,例如,“有人不是动物” 就是一个假命题。真实是不以人的意志为转移的,因此命题的真假标准是客观的。独立于人的主观意志而存在。

任意一个命题它要么是真的,要么是假的。无所谓真假的思想不是命题。例如,词项就不是命题。尽管词项有虚词项和实词项的区分,虚词项指称的对象在客观现实中是不存在的,但虚词项本身无所谓真假。包含虚词项的命题可以是真命题,如“世界上没有鬼神”;包含实词项的命题可以是假命题,如“所有金属是液体”。

一个命题是真的,那么它的描述符合事实;一个命题是假的,那么它的描述不符合事实。我们经常说事实只有一个,即客观存在就是如此,它不以任何人的意志为转移。因此,一个命题的描述不可能既符合事实又不符合事实。这决定了一个命题是真的,它就不可能假;一个命题是假的,它就不可能真。不存在那种既真又假的命题。

一个命题要么是真的,要么是假的,这就是命题的逻辑特征。

我们把真假叫做命题的逻辑值,或简称为命题真值(truth value)。真命题就是其逻辑值为真的命题,假命题是其逻辑值为假的命题。

1.3 命题与语句、判断

1. 命题与语句

同词项一样,命题也是以语言为载体的。与词项不同的是命题依存于语句而不是语词。命题的存在和表达都要借助于语句。可以这样说,没有语句也就没有命题。因此命题与语句是密切相关的。

我们强调命题依存于语句,但不能因此就断定命题就是语句。命题和语句还是有区别的。这些区别表现在以下几个方面。

首先,命题是描述事件的语句所表达的思想内容,属于思维的范畴。而语句则是一种符号,它写出来是一组笔画,说出来是一种声音。如果不考虑语句被运用时所表达的具体内容,语句就只是一种物质性的东西。

其次,并非所有语句都直接表达命题。命题是同事件相关的,它具有要么真要么假的逻辑特征。因此,任何直接表达命题的语句都必须对事件有所描述,能够表达出或真或假的特征。显然,并不是所有语句都具有这样的功能。我们看下列语句:

(1) 地球是行星。

(2) 地球是行星吗?

(3) 啊!地球!

(4) 要爱护保护地球!

这里的语句(2)是疑问句,它仅仅提出问题。语句(3)是感叹句,它只是抒发情感。语句(4)是祈使句,它表达一种要求、愿望。这几类语句都没有直接描述事件,也就无所谓真假,因此它们不表

达命题。语句(1) 则不同,它作为陈述句,描述了地球是行星的客观情况。这个描述是符合事实的,因此它是一个真的陈述句,语句(1) 有所描述并且可区分真假,它表达了命题。

一般来说,只有陈述句才直接表达命题。

第三,即使是陈述句,它与命题之间也没有一一对应的关系.同一个命题可以有不同的语句表达形式。这表现在不同的民族语言对同一个命题的表达是不同的,并且在同一民族语言中对同一命题的表达形式也是多样化的。

不仅同一命题可以用不同的语句表达,同一个语句还可以表达不同的命题。例如,“满山遍野都是杜鹃”这个语句既可以看作对花的描述,也可以看作对鸟的描述。这是由语言的多义性导致的。又如“一个学生画展开幕了”既可表达以某特定学生为作者的画展开幕这一事件,又可表达某个以学生(不止一位)为作者的画展开幕了这样的不同事件。这是由语句结构的歧义性导致的。

正由于命题与陈述句的上述区别,我们有必要将二者区分开来。

2. 命题与判断

判断不同于命题。判断与命题的区别主要表现在这样两个方面。

首先,命题是描述事件的,相对于一个事件只有一个命题。从这个意义上讲,虽然命题是思想性的东西,但由于它所描述的事件是客观的、因而它具有客观性。判断则不同,判断是人们对某种情况做出的断定。人们只有对事物情况有所认识才能做作断定,因此判断是依赖于主体的认识。对于同一事件,人们基于不同的立场或价值观,可以做出不同的断定;即使是对同一断定者来说,随着认识的发展或变化,也可能对同一命题做出不同的断定。

其次,一个描述事件的思想如果被人们所断定,它就成为了判

断，由此我们可以说所有判断都是被断定了的命题。而一个命题是否能成为一个判断，依赖于人们对它是否有所断定。例如，“火星上有生物存在”，这个语句所表达的就仅仅是一个命题，因为现代科学技术的局限使我们还无法对它做出断定。显然，我们总是在一定理论背景下才能对一个命题做出断定。因此判断总是相对于一定理论或观点而言的。所谓科学判断就是已被科学理论断定为真(假)的命题。

判断与命题一样，也是或者为真，或者为假的。如果断定符合客观事实，判断为真；如果断定不符合客观事物，则判断为假。判断的真假是有客观标准的，不依赖于断定者的主观意志。

至此我们看到，所有判断都是被断定了的命题，而有些命题由于客观条件的限制不能被断定，因而不是判断。区分判断和命题对于正确理解人的认识能力和认识过程有重要意义。逻辑学理论将帮助我们如何做出正确的断定。

第二节　传统直言命题

2.1　传统直言命题及其逻辑结构

1. 什么是传统直言命题

传统直言命题又简称为直言命题，它是一种简单命题。分析直言命题及其逻辑结构首先需要分析简单命题。

所谓简单命题是指结构最简单的命题，从其表达的形式结构上分析，它是不能再分解为其他命题的命题。例如：

所有金属是导电的

这就是个简单命题。因为如果对它进行分解，得到的不再是命题，而是词项“所有”、“金属”、“导电的”和“是”等。

简单命题分为两大类，一类是性质命题，它描述的是某对象具有或不具有某种属性。“所有金属是导电的”就是一个性质命题。

另一类简单命题是关系命题，它描述的是某几个对象之间具有某种关系。如下都是关系命题：

武汉位于南京和重庆之间。

有的选民拥护所有候选人。

直言命题就是结构最简单的性质命题。下列命题都是直言命题：

(1) 所有股份有限公司是企业法人。

(2) 有些动物不是有脊椎的。

命题(1)表达了“股份有限公司”这类对象的所有分子都具有“企业法人”的属性。命题(2)表达了“动物”这类事物至少有一部分分子不具有“有脊椎”的属性。

早在古希腊时期亚里士多德就对直言命题及其推理进行了较为充分的研究，传统直言命题的叫法由此而来。

2. 直言命题的逻辑结构

直言命题一般有四个组成部分。主项、谓项、量项和联项。

主项是直言命题中指称代表事物对象的词项。在上例命题(1)中，“股份有限公司”是主项，在命题(2)中“动物”是主项。

谓项是命题中指称代表对象所具有或不具有的性质的词项。

在上例命题(1)中,“企业法人”是谓项。在命题(2)中,“有脊椎的”是谓项。

量项是表达主项外延数量的词项。量项有全称量项和特称量项两种。全称量项一般用语词“所有”、“每一个”、“凡”等表示,上例命题(1)的量项就是全称量项。特称量项一般用“有”、“有些”表示,上例命题(2)的量项就是特称量项。

联项是表达主项与谓项之间逻辑关系的词项。联项有肯定的与否定的两种。肯定联项一般用语词“是”表示,上例命题(1)的联项就是个肯定联项。否定联项一般用语词“不是”表示,上例命题(2)的联项就是一个否定联项。

在直言命题的这四个组成部分中,量项和联项的逻辑涵义是确定的。如果一个直言命题的量项是全称的,说明命题表达了主项全部外延,如果量词是特称的,命题则只表达了主项的部分外延。

联项肯定则说明命题的主项和谓项之间是相容关系,就是说主项所指称的对象与谓项指称的对象至少有部分是相同的,即主项指称的对象具有谓项表达的属性。如果命题的联项是否定的,说明主项和谓项之间具有不相容关系,即主项指称的对象不具有谓项指称的性质。

逻辑涵义确定的词项被称作逻辑常项。因此,直言命题的量项和联项是逻辑常项。

与量项和联项不同,主项和谓项的逻辑涵义是不确定的。因为在直言命题中,主项和谓项可以是任意词项,我们不能确切地规定主项和谓项只能代表哪个或哪几个具体词项。逻辑涵义不确定的词项被称作逻辑变项。因此,主项和谓项是变项,分别用 S 和 P 表示。

虽然就主项 S 和谓项 P 究竟代表哪个具体词项来说它们的涵义是不确定的,但就它们必须代表并且也只能代表词项这一点却是很确定的。因此,我们说 S 和 P 是以词项为定义域的变项。它们

代表任意词项，而不是其他什么东西。

任何一个传统直言命题都是由主项、谓项、量项和联项四部分构成。由此，我们说，任何传统直言命题都具有如下形式结构：

所有（有）S 是（不是）P

当我们将这个命题形式中的 S 和 P 都代之以具体词项时，我们就得到一个具体的直言命题。例如，当量项全称，联项肯定时，若将"S"代之以"金属"，"P"代之以"导电的"，我们就得到具体命题"所有金属是导电的"。

2.2 直言命题的种类

在直言命题的逻辑形式中，只有量项和联项的涵义是确定的。因此，我们就只能根据量项和联项的不同来区分直言命题的逻辑类型。

1. 全称命题和特称命题

全称命题与特称命题的区分是由量项决定的。量项全称的直言命题是全称命题，量项特称的直言命题则是特称命题。

量项是对主项外延量的描述。全称量项描述了主项的全部外延，全称命题则描述的是主项所指称的全部对象都具有（或不具有）谓项所指称的属性。如下命题都是全称命题：

所有有选举权的中国公民都是年满 18 岁的

所有企业法人都不是自然人

如果一个直言命题的量项只描述了主项的部分外延，这个量项就是特称的。我们称这样的命题是特称命题。如下命题都是特称

命题：

有些语句是直接表达命题的
有些水生动物不是用鳃呼吸的

特称命题的量项“有”或“有些”在对主项外延量的描述上具有不确定性。“有”或“有些”的涵义是“至少有一个”。至少有一个并不排除可能全部的情况。如：我进教室看见有几个女同学在，我就知道“这个班有些同学是女的”。但我不可能由此就推知班上全部同学的情况，有可能这个班的所有同学都是女的，也可能这个班只有一部分同学是女的。

正因为特称量项对主项外延量的描述不确定，由“有 S 是 P”推不出“有 S 不是 P”。不少人习惯地认为，某人说“班上有同学是女的”还意味着“班上有同学不是女的”，即认为“有”可以表达“只有一部分”的涵义。这种看法并不正确，“至少有一部分”与“只有一部分”在表意上有很大区别，没有特殊的语言背景，“有”不能表达“只有一部分”的涵义。

显然，在全称命题和特称命题中，主项都应该是普遍词项。因为只有当一个词项的外延有多个分子时，我们才能说其全部或部分。如果主项是单独词项，它指称某个特定的个体，我们要对其区分部分或全部是没有意义的，因此，量项对于它不起作用。这种主项是单独词项的命题我们称之为单称命题。例如：

鲁迅是《祝福》的作者
世界最高峰不在印度境内

这都是单称命题。

单称命题与带有量项的全称或特称命题有着不同的逻辑结构

和性质特征，对这一点，我们将在后面的谓词逻辑一章中讨论。在传统逻辑理论中，没有对单称命题的专门讨论，在传统逻辑看来，单称命题主项的外延是一个特定对象，单称命题对这个对象情况的描述就是对主项全部外延情况的描述，因此，可以把单称命题归入全称命题的范围内。就是说，在传统逻辑理论中，全称命题既包括量项全称的命题，又包括单称命题。

其实，全称命题和单称命题无论是逻辑形式还是逻辑特征都有很大的区别，关于这一点我们在第六章量化逻辑理论中将作深入分析。

2. 肯定命题与否定命题

肯定命题与否定命题的区分是由联项决定的。

直言命题的联项表达主项与谓项之间的关系。联项有肯定与否定之分。肯定联项表示主项与谓项之间具有相容关系，即主项的外延与谓项的外延至少有一部分是重合的。联项肯定的命题我们称之为肯定命题。如下命题都是肯定命题：

所有命题都是用语句表达的
有些金属是固体

在汉语表达习惯中，肯定命题的联项可以省略。如“命题都用语句表达”。

否定联项表示主项与谓项之间具有不相容关系，即主项外延的全部或部分被排斥在谓项外延之外。联项否定的命题我们称之为否定命题。例如：

所有无行为能力人的签章都不是有效的
有些劳动产品不是商品

3. A、E、I、O 四类命题

如果把量项和联项结合起来对直言命题进行划分，可以把直言命题分为四种类型。

一是全称肯定命题，即量项全称联项肯定的命题。这类命题表达的是主项的全部外延都包含在谓项外延之中。全称肯定命题的逻辑形式为：

“所有 S 是 P”

在传统逻辑中，全称肯定命题被叫做 A 命题。A 是拉丁文“*affirmo*”的第一个元音字母的大写。该词表示肯定。加上主项 S 和谓项 P，“SAP”代表的就是全称肯定命题。

在自然语言中，A 命题有多种表达方式，如“无一 S 不是 P”，“没有不是 P 的 S”，“凡 S 皆 P”等等。

二是全称否定命题，即量项全称联项否定的命题。这类命题表达的是主项的全部外延都被排斥在谓项外延之外。全称否定命题的逻辑形式为：

“所有 S 不是 P”

在传统逻辑中，全称否定命题叫做 E 命题。E 是拉丁文“否定”一词“*nego*”的第一个元音字母的大写。加上主项 S 和谓项 P，“SEP”代表的就是全称否定命题。

在自然语言中，E 命题也有多种表达方式。如“无一 S 是 P”，“没有是 P 的 S”，“凡 S 皆非 P”等等。

三是特称肯定命题，即量项特称联项肯定的命题。这类命题表达的是主项的外延至少有一部分不是排斥在谓项外延之外，而是

包含在谓项外延之内。特称肯定命题的逻辑形式为：

“有 S 是 P”

在传统逻辑中，特称肯定命题叫做 I 命题。I 是拉丁文“*affirmo*”的第二元音字母的大写。加上主项 S 和谓项 P，“SIP”代表的就是特称肯定命题。

第四类直言命题是特称否定命题，即量项特称联项否定的直言命题。这类命题表达的是主项的外延至少有一部分不是包含在谓项外延之内，而是排斥在谓项外延之外的。特称否定命题的逻辑形式为：

“有 S 不是 P”

在传统逻辑中，特称否定命题被叫做 O 命题。O 是拉丁文“*nego*”的第二个元音字母大写。加上主项 S 和谓项 P。“SOP”代表的就是特称否定命题。

至此我们看到，传统直言命题有四种类型，它们分别是：

A 命题：形式为“所有 S 是 P”，简写为“SAP”；
E 命题：形式为“所有 S 不是 P”，简写为“SEP”；
I 命题：形式为“有 S 是 P”，简写为“SIP”；
O 命题：形式为“有 S 不是 P”，简写为“SOP”。

2.3 直言命题的周延性

直言命题的主项和谓项都是词项，词项都有所指，因此都有外延。如果孤立地列举一个词项，该词项必然指称代表了它的所有外延。但是，当词项作为直言命题的主项或谓项时，情况就发生了变

化，有时它能指代其所有的外延，有时则不能指代其全部外延。直言命题的周延性问题所讨论的就是一个直言命题的主项和谓项对其外延的指代情况。

在直言命题中，一个项如果能指代其全部外延，则称这个项是周延的；一个项如果不能指代其全部外延，则称这个项是不周延的。因此，如果主项能指代其全部外延，则称主项周延；主项不能指代其全部外延，则称主项不周延。如果谓项能指代其全部外延，则称谓项周延；谓项不周延则是指谓项不能指代其全部外延。

直言命题主谓项的周延情况是由命题的逻辑形式决定的。分析周延性问题须从分析直言命题的形式入手。首先，直言命题主项的周延情况是由量项决定的。全称量项描述了主项全部外延，因此全称命题主项周延；特称量项没有表达主项的全部外延，因此特称命题的主项不周延。

直言命题谓项的周延情况是由联项决定的。肯定联项描述的是主项 S 的外延与谓项 P 的外延之间具有相容关系，这就意味着谓项 P 的外延中至少有一部分是主项 S 的分子，至于是否 P 的全部外延都是 S，肯定联项则不能肯定。肯定联项没有表达谓项的全部外延情况，因此，肯定命题的谓项不周延。否定联项则不同，“S 不是 P”说明主项 S 所指代的那些对象全部被排斥在谓项 P 的外延之外，即 P 的全部外延中都没有主项 S 的分子。因此，在否定命题中谓项指代了它的全部外延，谓项是周延的。

由此我们得到 A、E、I、O 四种命题的主谓项周延情况。

A 命题“所有 S 是 P”，作为既全称又肯定的命题、它主项周延谓项不周延。

E 命题“所有 S 不是 P”，作为既全称又否定的命题，它主项 S 周延，谓项 P 也是周延的。

I 命题“有 S 是 P”，作为既特称又肯定的命题，它的主谓项都不周延。

O命题"有 S 不是 P",作为既特称又否定的命题,它的主项 S 不周延,谓项 P 是周延的。

表 3-1 直观地显示了 A、E、I、O 几种命题的周延情况。

表 3-1

命　　题	主　　项	谓　　项
SAP	周　　延	不周延
SEP	周　　延	周　　延
SIP	不周延	不周延
SOP	不周延	周　　延

2.4　A、E、I、O 之间的对当关系

对当关系是指具有相同素材的命题之间的真假制约关系。对直言命题而言,所谓相同素材是指具有相同的主项和谓项。如下就是具有相同素材的 A、E、I、O 四种命题:

所有金属是导电的
所有金属不是导电的
有金属是导电的
有金属不是导电的

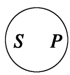
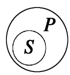
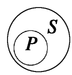
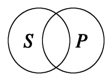
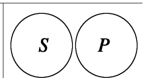
命题的真假是由其描述的事件是否存在,即命题的表达是否符合事实决定的。但是,根据对当关系讨论命题之间的真假关系,不是去直接考察命题的表达是否符合事实,而是要由一个给定命题的真或假,去推知与其素材相同的其他命题的真或假。

显然,对当关系只能在相同素材的命题之间成立. 我们由"所有金属是导电的"这一命题为真,可以推知"有金属是导电的"为真,而"有金属不是导电的"这一命题为假,但却推不出"有金属是固体"是真还是假。

对当关系的理论基础是主项 S 与谓项 P 之间的逻辑关系。主项 S 和谓项 P 都是词项，S 和 P 之间的逻辑关系就表现为任意两个词项的关系。S 与 P 之间的逻辑关系不一样，由其构造的直言命题相互之间的真假制约关系就不同。

我们在第二章词项的讨论中已经指出，任意两个词项，这里是主项 S 与谓项 P，它们之间的逻辑关系是，并且只能是如下五种关系中的一种。S 与 P 的关系不同，由其构造的直言命题其真假情况就不同。如下表所示：

表 3-2

					
SAP	真	真	假	假	假
SEP	假	假	假	假	真
SIP	真	真	真	真	假
SOP	假	假	真	真	真

这个表就是我们分析讨论直言命题的对当关系的基础。

A、E、I、O 四种命题之间的对当关系可用如下逻辑方阵刻画：

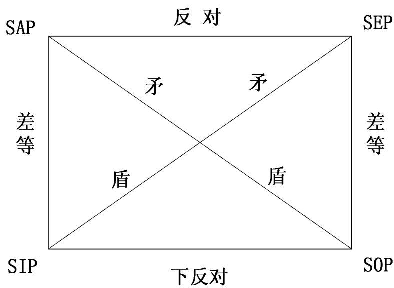


图 3-2

图 3-2 中的每条直线都表示它所连接的两个命题之间的关系。由图可见，对当关系有四种：

1.上反对关系。这是两个全称命题即 *SAP* 与 *SEP* 之间的关系。

由表 3-2 可见，当 *SAP* 真时，*S* 与 *P* 之间或者具有同一关系，或者具有 *S* 包含于 *P* 的关系。以这样的 *S* 与 *P* 构造一个 *E* 命题，它一定是假的。*SEP* 相对于 *SAP* 亦如此。因此，*SAP* 与 *SEP*，一个真时，另一个必假。

当 *SAP* 假时，*S* 与 *P* 之间具有 *S* 包含 *P*、*S* 与 *P* 交叉或 *S* 与 *P* 全异的关系。以这样的 *S* 与 *P* 构造一个 *E* 命题，它在 *S* 包含 *P* 或 *S* 与 *P* 交叉时是假的，在 *S* 与 *P* 全异时又真，即它的真假是不确定的。*SEP* 相对于 *SAP* 亦如此。因此，*SAP* 与 *SEP*，一个假时，另一个真假不定。

显然，具有上反对关系的两个命题不能同真，但可以同假。

2.下反对关系。这是两个特称命题 *SIP* 与 *SOP* 之间的关系。

如表 3-2 所示，当 *SIP* 真时，*S* 与 *P* 之间具有同一、包含于、包含或交叉关系。以这样的 *S* 与 *P* 构造一个 *O* 命题，它在 *S* 包含 *P* 或 *S* 与 *P* 交叉时是真的，在 *S* 与 *P* 同一或 *S* 包含于 *P* 时是假的，即它的真假不确定。*SOP* 相对于 *SIP* 亦如此。因此，*SIP* 与 *SOP*，一个真时另一个真假不定。

当 *SIP* 假时，*S* 与 *P* 具有全异关系，以这样的 *S* 与 *P* 构造一个 *O* 命题，它一定是真的。*SOP* 相对于 *SIP* 亦如此。因此，*SIP* 与 *SOP* 一个假时另一个必真。

就是说具有下反对关系的两个命题不能同假，但可以同真。

3.差等关系。这是联项相同的两个命题之间的关系，即 *SAP* 与 *SIP*，*SEP* 与 *SOP* 之间的关系。我们称两个全称的命题为上位命题，两个特称的命题为下位命题。

由表 3-2 可见，当上位命题真时，下位命题一定真；上位命题

假时，下位命题真假不定；当下位命题假时，上位命题必假；下位命题真时，上位命题真假不定。

4.矛盾关系。这是 *SAP* 与 *SOP*，*SEP* 与 *SIP* 之间的关系。

由表 3-2 可见，当 *SAP* 真时，*SOP* 必假，反之亦然；当 *SEP* 真时，*SIP* 必假，反之亦然。就是说具有矛盾关系的两个命题一个真时，另一个必假；一个假时，另一个必真。

2.5 传统直言命题的文恩图解

我们在前面的讨论中是以欧拉图来显示直言命题的逻辑性质。尽管欧拉图可以直观明显地表达任意两个词项之间的逻辑关系，但用它来刻画直言命题的逻辑性质时，却有很大的局限。

直言命题所表达的主谓项关系不同于任意两个词项之间的关系。在表 3-2 中我们看到，每种欧拉图都不能独立确定地解释某类命题，而每种形式的命题都需要多个图形来解释，例如，*SIP* 命题真的情况要用(1)(2)(3)(4) 四种图形来说明。不仅图形与命题之间的关系不是一一对应的，而且传统直言命题的一些特殊的逻辑特征也在欧拉图中无法解释。因此我们要引入一种新的图解：文恩图。

与欧拉图不同，文恩图用下图作为解释直言命题的框架，图中用线条覆盖的部分表示“没有事物存在”，用“十” 号表示“有事物存在”。*A*、*E*、*I*、*O* 四种命题都可用文恩图来表示。

全称肯定命题 *SAP* 的文恩图如下：

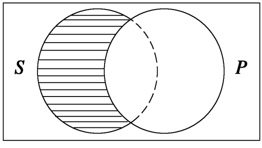


图 3-3

图 3-3 表示的是:“是 S 而不是 P 的事物不存在”,即“所有 S 是 P”,这正是对 A 命题即 SAP 的描述。

全称否定命题 SEP 的文恩图如下:

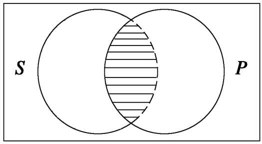


图 3-4

图 3-4 表示的是:“是 S 又是 P 的事物是不存在的”,即“所有的 S 不是 P”,此即为 E 命题 SEP。

特称肯定命题 SIP 的文恩图如下:

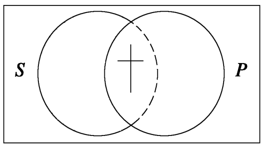


图 3-5

图 3-5 表示的是:“有是 S 又是 P 的事物存在”,即“有 S 是 P”,这是对 I 命题 SIP 的表述。

特称否定命题 SOP 的文恩图如下:

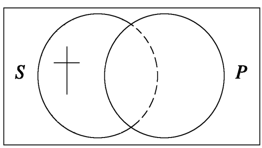


图 3-6

图 3-6 表示的是:“有是 S 但不是 P 的事物存在”,即“有 S 不是 P”,亦即 SOP。

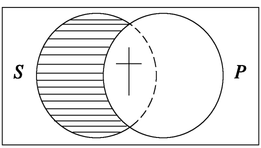
文恩图直观明确地显示了传统直言命题所表达的主谓项之间

的关系，而且它还能显示隐含在传统直言命题之中的，欧拉图所无能为力的逻辑特征，例如，主项存在的问题。

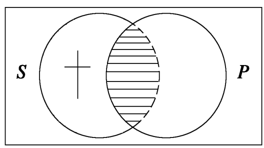
所谓主项存在是指主项指称的对象是客观存在的。I 命题表示有是 P 的 S 类事物存在，O 命题表示有不是 P 的 S 类事物存在，文恩图解中用“+”表示这个含义。特称命题在现代逻辑中又被叫做存在命题。全称命题则不同，A 命题表示不是 P 的 S 类事物不存在，E 命题表示是 P 又是 S 类的事物不存在，至于 S 类事物本身存在与否没有表示，所以 A、E 命题的文恩图解中没有“+”号出现。

然而，传统直言命题实际上预设了主项存在。只有在主项存在的条件下传统的对当关系才能成立。如果主项不存在，即 S 是空类，那么如图所示，“是 S 但不是 P 的事物不存在”是真的，并且“是 S 又是 P 的事物不存在”也是真的，因此 SAP 与 SEP 都真，上反对关系不能成立。而 SIP 与 SOP 都假，下反对关系不成立；又由于 SAP 真但 SIP 假，SEP 真但 SOP 假，差等关系也不成立。只有矛盾关系还能成立。

既然传统逻辑预设了直言命题主项存在，我们运用文恩图时。应在 A、E 的图解中加上“+”，即将其分别示为：



SAP



SEP

显然，在主项存在的预设下，传统的对当关系都是成立的。

第三节 直接推理

3.1 直言命题推理概述

直言命题推理是其前提和结论都是直言命题，并且根据直言命题的逻辑性质进行的推理。例如：

所有商品都是用于交换的；所以不用于交换的都不是商品

所有鱼都是用鳃呼吸的；有些水生动物不是用鳃呼吸的；所以有些水生动物不是鱼

这些都是直言命题推理。

我们在绪论中已经谈到，逻辑学讨论的是推理论证的有效性和正确性问题。一个推理是有效的，并且当它前提真时结论必真，即结论的真是由前提推导出来的。而一个推理的有效无效是由推理的形式决定的。

对于直言命题的推理来说，其推理的有效性是由构成推理的直言命题形式决定的。直言命题推理的前提可以是一个直言命题，也可以是多个直言命题，由此我们将其区分为直接推理和间接推理。直接推理是前提只有一个直言命题的推理。直言命题的间接推理即三段论。

既然直接推理是前提只有一个直言命题的推理，这样的推理就只能或者是根据这个命题与其相同素材的其他命题之间的对当关系来进行，或者是通过改变该命题的逻辑形式来进行，由此我们把直接推理区分为对当关系推理和变形推理。

3.2 对当关系推理

对当关系推理是根据直言命题之间的对当关系，由一个命题必然地推出另一个命题的推理。

我们用“⇒”表示推导符号，它左边的命题是前提，右边的命题是结论；用“¬(*SAP*)”表示对“*SAP*”的否定，即 *SAP* 真时，¬(*SAP*)为假，而 *SAP* 为假时，¬(*SAP*)为真。根据对当关系，我们可以得到如下的有效推理形式。

1.以 *SAP* 为前提的

SAP⇒¬(*SEP*)　（上反对关系：*A* 真时 *E* 必假）

SAP⇒*SIP*　（差等关系：上位真，下位必真）

SAP⇒¬(*SOP*)　（矛盾关系：*A* 真，*O* 必假）

¬(*SAP*)⇒*SOP*　（矛盾关系：*A* 假，*O* 必真）

2.以 *SEP* 为前提的

SEP⇒¬(*SAP*)　（上反对关系，*E* 真，*A* 必假）

SEP⇒*SOP*　（差等关系：上位真，下位必真）

SEP⇒¬(*SIP*)　（矛盾关系：*E* 真，*I* 必假）

¬(*SEP*)⇒*SIP*　（矛盾关系：*E* 假，*I* 必真）

3.以 *SIP* 为前提的

SIP⇒¬*SEP*　（矛盾关系：*I* 真，*E* 必假）

¬(*SIP*)⇒*SEP*　（矛盾关系：*I* 假，*E* 必真）

¬(*SIP*)⇒¬(*SAP*)　（差等关系：下位假，上位必假）

¬(*SIP*)⇒*SOP*　（下反对关系：*I* 假，*O* 必真）

4.以 *SOP* 为前提的

SOP⇒¬(*SAP*)　（矛盾关系：*O* 真，*A* 必假）

¬(*SOP*)⇒*SAP*　（矛盾关系：*O* 假，*A* 必真）

¬(*SOP*)⇒¬(*SEP*)　（差等关系：下位假，上位必假）

$\neg(SOP) \Rightarrow SIP$　　（下反对关系：O假，I必真）

由上述有效推导式，我们可以推出如下几种等值推理关系。等值推理表达了这样的逻辑内容：由前提可推结论，并且由结论可推前提，即前提和结论要真同真，要假同假，它们是逻辑等值的。这些推导式为：

$SAP \Leftrightarrow \neg(SOP)$

$SEP \Leftrightarrow \neg(SIP)$

$SIP \Leftrightarrow \neg(SEP)$

$SOP \Leftrightarrow \neg(SAP)$

3.3　变形推理

变形推理是通过改变一个直言命题的形式而得到结论的推理。改变直言命题形式有两种基本方法，一是改变命题联项，即把肯定联项变成否定的，把否定联项变成肯定的，这是换质推理。一是改变命题主谓项的位置，把主项换成谓项，谓项换成主项。这是换位推理。

1.换质推理

换质推理是改变直言命题的联项，由一个肯定命题推出否定命题，由一个否定命题推出肯定命题的推理。

换质推理不能只改变前提的联项，而是分别在其联项和谓项前面加上否定词素而得到结论。显然，换质使得结论的联项与前提的联项相反，即前提肯定则结论否定，前提否定则结论肯定。并且结论的谓项是前提谓项的负词项。如下就是一个换质推理：

所有有选举权的都是成年人

所以所有有选举权的都不是未成年人

这个推理由一个 A 命题推出了一个 E 命题，而 E 命题的谓项“未成年人”是 A 命题谓项“成年人”的负词项。我们用“$\overline{S}$”表示词项 S 的负词项。

换质推理的有效性是很显然的。联项的否定与谓项的否定一起构成了否定之否定，结论没有改变前提的逻辑值，因此前提真时结论必定也是真的。

换质推理对 A、E、I、O 四种命题都适用，由此可得如下四种有效的推理形式：

$$SAP \Rightarrow SE\overline{P}$$
$$SEP \Rightarrow SA\overline{P}$$
$$SIP \Rightarrow SO\overline{P}$$
$$SOP \Rightarrow SI\overline{P}$$

仔细分析我们看到，换质推理是一种等值推理。对上述推理式右边的命题进行再换质，就推出了左边。

2.换位推理

换位与换质不同，它是通过交换前提主项和谓项的位置而推出结论的推理。就是说在换位推理的结论中，主项是前提的谓项，谓项则是前提的主项。例如：

所有唯心主义都不是科学的世界观。所以，所有科学世界观都不是唯心主义

就是一个换位推理。

换位推理必须遵守如下两条规则才能保证推理的有效性。

（1）**换位推理不得改变前提的联项。就是说前提是肯定命题的结论也必须是肯定命题；前提是否定命题的结论也必须是否定命题。**

（2）**前提中不周延的项，换位后也不得周延。**

这两条规则的必要性是显然的。换位推理交换了主谓项的位置，只有在不改变主谓项之间的关系的情况下才能保证推理的有效性，而主谓项之间的关系是由联项决定的，因此。换位推理不得改变前提的质，即前提的联项。

其次。结论所描述的内容必须与提前相一致才能保证推理的有效性。一个项在前提中不周延，就是说前提所描述的只同这个项的一部分外延相关，如果在结论中随意将这个项周延了，就是从这个项的部分外延的情况推论到全部外延，这种由部分到全部的推理不能保证前提真时结论必真，因此不是有效推理。

根据这两条规则，换位推理有如下几个有效推理形式：

$$SAP \Rightarrow PIS$$
$$SEP \Rightarrow PES$$
$$SIP \Rightarrow PIS$$

O 命题是不能换位的。O 命题是作为一个特称否定命题，它的主项 S 是不周延的。但是根据规则（1），否定命题换拉后仍然是否定的，因此不周延的 S 换位后成为一个否定命题的谓项。否定命题的谓项周延，这就违反了规则（2），前提中不周延的项结论中周延了。如果要不违反规则（2），就一定要违反规则（1）。所以 O 命题不

能换位。

我们已经讨论了对当关系推理、换质推理和换位推理。这三种直接推理方法可以综合使用。就是说我们可以根据需要对一个命题连续地进行换质换位，或者换位换质，或者依据对当关系进行推导，从而推出一个新命题。

〔例〕 以命题“凡不劳动者不得食”为前提，可以推出如下哪些结论？

(1)“得食的都是劳动者。”

(2)“凡不得食的都不是劳动者。”

(3)“有些劳动者是得食的。”

解：首先将前提和结论形式化。令“劳动者”为 S，“得食的”为 P。则前提和结论的形式为：

前提：$\overline{S}EP$

结论：(1) PAS

(2) $\overline{P}ES$

(3) SIP

关于(1)：$\overline{S}EP \quad \Rightarrow \quad PE\overline{S} \quad \Rightarrow \quad PAS$。所以可以推出结论(1)。

（换位）　（换质）

关于(2)：$\overline{S}EP \quad \Rightarrow \quad \overline{S}A\overline{P} \quad \Rightarrow \quad \overline{P}I\overline{S} \quad \Rightarrow \quad \overline{P}OS$

（换质）　（换位）　（换质）

由 $\overline{S}EP$ 只能推出 $\overline{P}OS$。而 $\overline{P}OS$ 与 $\overline{P}ES$ 是差等关系，$\overline{P}OS$ 真时 $\overline{P}ES$ 真假不定。因此，推不出(2)。

关于(3) 请读者自己解。

第四节　三段论

4.1　什么是三段论

三段论是由两个包含着一个共同项的直言命题推出一个新的直言命题的推理。如下就是一个三段论：

所有哺乳动物都是有脊椎的
所有人都是哺乳动物
所以，所有人都是有脊椎的

这个推理从两个包含着“哺乳动物”这个共同项的直言命题，推出了一个新的直言命题“所有人都是有脊椎的”。显然，三段论由三个直言命题构成。两个包含共同项的命题是前提，推出的新命题是结论。但是并非任意的三个直言命题相组合就能构成三段论。作为三段论的前提和结论的直言命题，必须包含有并且只能包含有三个项。

三段论的三个项分别称作主项、谓项和量项。小项是结论的主项，大项是结论的谓项，在两个前提中都出现的项是中项。在上例中，“人”是小项，“有脊椎的”是大项，“哺乳动物”是中项。

三段论的两个前提分别称作大前提和小前提。包含大项的前提是大前提，包含小项的前提是小前提。在上例中，“所有哺乳动物都是有脊椎的”包含有大项，因而是大前提，“所有人是哺乳动物”包含有小项，因而是小前提。

可见，分析一个三段论的形式必须从结论开始，首先区分小项和大项，再区分出大前提和小前提，然后根据中项在两个前提中的

位置对三段论作进一步分析。

我们通常用“S”表示小项，“P”表示大项，用“M”表示中项。由此，上例的推理形式为：

$$\begin{array}{c} \text{所有 } M \text{ 是 } P \\ \text{所有 } S \text{ 是 } M \\ \hline \text{所有 } S \text{ 是 } P \end{array}$$

也可记为

$$\begin{array}{c} MAP \\ SAM \\ \hline SAP \end{array}$$

4.2　三段论的规则

在传统逻辑中，一个三段论推理是否有效，是通过一系列规则来判定的。凡是遵守了这些规则的三段论推理才是有效的，而一个三段论如果违反了这些规则中的任何一条都将是个无效推理。

三段论的规则有多种表达方式，我们将其归结为七条。

其中前三条规则是关于项的规则，后四条规则是关于前提的规则。

1.一个三段论有，且只有三个项

这条规则是由三段论推理的定义决定的。

凡是在三段论推理中出现了四个项的，被叫做“四项错误”例如：

鲁迅的著作不是一天能读完的
《祝福》是鲁迅的著作

《祝福》不是一天能读完的

这个推理的前提真而论假，显然是无效的。推理无效的原因在于在两个前提中出现的词项“鲁迅著作”具有不同的含义，在大前提中“鲁迅著作”是在集合意义上使用的，而在小前提中它又是在非集合意义上被使用的，因此，两次出现的“鲁迅著作”是两个不同的词项。该推理犯了四项错误。

2.中项在前提中至少要周延一次

三段论要通过中项的联结作用确定大项和小项之间的关系。如果中项在两个前提中都不周延，就意味着它有一部分外延同大项有某种关系，一部分外延同小项有某种关系，至于究竟是哪部分外延同大项有关系，哪部分外延同小项有关系，这在直言命题的表达中是无法确定的。以这种不确定的关系显然无法确定大小项之间的关系，中项也就不能发挥中介联结作用而推出必然性的结论。例如：

狗是动物
猫是动物

猫?狗

凡中项在两个前提中都不周延的，被称作“中项不周延”的错误.

3.前提中不周延的项在结论中不得周延

在结论中出现的项是大项和小项，如果大项或小项在前提中

不周延在结论中却周延了，则说明结论表达的内容超出了前提，这就不能保证从前提推出必然真的结论，从而导致推理无效。

凡是大项在前提中不周延而在结论中周延的，被称作“大项扩大”的错误。例如：

所有抢劫是犯罪行为
所有贪污都不是抢劫
———————————
所有贪污都不是犯罪行为

在这个推理中，大项“犯罪行为”在前提中作为肯定命题的谓项，是不周延的，在结论中作为否定命题的谓项却周延了，因而犯了“大项扩大”的错误，导致推理无效。

凡小项在前提中不周延在结论中周延的，被称作“小项扩大”的错误。例如：

所有金属是导电的
有金属是固体
———————————
所有固体是导电的

4.两个否定前提推不出结论

一个直言命题是否定的，表明它的主项和谓项之间具有相互排斥的关系。如果一个三段论的两个前提都否定，则表明中项既和大项相排斥，又和小项相排斥。在这种情况下，我们无法通过中项的联结作用来确定大项和小项之间的关系。因此，两个否定前提推不出必然性的结论。例如：

经验主义不是科学的方法论

教条主义不是经验主义

教条主义?科学的方法论

显然由给定的两个前提推不出小项“教条主义”与大项“科学的方法论”之间的关系究竟怎样。

5.结论的联项必须与前提保持一致

就是说,如果前提中有一个否定的,结论必否定;如果两前提肯定,结论必肯定。

两前提中如果有一个否定,另一个必肯定,因为两个否定前提推不出结论。在否定前提中,中项与一个项是相排斥的关系;在肯定前提中,中项与另一个项有相容关系。根据中项的联结作用,我们只能推出同中项相排斥的项与同中项相容的项之间也是一种相排斥的关系。而反映两个项之间相互排斥关系的直言命题是否定命题,因此,前提有一个否定时结论必否定。

两个前提都肯定,说明大项和小项都同中项有相容关系。在这种情况下,通过中项的联结作用只能推出大小项之间也是相容关系.而只有肯定命题才能表达大小项之间的相容关系,因此,当两个前提肯定时结论必肯定。

由这条规则可以推论,如果结论是肯定的,两个前提就必肯定;如果结论是否定的,两前提中必有一个否定。

6.两个特称前提推不出结论

两个前提都是特称命题的有三种情况,一是两个前提都是特称肯定命题,即 *II*;二是两个前提都是特称否定命题,即 *OO*;三是一个前提特称肯定,一个前提特称否定,即 *IO*。

根据规则 4,两前提为 *OO* 时推不出必然结论。

当两前提为 *II* 时,由于 *I* 命题的主谓项都不周延,因此必然要

犯中项不周延的错误，因而推不出必然性结论。

当两前提为 *IO* 时，则有，并且也只有 *O* 命题的谓项这一个项是周延的。如果这个周延的项做中项，那么根据规则 5，前提否定结论必否定，因此大项在结论中作为否定命题的谓项必周延；而在前提中除作中项的那个项外其他项都不周延，显然，这就必然要犯大项扩大的错误。如果把那个周延的项用来作大项，又必然要犯中项不周延的错误。所以 *IO* 前提也推不出必然性结论。

两前提都特称的有，并且只有这三种情况，而在这三种情况下都推不出必然性结论。因此两前提特称推不出结论。

7. 前提有一个特称则结论必特称

如果三段论有一个前提是特称，另一个前提必全称，因为两个特称前提推不出结论。由此可知，前提有一个特称的有四种情况，一是两前提分别为 *AI*，二是两前提为 *AO*，三是两前提为 *EI*，四是两前提为 *EO*。

根据规则 4，由 *EO* 两个前提推不结论。

当前提是 *AI* 两个命题时，只有 *A* 命题的主项这一个项周延，根据规则 2，中项在前提中至少要周延一次，这个周延的项必须用来做中项。而余下的项无论哪个做小项都是不周延的。小项是结论的主项，主项不周延的命题只能是特称命题。所以以 *AI* 命题为前提时，结论必特称。

当前提是 *EI* 命题时，只有 *E* 命题的主项和谓项这两个项周延。根据规则 2，中项必周延；又根据规则 5，前提否定结论必否定，大项在结论中周延。因此按规则 3 要求大项在前提中必周延。这样，两个周延的项必须一个做中项，一个做大项，而剩下的两个项无论哪个做小项都是不周延，即结论总是特称的。

当前提是 *AO* 两个命题时，只有 *A* 命题的主项和 *O* 命题的谓项这两个项周延。根据规则 2、规则 3、规则 5 的要求，这两个周延

的项必须一个做中项一个做大项，而剩下的两个都不周延，无论哪个做小项都只能得到特称的结论。

综上所述，当前提中有特称命题时，结论必持称。由此可推论，当结论全称时前提也必全称。

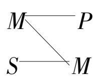
4.3　三段论的格

1. 什么是三段论的格

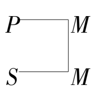
三段论的中项在两个前提中都出现，它在大前提中既可是主项，也可是谓项，在小前提中亦是如此，中项在前提中的位置不同，三段论的形式就不同。我们把这种由中项在前提中的不同位置所决定的三段论形式叫做三段论的格。

中项在前提中的位置有四种，由此决定了三段论有四个格。它们分别是：

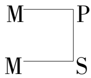
第一格　中项是大前提的主项，小前提的谓项，即



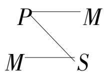
第二格　中项是大前提的谓项，小前提的谓项，即



第三格　中项是大前提的主项，小前提的主项，即



第四格　　中项是大前提的谓项，小前提的主项，即



2. 各个格有效推理式的特点

各个格的三段论都必须具备一定的特殊条件才有可能是有效的推理。这些特殊条件，我们称做各个格有效推理式的特点。只有具备这些特点，各个格的推理式才可能是有效的。

第一格有效式的特点：

(1) 小前提必肯定。

如果第一格形式的三段论小前提否定，根据规则 5，结论必否定，大项作为否定命题的谓项就是周延的。根据规则 3，大项在前提必须周延，而大项是大前提的谓项，谓项周延的命题只能是否定命题，因此，由小前提否定必须推出大前提也否定，从而推不出结论；而大前提不否定又必然犯大项扩大的错误。因此，当小前提否定时，第一格形式的三段论推理无论如何都是无效的。所以，第一格的有效推理式的小前提必肯定。

(2) 大前提必全称。

在第一格形式中，中项在小前提中处于谓项的位置。小前提必肯定决定了中项在小前提中是不周延的。根据规则 2，中项在大前提中必周延。而中项在大前提中是主项，主项周延的命题只能是全称命题。所以，第一格形式的三段论大前提必全称。

(3) 结论可以是 A、E、I、O 四种命题。

这一条应该说是刻画了第一格形式的三段论推理的特点。当大小前提均为 A 命题时,结论可以是 A 命题;当大小前提分别为 EA 命题时,结论可以是 E 命题;当大小前提分别为 AI 时,结论是 I 命题;当大小前提分别为 EI 时,结论是 O 命题。

第二格有效式的特点:

(1) 必有一个前提否定。

在第二格中,中项在两个前提中都处于谓项的位置。根据规则 2,中项在前提中要至少周延一次,而只有否定命题的谓项才周延,因此,第二格形式的有效三段论必有一个前提否定。否则将犯中项不周延的错误。

(2) 大前提必全称。

既然第二格形式的三段论必有一个前提否定,根据规则 5,结论也必否定,因此大项在前提中必须周延。而大项在大前提中处于主项的位置,主项周延的命题是全称命题。所以第二格形式的三段论大前提必全称。

(3) 结论只能否定命题。

这一条是用以刻画第二格形式三段论的特点。由于在第二格中必有一前提否定,所以结论也只能是否定的。

第三格有效推理式的特点:

(1) 小前提必肯定。

同第一格形式的三段论一样,第三格三段论的大项在前提中处于谓项的位置,如果小前提否定,结论必否定,大项在结论中周延,这就要求它在前提中也周延,由此推出大前提也须否定,否则就要犯大项扩大的错误。因此,当第三格形式三段论的小前提否定时,它或者要犯大项扩大的错误,或者将因前提都否定不能推出结论。

(2) 结论必特称。

在第三格形式中,小项处于小前提谓项的位置,即然小前提必

肯定，作为肯定命题谓项，小项在前提中是不周延的，根据规则 3，小项在结论中也不得周延。小项是结论的主项，主项不周延的命题是特称命题。所以第三格形式的三段论结论必特称。

第四格有效推理式的特点：

共有如下五条，读者可作为练习自行证明：

(1) 两前提若有一个否定，大前提必全称。

(2) 大前提肯定则小前提必全称。

(3) 小前提肯定则结论必特称。

(4) 任何一个前提都不能是 O 命题。

(5) 结论不能是 A 命题。

我们讨论了各个格有效式的特点。不难看出，这些特点都是由七条规则推导出来的，它们是七条规则在各格三段论形式中的具体体现。了解和掌握这些特点是为了帮助我们理解和正确运用三段论。

必须指出，各格推理式不具备相应的特点必然违反七条规则，导致推理无效，而具备了相应特点的推理式不一定有效。例如：

所有金属是导电的
有些固体是金属
———————————
所有固体是导电的

这个第一格形式的三段论大前提全称，小前提肯定，显然具备第一格有效式的特点。但推理却是无效的，因为它违反了七条规则中的第 3 条，犯了小项扩大的错误。当我们具体分析一个三段论的推理形式是否有效时，必须充分注意这些情况。

4.4 三段论的式

三段论是由包含三个项的三个直言命题构成的，这些直言命

题可以是任意的 A、E、I、O 四种形式的命题。A、E、I、O 四种命题在前提和结论中的不同组合，构成了三段论的不同形式。所谓三段论的式，就是由 A、E、I、O 四种命题在前提和结论中的不同组合所决定的三段论形式。例如：

所有抢劫罪都是侵犯财产罪
所有抢劫罪都是故意犯罪
———————————
有些故意犯罪是侵犯财产罪

这个推理的大前提是 A 命题，小前提是 A 命题，结论是 I 命题，因此，我们称它是三段论的一个式。注意，“AAI”字母的排列是有序的，最先出现的是大前提，其次是小前提，最后是结论。由于该推理的中项在大、小前提中都是主项，它是第三格形式的三段论。我们将其记作“AAI—3”.

又例如：

所有鱼都是用鳃呼吸的
所有鲸都不是用鳃呼吸的
———————————
所有鲸都不是鱼

这个推理是 AEE 式的三段论。它是第二格形式，我们将其记作 AEE—2

即然 A、E、I、O 四种形式的命题都可以充当三段论的前提或结论，这就决定了三段论可以有多种不同的式。如：以 A 命题为大前提的就有 AAA，AAE，AAI，AAO，AEA，AOO…… 等 16 个式。把所有可能三段论式列举出来，共有 $16 \times 4 = 64$ 个式。

根据中项在前提中的不同位置，每个式的三段论可以是第一格、第二格、第三格或者第四格的。因此，三段论共有 $64 \times 4 = 256$

个可能的具体形式。

在这256个具体推理形式中，绝大部分是无效。例如，AEA 式无论如何都不可能有效，因为它违反了规则5，前提有否定结论却肯定。我们从64个式中除去这些显然无效的推理形式，仅剩下 AAA，AAI，AEE，AEO，AII，AOO，EAE，EAO，EIO，IAI，OAO 这样11个可能有效的式。

这11个式并非在每个格中都有效，例如，AAA—2就是无效式，它违反规则2，犯中项不周延错误。排除在各个格中无效的情况，有效的三段论形式有如下24种：

AAA—1，EAE—1，AII—1，EIO—1，(AAI—1)，(EAO—1)
AEE—2，EAE—2，AOO—2，EIO—2，(AEO—2)，(EAO—2)
AAI—3，AII—3，EAO—3，EIO—3，IAI—3，OAO—3
AAI—4，AEE—4，EAO—4，EIO—4，IAI—4，(AEO—4)

在这24种推理形式中，括号内的是弱式，由这些推理形式的前提本来可以推出全称的结论，现出却只推出特称结论，因而是一种弱化了的推导。弱式仍然是有效式，因为根据对当关系，全称命题(上位)真时，特称命题(下位)必真。

4.5 非标准形式的三段论

从逻辑结构上分析，一个三段论是由三个包含三个项的 A、E、I、O 四种形式的直言命题构成的。凡是具有这样形式的三段论，我们称之为标准形式的三段论。但是在人们的自然思维活动中，三段论推理并不总是以其标准的形式出现的。有些三段论表达形式不是标准的 A、E、I 或 O 命题；有些三段论表达的推理结构是不完整的，或者省略了前提，或者省略了结论；还有一些推理是将多个三段论组合在一起运用。

1.语言表达形式不标准的三段论

首先，语言表达形式不标准有多种情况。一是前提或结论中出现了负命题。例如：

并非有哺乳动物不是温血动物
所有蛇都不是温血动物
所以，所有蛇都不是哺乳动物

我们不能认为这个推理的两前提都是否定的。它的大前提是个 $\neg(POM)$ 形式的命题，它逻辑地等值 PAM。因此，我们将这个推理整理为标准的三段论后，它是一个 AEE—2 式，是有效式。

其次，是前提或结论中出现的直言命题是不规范的。如：

没有不能被 2 整除的偶数
没有哪个偶数不是自然数
所以，有些自然数是能被 2 整除的

这个推理的前提是不规范的直言命题，将其整理为规范的命题表达形式后我们得到：

所有偶数都是能被 2 整除的
所有偶数都是自然数
所以，有些自然数是能被 2 整除的

显然，这是一个 AAI—3 式的有效三段论。

最后，是推理中似乎出现了三个以上的项。如：

所有温血动物都是有脊椎的
所有软体动物都是无脊椎的
所有软体动物都是非温血动物

这里似乎有“温血动物”、“非温血动物”、“有脊椎的”、“无脊椎的”和“软体动物”这样五个词项。但通过换质法整理，我们可得到一个标准的三段论推理：

所有温血动物都是有脊椎的
所有软体动物都不是有脊椎的
所有软体动物都不是温血动物

这是一个 AEE—2 式的有效三段论。

2.省略形式的三段论

一个标准的三段论必须有大小前提和结论，缺一不可。但在日常思维活动中，这三个部分常常并不都被完全地表达出来。那些在表达形式上被省略了一部分的三段论被称作省略形式的三段论。例如，“盗窃是危害社会利益的行为，所以盗窃要受到惩罚。”就是一个省略了大前提：“所有危害社会利益的行为都要受到惩罚”的三段论。它使得推理在语言表达上显得简洁、精练。

但是，省略形式的三段论并不意味着三段论的逻辑结构的减少，而仅仅是语言表达上的省略。对于一个正确的三段论来说，大小前提及结论这三个部分缺一不可，否则就不是三段论。因此，当我们具体分析一个省略形式的三段论时，第一步就是把它补充完整，找出其标准形式。例如，“我不是共产党员，所以我不必遵守社会公德。”这个推理省略的是前提，而出现的前提包含有小项，是小前提，所以省略的是大前提。将大前补充出来.该推理的标准形

式为：

所有共产党员都必须遵守社会公德
我不是共产党员
我不必遵守社会公德

显然，这是一个无效的 $AEE—1$ 式，犯大项扩大错误。

分析省略结论的三段论要注意，既然大小前提是根据包含大项还是小项来区分的，而大小项由结论决定，因此，当省略结论后，我们就无法判定一个前提是大前提还是小前提。分析这样的省略三段论。我们要具体情况具体分析。例如，由下面两个前提：

所有贪污都是犯罪行为
所有抢劫都不是贪污

可以推出结论“有些犯罪行为不是抢劫”。我们绝不能把它只看作第一格形式，认为它违反“小前提必肯定”规则，因而推不出结论。在没有结论的情况下，我们不能绝对地说哪个前提推不出结论。在没有结论的情况下，我们不能说哪个前提只能是大前提而不是小前提。

3.复合形式的三段论

这是由多个三段论组成的复合推理。例如：

鸭嘴兽是用乳汁哺育后代的动物
所有用乳汁哺育后代的动物是哺乳动物
（所以，鸭嘴兽是哺乳动物）
所有哺乳动物都是有脊椎的

所以,鸭嘴兽是有脊椎的

这个推理是由两个三段论组成的,只不过它省略了第一个三段论的结论“鸭嘴兽是哺乳动物”,这个被省略的结论作为第二个三段论的小前提,由此推出了上述结论。

复合形式的三段论仍然要遵守三段论的所有规则。我们判定一个复合三段论是否有效,只能将其分解为一个个独立的标准三段论,然后逐个分析,只有当每个三段论都有效时,复合三段论才有效。

4.6 用文恩图解释三段论

在我们上述讨论中,有关三段论有效性的判定是建立在7条规则之上的。7条规则简便易行、初学者容易接受,但它还不足以直观显示三段论推理的逻辑特征,特别是无法揭示隐涵在三段论推理中的一些特殊逻辑问题。因此我们要进一步讨论用文恩图判定三段论的有效性问题。

上一节中我们谈到.文恩图能直观准确地显示传统直言命题的逻辑性质,既然三段论是由传统直言命题构成的,文恩图也就能够准确刻画三段论的有效性问题。

三段论由包含三个项的三个直言命题构成,文恩图则相应地用下图3-7作为刻画三段论的框架,其他图示方法与前述的相同。

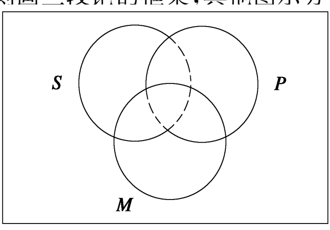


图3-7

例如，AAA—1 的图式为图 3-8，显然，由 MAP 和 SAM 必然推出 SAP 的结论，即推出"是 S 而不是 P 的事物不存在"。

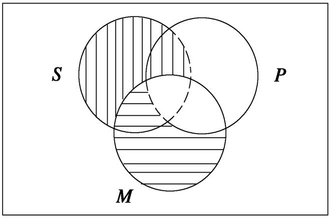


图 3-8

而 AAA—2 的图解如图 3-9 所示，显然，由 PAM 即"所有 P是 M" 和 SAM 即"所有 S是 M" 这两个前提.不能推出 S与 P之间有什么关系.

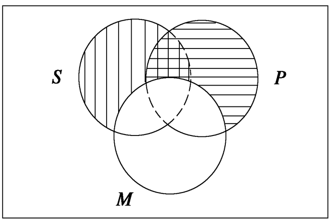


图 3-9

运用文恩图时要注意如下几点：

(1) 图解 I命题，符号"十" 应放在两区域相交的线上。例如，AII—2 的文恩图解如图 3-10 所示，由图可见，由"所有 P是 M" 和 "有 S是 M" 这两个前提，推不出 S与 P有什么关系，因为那些"既是 S是 M 的事物" 究竟是不是 P是无法确定的，它们可能是 P，也可能不是 P。因此，这个推理是无效的。

(2) 当推理的前提中出现了全称命题和特称命题时，要先图

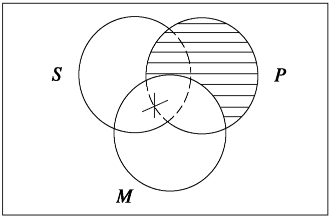


图 3-10

解全称命题，再图解特称命题。如 IAI—3 的图解如图 3-11 所示，它显然是有效推理，即由前提“有 M 是 P”和“所有 M 是 S”，可以推出结论“有是 S 又是 P 的事物存在”。

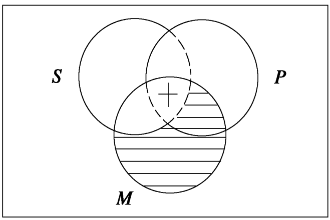


图 3-11

文恩图能明确地显示出三段论推理的一个主要特征，即三段论的主项存在预设。只有预设了主项存在，9 个由全称前提推出特称结论的有效式才能成立。这也说明三段论是传统直言命题构成的推理。因此，在用文恩图解释三段论时，必须对主项存在假设作相应处理，才能正确表达出三段论的所有有效式。仅以 AAI—3 式为例，如图 3-12 所示，不预设主项存在，不能推出“有 S 是 P 的结论”。

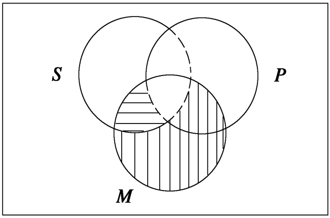


图 3-12

预设主项存在后，*AAI*－3 式是有效式：

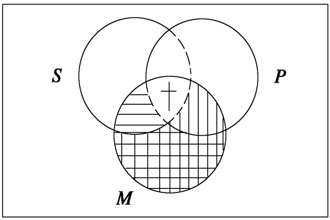


图 3-13

4.7 化归问题

在传统逻辑中，第一格形式被称为是三段论的典型形式，亚里士多德称其为“完善的格”。第一格形式如此受重视，不仅因为只有它才能推出 *A*、*E*、*I*、*O* 四种形式的命题，而且还因为它典型地表达了所谓三段论的公理。

传统逻辑认为，三段论推理有效性的根据可以用两条基本原则来概括，即：

(1) 一类事物的全部是什么，这类事物的一部分就是什么；

(2) 一类事物的全部不是什么，这类事物的一部分也就不是什么。

这两条原则被称作三段论的公理。显然，第一格中的 *AAA*—1

和 *AII*—1 式表达的是“所有 *M* 是 *P*，所有 *S* 是 *M*，所以，所有 *S* 是 *P*”，这正是公理(1) 的内容；*EAE*—1 式和 *EIO*—1 式表达的是“所有 *M* 不是 *P*，*S* 是 *M*，所以 *S* 不是 *P*”，这正是公理(2) 的内容。

既然第一格形式典型地表达了三段论公理，因而它们也就能清楚明白地显示三段论推理有效性的根据。而这是其他格形式三段论办不到的。

用第一格形式显示和说明其他格形式三段论的有效性，是通过将其他格形式的三段论化归为第一格形式来实现的，这就是所谓化归问题。

化归的方法并不复杂，就是运用直言命题变形的方法，将其他格形式三段论的中项换到大前提主项，小前提谓项的位置，从而转化为第一格形式。要注意，化归过程中必须遵守变形推理的所有规则，并且，其他的有效式，化归后必须是第一格的有效式，就是说必须小前提肯定，大前提全称。否则就不是正确化归。我们仅以第二格为例讨论化归的具体方法问题。

第二格中的 *EAE*—2，*EIO*—2 式，只需将大前提换位，将中项换到大前提主项位置，就可将其化归为第一格的有效式 *EAE*—1、*EIO*—1。用文恩图可显示，它们的逻辑内容是相同的，即它们都有相同的图式。

至于 *AOO*—2 的化归就要复杂一些。我们需对大前提 *PAM* 换质再换位，得到 $\overline{M}EP$，对小前提 *SOM* 换质得到 $SI\overline{M}$，才可将其化归为第一格形式。

思考题

一、分析什么是命题及命题的逻辑特征。

二、分析什么是直言命题及直言命题的逻辑结构。

三、分析 A、E、I、O 命题的逻辑形式。

四、什么是周延性问题?A、E、I、O 命题的主谓项周延情况怎样?

五、什么是对当关系?直言命题之间有几种对当关系?

六、什么是换质推理?什么是换位推理?为什么 O 命题不能换位?

七、什么是三段论?分析三段论的逻辑形式。

八、什么是三段论的规则?三段论有哪些规则?

九、什么是三段论的格?三段论有几个格?

十、各个格的三段论其有效式具有哪些特征?不具备这些特征的三段论一定无效吗?具备这些特征的三段论一定有效吗?

十一、什么是三段论的化归?化归有什么意义?

十二、什么是文恩图?怎样用文恩图分析直言命题?

练习题

一、判定下列语句是否表达命题。

1.没有高效益就没有高速度。

2.上车的同志请购买车票!

3.欲加之罪,何患无辞?

4.为什么青年人就不能依个人爱好着装?

5.多么雄伟壮丽的长城!

6.非得今天出发吗?

二、指出下列命题的主项、谓项及逻辑形式,并判定其主谓项的周延情况。

1.没有什么人是无所不能的。

2.富裕的生活不都是幸福的。

3.至少有一种水生动物不用鳃呼吸。

4.珠穆朗玛峰是世界最高峰。

5.没有不导电的金属。

6.凡不劳动者不得食。

三、根据对当关系判定:

1.设下列命题为真,与其相同素材的其他命题真假如何:

a.出席会议的代表都是选举产生的。

b.参展的商品都不是外国进口的。

c.这个厂有的工人是职高毕业生。

d.班上的学生有些不是汉族。

2.设上列命题为假,与其相同素材的其他命题真假如何?

四、根据词项之间的关系回答如下问题。

1. 如果主项 S 与谓项 P 之间有 S 包含于 P 的关系,那么 SAP、SEP、SIP 与 SOP 各自的逻辑值是什么?

2. 当 S 与 P 有什么关系时,SOP 和 SIP 都真?

五、以下列命题为前提,分别对其进行换质和换位的推理。

1.所在历史剧都是以历史故事为题材的。

2.凡没有脊椎的都不是哺乳动物。

3.有些天体不是自身发光的。

4.有些语句表达命题。

六、下列直接推理是否正确?为什么?

1.并非所有文学作品都是小说。所以,有些小说是文学作品.

2.同意这个建议的都是第二组同学,所以,所有不同意这个建议的都不是第二组同学。

3. 一切违反道德的行为都不会不受谴责。所以,有些不受谴责的不是违反道德的行为。

4.并非所有语句都不表达命题。所以,有些表达命题的不是非语句。

5.从 SAP 真,推出 $\overline{S}E\overline{P}$ 假.

6.从 SEP 真,推出 $\overline{P}A\overline{S}$ 真.

七、运用直接推理有关知识回答。

1.若以“凡合同规定的都是双方所同意的”为前提,可以推出以下哪些结论?

a.凡是合同没规定的都是双方不同意的。

b.有些合同没规定不是双方都同意的。

c.凡是非双方同意的都是合同没规定的。

d.有些合同没规定的是双方都同意的。

e.有些合同规定的不是非双方同意的。

f.有些非双方同意的不是合同规定的。

2.以 SEP 为前提,可推出如下哪些公式?

$a.POS$	$b.\overline{P}AS$	$c.\overline{P}IS$
$d.SI\overline{P}$	$e.PI\overline{S}$	$f.PA\overline{S}$
$g.\overline{S}I\overline{P}$	$h.\overline{S}O\overline{P}$	$i.\overline{S}IP$

八、指出下列三段论属于哪一格的什么式,并分析其是否正确。

1.所有恒星都是能自身发光的天体,地球不是能自身发光的天体。所以地球不是恒星。

2.所有 A 命题都是全称命题,全称命题都是主项周延的。所以有些主项周延的是 A 命题。

3.教育是社会现象,而所有社会现象都有阶级性。所以教育有阶级性。

4.所有优秀教师都有丰富的教学经验,李明是教师。所以李明有丰富的教学经验。

5.凡符合实际的认识都是经过实践检验的,而所有真理都是符合实际认识的。所以,所有经过实践检验的都是真理。

九、请整理出下列三段论的标准形式,并分析其是否正确。

1.没有哪个八条腿的动物是昆虫。所以螃蟹不是昆虫。

2.不可能有形式正确的推理是前提真结论假的,这个推理不是前提真结论假的。所以这个推理是形式正确的。

3.凡没有健全的经济核算体系的企业是不能准确地反映其经济运行状况的,这个企业有健全的经济核算体系。所以这个企业能准确地反映其经济运行状况。

4.人工语言是表意的。所以,有些表意的是计算机语言。

十、运用三段论知识答下列各题。

1.以下列各组命题为前提,能否推出必然性结论?请说明理由。

$a\begin{cases}\text{所有 }A\text{ 是 }B\\ \text{并非有 }A\text{ 是 }C\end{cases}$ $b\begin{cases}\text{所有 }A\text{ 是 }B\\ \text{有些 }C\text{ 不是 }A\end{cases}$

$c\begin{cases}\text{所有 }A\text{ 是 }B\\ \text{所有 }C\text{ 不是 }A\end{cases}$ $d\begin{cases}\text{并非有 }A\text{ 是 }B\\ \text{有 }C\text{ 是 }B\end{cases}$

2.证明:

a.一个正确的三段论不能每个项都周延两次。

b.一个结论否定的正确三段论,其大前提不能是 *I* 命题。

c.有一个正确的三段论,大项在前提中周延在结论中不周延,请问它是哪一格的什么式。

十一、请用文恩图检验下列三段论形式是否有效。

AEE—1　*AEE*—2　*EAE*—3　*EAE*—4

AAI—4　*AEE*—3　*AII*—1

十二、请将 *EAO*—3,*IAI*—4,*AOO*—2 化归为第一格形式。

第四章　复合命题与命题公式

本章开始进入现代逻辑的讨论。现代逻辑认为命题是具有完整意义的最基本表达单位,因此逻辑研究的起点是命题。

本章要明确什么是复合命题,复合命题的几种基本形式及各自的逻辑性质。在此基础上理解什么是命题公式,命题公式与具体命题的关系,理解什么是命题公式的基本符号和形成规则,掌握什么样的表达式才是命题公式。要理解什么是真值函项,真值函项与命题公式的关系,掌握什么是重言式、矛盾式和协调式。

第一节　复合命题概述

1.1　复合命题的定义及逻辑结构

所谓复合命题是指由命题构造成的命题。如下都是复合命题:

(1) 如果李司是犯罪嫌疑人,那么李司有犯罪动机

(2) 或者李司是犯罪嫌疑人,或者李司有犯罪动机

(3) 王武的计算机配置合理并且价格低廉

(4) 王武的计算机配置合理当且仅当它的价格低廉

这里的(1)和(2)由命题“李司是犯罪嫌疑人”和“李司有犯罪动机”构成，(3)和(4)则由命题“王武的计算机配置合理”和“王武的计算机价格低廉”构成。我们把构成复合命题的命题叫做该复合命题的支命题。显然，(1)和(2)有相同的支命题，(3)和(4)有相同支命题。

虽然复合命题是由命题构造而成的，但并不是任意命题组合在一起就可构成复命题。在上例中，(1)是通过联结词“如果，那么”联结两个命题得到的，(2)则是通过联结词“或者”的作用得到的。如果仅仅把两个命题摆在一起而没有联结词，“李司是犯罪嫌疑人”和“李司有犯罪动机”仍然只是两个命题。因此，支命题必须通过联结词的组合作用才能构成复合命题。

因此，从逻辑结构上分析，复合命题有两个基本构成要素：支命题和联结词。在复合命题的这两个构成要素中，联结词是逻辑常项，因为联结词有确定的逻辑涵义，有什么样的联结词决定了一个复合命题有什么样的逻辑形式。而一个复合命题形式中的支命题可以是任意命题，因此支命题被称作逻辑变项，它是以命题为取值范围的变项，我们用 $p, q, r\cdots$ 表示。显然 p, q, r 代表任意命题。

我们可从如下两组例子看到二者的区别。

若以“天在下雨”和“地是湿的”为支命题，我们可构造出如下复合命题：

如果天在下雨，那么地是湿的
天在下雨并且地是湿的
天在下雨或者地是湿的
天在下雨当且仅当地是湿的

尽管这四个命题有完全相同的支命题，但由于联结词不同，它们有完全不同的逻辑形式，由于逻辑形式不同因而它们是四个不

同的命题。我们看到，这四个命题的确描述的是不同事件。

再看如下几个复合命题：

如果天在下雨，那么地是湿的

如果李司是犯罪嫌疑人，那么李司有犯罪动机

如果王武的计算机配置合理，那么它的价格低廉

尽管这几个命题的支命题完全不同，但它们有相同的联结词，因此它们有相同的逻辑形式。如果分别用 p、q 表示前后两个支命题，它们都有形式“如果 p，那么 q”。它们是同一形式的命题因而具有相同的逻辑性质。

1.2 复合命题的逻辑特征

命题是描述事件的。一个命题所描述的如果符合事实它就是真的，如果不符合事实它就是假的。因此，一个命题要么是真的，要么是假的，无所谓真假的语句不表达命题。而符合事实的命题是真的它就不可能是假的，是假的就不可能真，因此一个命题不可能既真又假。我们把真假叫做命题的逻辑值，又称作命题的真值(*truth-value*)。显然，任一命题必须并且也只能在真或假中取一个为其逻辑值。一个命题或者是真的，或者是假的，它必须且只能在真假中取一个为值，这就是命题的逻辑特征。

对一个简单命题而言，它描述的是一个简单事件，如果描述符合事实它就是真的，不符合就是假的。因此，我们是直接以事实为根据来判定简单命题的真假。复合命题则不同，它是由联结词联结支命题而构成的，从这个意义上讲，复合命题描述的是支命题之间的逻辑关联。尽管复合命题同简单命题一样，也是要么为真要么为假的，但是复合命题的真假是由支命题的真假决定的。支命题之间的逻辑关联就表现为一种支命题的真假对整个复合命题真假的制

约关系。

一个复合命题的支命题之间具有怎样的逻辑关联是由复合命题的联结词决定的。联结词不同,支命题之间的逻辑关联就不同,因而支命题的真假对整个复命题真假的制约情况就不同。我们把一种形式的复命题其支命题真假对复合命题真假的制约情况列出来,就得到一张表,把它叫做该种形式复合命题的真值表。

假定有 2 个支命题 p 和 q,则 p 和 q 的真假组合有且只有 4 组情况,即"p 和 q 都真","p 真而 q 假","p 假而 q 真" 及"p 和 q 都假"。如果用 p 和 q 构造一个复合命题,那么在 p 和 q 的每组真假组合情况下该复合命题都具有且只具有一个特定的真值。我们用"T"表示真,"F"表示假,假定复合命题的形式为"p 或者 q",我们就得到如下真值表:

	p	q	p 或者 q
1.	T	T	T
2.	T	F	T
3.	F	T	T
4.	F	F	F

每一种形式的命题都有一个相应的真值表。真值表描述了支命题的真假对一个复合命题真假的制约关系,因此,它实际上描述的是这一形式复合命题的逻辑特征。分析一种复合命题形式的逻辑特征就必须要分析它的真值表,通过分析其真值表可以揭示一种复合命题形式的逻辑性质。

第二节 复合命题的几种基本形式

2.1 负命题

否定一个命题得到的就是负命题。如下都是负命题：

并非所有金属都是固体

并非天在下雨但地却是干的

负命题的联结词是“并非”，我们称其为否定联结词，用符号“$\neg$”表示。

显然，否定联结词只能联结一个支命题。我们称这种只能联结一个支命题的联结词为一元联结词，因此“$\neg$”是一个一元联结词。负命题的逻辑形式是“$\neg p$”，读作“非 p”。

一个负命题是真的，当且仅当它的支命题假；如果它的支命题是真的，则负命题为假。负命题的逻辑特征用真值表示为：

p	$\neg p$
T	F
F	T

2.2 联言命题

联言命题是其联结词为联言联结词的复合命题。

在自然语言中，联言联结词有多种表达形式，如在汉语中有：“不但……而且……”、“既……又……”、“尽管……却……”、

“并且”等等。如下就是两个联言命题：

菊花可以观赏，并且菊花可以入药

李嘉廷不但犯有贪污罪，而且犯有受贿罪

我们用“∧”表示联言联结词，p 和 q 表示支命题，则联言命题的逻辑形式是：

$$“p \wedge q”$$

读作：“p 并且 q”。

联言联结词表达的涵义是：每个支命题描述的事件是同时存在的。因此，一个联言命题是真的，当且仅当它的每一个支命题都真。如果联言命题有一个支命题是假的，则意味这个支命题所描述的事件不存在，即并非每个支命题描述的情况都存在，因此，该联言命题就是假的。我们把上述联言命题的逻辑特征用真值表表示出来，就得到下表：

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

显然，联言命题的逻辑特征可以概括为：一个联言命题是真的，当且仅当它的每一个联言支都真，否则它就是假的。

2.3 选言命题

选言命题是其联结词为选言联结词的复合命题。

在自然语言中,选言联结词有多种表达形式,如在汉语中就有:"…… 或者 ……"、"…… 要么 ……" 等等。如下就是两个选言命题:

> 他发烧到 39° 是由于上呼吸道感染,或者是由于肺部感染
>
> 拍卖法规定,拍卖的标的必须是委托人所拥有的,或者是委托人有权处分的

一般认为有两种选言命题,即相容的选言命题和不相容的选言命题。

1. 相容选言命题

相容的选言命题是指其支命题可以同时为真的选言命题。例如,上述两个选言命题都是相容的选言命题,因为每个命题的选言支都可以同时为真。

我们用"$\vee$"表示相容的选言联结词,p 和 q 表示支命题,则相容选言命题的逻辑形式是:

$$p \vee q$$

读作:"p 或者 q"。

相容选言联结词表达的涵义是:各支命题描述的现象情况至少有一种是存在。因此,一个相容选言命题是真的,当且仅当它的支命题至少有一个真。如果选言命题的每一个支命题都是假的,则意味没有哪个支命题所描述的情况存在,即并非至少有一个支命

题所描述的情况是存在的,因此该选言命题就是假的。我们把上述相容选言命题的逻辑特征用真值表表示出来,就得到下表:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

显然,相容选言命题的逻辑特征也可以用一句话概括:一个相容选言命题是假的,当且仅当它的每一个选言支都假,否则它就是真的。

2. **不相容选言命题**

不相容选言命题是指其支命题不可能同真的选言命题。如下就是不相容的选言命题:

这个三角形是钝角的,或者是锐角的

把一个硬币掷下去,当它落地时要么正面朝上要么反面朝上

一个三角形不可能既是钝角的又是锐角的,一个硬币落地不可能既正面朝上又反面朝上,这两个命题的支命题不可能同真,它们是不相容的选言命题。

不相容选言命题的逻辑涵义是:各支命题描述的现象情况有且只有一种是存在。因此,一个相容选言命题是真的,当且仅当它的支命题只有一个真。如果一个不相容选言命题的每个支命题都真,或每个支命题都假,则该命题是假的。我们用“$\underline{\vee}$”表示不相容

选言联结词，则不相容选言命题的形式是：

$$p \veebar q$$

不相容选言命题的逻辑特征用真值表表示如下：

p	q	$p \veebar q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

一个具体的选言命题究竟是相容的还是不相容的，我们只能从其命题的内容上区分。由于实际情况是一个人可以既患上呼吸道感染又患肺部感染，所以命题“他发烧到 39° 是由于上呼吸道感染，或者是由于肺部感染”是相容的选言命题。而一个三角形不可能既是钝角的又是锐角的，命题“这个三角形是钝角的，或者是锐角的”就是一个不相容的选言命题。

因此，如果一个具体命题的联结词是“或者”，或者是“要么”，而我们又完全不了解命题所描述的情况，那么就只能根据联结词而称该命题是选言命题。至于这个命题是相容的还是不相容的，我们就无法判定了，毕竟对命题内容的分析是在逻辑视野之外的。

仅仅根据联结词我们不能判定一个选言命题是相容的还是不相容的，但如果我们已经知道事实上两个支命题不能同真，就可以通过一些特殊的语词表达出选言支的不相容性。例如：

这次选举必须选取一个并且只能选取一个人，或者张珊当选，或者李司当选

显然这是一个不相容的选言命题。

这意味着不相容选言联结词的逻辑特征可以用相容选言联结词和联言联结词来定义。我们可以将“$p \veebar q$”定义为“$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$”。从下表可见，这两种形式的命题是逻辑等值的：

p	q	$\neg(p \wedge q)$	$p \vee q$	$p \veebar q$	$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$
T	T	F	T	F	F
T	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	F	F

既然不相容的选言命题可用相容选言命题组合联言命题来定义，那么就只选取相容选言命题作为基本的命题形式。

2.4　条件命题

条件命题是指联结词是条件联结词的复合命题。

条件联结词表达的是一个支命题所描述的事件是另一个支命题所描述事件存在的条件。两个事件之间的条件联系有两种，一是充分条件联系，一是必要条件联系。因此，条件命题也有两种，即充分条件命题和必要条件命题。

1. 充分条件命题

联结词是充分条件联结词的命题是充分条件命题。

充分条件联结词的汉语表达形式有:“如果……那么……”、“若……则……”、“一旦……就……”、“只要……就……”等等。如下就是两个充分条件命题:

如果天在下雨,那么地是湿的

一旦张珊年满18岁,她就有选举权

我们用“→”表示充分条件联结词,充分条件命题的逻辑形式是:

$$p \to q$$

充分条件联结词描述的是两个事件之间的充分条件联系。事件 p 与事件 q 之间有充分条件联系,如果有 p 必有 q,而没有 p 有无 q 不确定。例如,事件“天在下雨”与“地是湿的”,一旦天在下雨,就一定有地是湿的;而天没有下雨,地湿还是不湿不一定。因此事件“天在下雨”与“地是湿的”之间有充分条件联系,“如果天在下雨,那么地是湿的”就是一个真的充分条件命题。根据充分条件命题的这些特征,我们把在联结词“如果”后面出现的支命题称作条件命题的前件,把在“那么”后面出现的支命题称作后件。

因此,充分条件命题的逻辑涵义是:前件真时后件必真,前件假则后件可以真也可以假。如果一个充分条件命题的前件真而后件是假的,那么就意味两个支命题之间并没有充分条件联系,命题对前后件关系的描述不符合事实,因此命题是假的。例如:“如果水分充足,那么水稻长得好”就是一个假命题,因为“水分充足”和“水稻长得好”二者之间不具有充分条件联系,前者真时后者可以是假的。

充分条件命题的逻辑特征用真值表表示如下:

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

由真值表我们看到,一个充分条件命题是假的,当且仅当它的前件真而后件假。除此之外,充分条件命题都是真的。

2. **必要条件命题**

必要条件命题是指联结词是必要条件联结词的命题。

必要条件联结词的汉语表达形式有:"只有……才……"、"除非……不……"等等。如下就是两个必要条件命题:

只有有犯罪动机,才是犯罪嫌疑人

除非水分充足,水稻不可能长得好

必要条件命题描述的是两个事件之间的必要条件联系。事件 p 与事件 q 之间有必要条件联系,如果没有 p 就没有 q,而有 p 时有无 q 不确定。例如,事件"某人有犯罪动机"与"某人有犯罪嫌疑",一但某人没有犯罪动机,他就一定没有犯罪嫌疑;而某人有犯罪动机,他有没有犯罪嫌疑则不一定。因此事件"某人有犯罪动机"与"某人有犯罪嫌疑"之间有必要条件联系,"只有有犯罪动机,才是犯罪嫌疑人"就是一个真的必要条件命题。

因此,必要条件命题的逻辑涵义是:前件假时后件必假,而前

件真则后件可以真也可以假。

我们用"←"表示必要条件联结词,必要条件命题的逻辑形式是:

$$p \leftarrow q$$

必要条件命题的逻辑特征用真值表表示如下:

p	q	$p \leftarrow q$
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	T

由真值表我们看到,一个必要条件命题是假的,当且仅当它的前件假而后件真。因为在这种情况下,前后件之间不具有必要条件联系,如果我们硬要把它们描述为有必要条件联系,其描述不符合事实,得到的命题就是假的。除此之外,必要条件命题都是真的。

必要条件命题可以用充分条件命题来表示。如果 p 与 q 有必要条件联系,那么没有 p 必定没有 q。因此,若是要有 q 则必定有 p,这意味着 q 与 p 之间一定有充分条件联系。因此,如果前件是后件的必要条件,那么后件就是前件的充分条件。命题"只有有犯罪动机,才是犯罪嫌疑人"与"如果是犯罪嫌疑人,那么有犯罪动机"是逻辑等值的。因此,我们可以将"$p \leftarrow q$"形式的必要条件命题表示为形式是"$q \rightarrow p$"的充分条件命题。

2.5 等值命题

联结词是等值联结词的命题是等值命题。等值联结词的汉语表达形式是:"… 当且仅当 ……"

如下都是等值命题:

一个三角形是等边的,当且仅当它是等角的

一个自然数是偶数,当且仅当它能够被2整除

我们用"↔"表示等值联结词,等值命题的逻辑形式是:

"$p \leftrightarrow q$"

等值联结词表达的涵义是:两个支命题是等值的,即如果有 p 真那么 q 真,如果 p 假那么 q 假。等值命题又被称作充要条件命题,因为 p 真那么 q 真意味着 p 是 q 的充分条件;p 假那么 q 假则意味 p 是 q 的必要条件。显然,上述两个等值命题都是真命题,因为它们各自的支命题之间确实存在等值联系。如:一个三角形如果等边那么它就等角,如果它不等边那么它也不是等角的。

因此,等值命题的逻辑特征是:当 p 和 q 同真或者同假时,等值命题为真;如果两个支命题的真假不同,等值命题就是假的。等值命题的特征可用真值表表示如下:

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

第三节 命题公式与真值函数

3.1 命题公式

从认识的角度看,复合命题的逻辑形式是从具体命题中抽象出来的。例如,对下列具体命题:

如果王进是犯罪嫌疑人,那么他有犯罪动机和犯罪时间

设"王进是犯罪嫌疑人"为 p,"王进有犯罪动机"为 q,"王进有犯罪时间"为 r,我们就抽象出该命题的逻辑形式

"$p \rightarrow (q \wedge r)$"

我们把复合命题的逻辑形式叫做命题公式。因此,从认识论角度看命题公式来源于具体命题。

具体命题不仅有逻辑形式的不同,还有表达内容不同。对于如下具体命题:

如果一个公民是完全行为能力人,那么他年满18周岁并且具有完全的行为能力

我们可以抽象出与上述命题相同的逻辑形式"$p \rightarrow (q \wedge r)$",但从内容上看,它们是完全不同的两个命题。

逻辑学注重的是命题的逻辑形式。尽管从认识论的角度看,命题的逻辑形式是从具体命题中抽象出来的,但是从逻辑的角度看,一个命题公式是用基本的逻辑符号构造出来的。

从逻辑的角度考察,上述命题公式"$p \rightarrow (q \wedge r)$"是用命题符

号 p、q、r，逻辑联结词符号 → 和 ∧ 以及一对括号构造而成的。命题公式中的命题符号我们可以将其仅仅看作构造命题公式的材料，完全不考虑它们究竟代表了什么。因此，从逻辑的角度分析，命题公式只有形式结构上的区分。两个命题公式不相同，一定是因为它们有不同形式结构。不同的形式结构决定了它们各自具有不同的逻辑特征。

构造命题公式的符号是人为创造出来的一种特殊的语言符号。人们创造这些符号是为了表达复合命题的逻辑形式以满足逻辑研究的需要。对于运用这些语言符号构造的表达式，我们只重视它们在形式结构上的区分。因此，我们把这样的语言叫做形式语言。

如同自然语言有基本构词要素，如英文有 26 个字母一样，形式语言也有其构造表达式的基本符号，称之为初始符号。构造命题公式的初始符号如下：

初始符号

1. 命题变元：p，q，r，……
2. 命题联结词：∧，∨，→，↔，¬
3. 辅助符号：(，)

这里的第 1 类符号是逻辑变元，它们只是抽象的命题代表，如果代表真命题，命题变元可取值为真，如果代表假命题则取值为假。因此我们称 1 类符号是以真值为定义域的变元。

第 2 类符号是逻辑常元，它们有确定的逻辑解释因而能够表达某种确定的真假联系。

第 3 类符号则是为避免歧义以构造合式命题公式所需要的辅助符号。

所有命题公式都是运用上述初始符号构造出来的。然而，并不是运用初始符号构造出来的符号串都是命题公式。为了把是命题公式的符号串同不是命题公式的符号串区分开来，我们给出如下

形成规则：

1. 所有命题变元是命题公式
2. 如果 Φ是命题公式，那么 $\neg\Phi$是命题公式
3. 如果 Φ、Ψ是命题公式，那么$(\Phi\rightarrow\Psi)$，$(\Phi\wedge\Psi)$、$(\Phi\vee\Psi)$ 和$(\Phi\leftrightarrow\Psi)$ 也是命题公式
4. 只有符合以上 3 条的才是命题公式

上述第 1 条规则规定任意一个命题变元是公式，显然这是结构最简单的命题公式，因此被称作原子公式。

第 2 条规定在一个命题公式左边添加联结词“$\neg$”就得到一个新的命题公式。这条规则规定“$\neg$”只能作用于一个命题公式，“$\neg$”因此被称作一元联结词。

第 3 条规定，任意两个命题公式用联结词 $\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$ 联结起来，并在两头分别加上括号就形成一个新的公式。这四个联结词也因为所联结的必须是两个命题公式而被称作二元联结词。

显然运用第 2 条和第 3 条得到的命题公式都对应于一个基本的复合命题，

联结词是“$\wedge$”的命题公式如“$p\wedge q$”表达的是联言命题，我们称这样的命题公式为合取式。

联结词是“$\vee$”的命题公式如“$p\vee q$”表达选言命题，我们称其为析取式。

联结词是“$\rightarrow$”的命题公式如“$p\rightarrow q$”表达条件命题，我们称其为蕴涵式。

联结词是“$\leftrightarrow$”的命题公式如“$p\leftrightarrow q$”表达等值命题，我们称其为等值式。

联结词是“$\neg$”的命题公式如“$\neg p$”表达负命题，我们称其为否定式。

第 3 条规则还规定,运用二元联结词得到的新公式必须用一对括号括上。这一规定是为了避免发生歧义。根据这条规则,“$p \land q \to r$”就不是命题公式,因为它是歧义的。加括号为“$(p \land q) \to r$”得到一个蕴涵式,蕴涵式的前件是一个合取式。如果加括号为“$p \land (q \to r)$”则得到一个合取式,该式的一个合取支是蕴涵式。显然这是两个完全不同的命题公式。

在命题公式的构造中正确添加括号是非常重要的。看如下几个命题公式:

$$(p \land q) \to (r \lor s)$$
$$p \land (q \to (r \lor s))$$
$$[(p \land q) \to r] \lor s$$

虽然它们有相同的命题变元和联结词,但由于括号的位置不一样,它们是完全不同的命题公式。第一个是蕴涵式,其前后件分别为合取式和析取式。第二个是合取式,它右边的合取支是一个后件为析取式的蕴涵式。最后一个是析取式,它左边的析取支是一个前件为合取式的蕴涵式。

第 4 条规定,凡是不符合第 1、2、3 条要求的符号串就不是命题公式。

由形成规则可知,命题公式都是从原子命题出发,运用联结词一步步构造形成的。一个命题公式无论它的形式多么复杂,它总是由有限个命题变元,运用 5 个联结进行有限次组合而逐步构造而成的。

由于命题变元是公式,联结词组合变元得到的还是公式,因此,构造过程中的每一步都将得到一个新的、形式更复杂的命题公式。这意味着命题公式总是由命题公式构造而成的。我们把作为一个命题公式构成部分的公式叫做该命题公式的子公式。例如,命题

公式：

$$[(p \land \neg q) \lor r] \to [(\neg p \lor r) \to (q \leftrightarrow s)]$$

首先，它有 4 个变元，即有 4 个原子公式：

$$p、q、r、s$$

我们运用联结词“$\neg$”得到子公式：

$$\neg p、\neg q$$

再运用联结词“$\land$”、“$\lor$”和“$\leftrightarrow$”得到新的子公式：

$$(p \land \neg q)、(\neg p \lor r)、(q \leftrightarrow s)$$

再运用联结词“$\lor$”和“$\to$”得到更复杂的子公式：

$$[(p \land \neg q) \lor r]、[(\neg p \lor r) \to (q \leftrightarrow s)]$$

最后运用联结词“$\to$”将两个子公式联结起来就得到上述命题公式。

形成规则还给我们提供了一个标准，根据它可以判定任一符号串是不是命题公式。如下各符号串就不是命题公式：

$$pq \land r, p \neg q, p \land \to qr$$

必须指出的是，如果说命题公式是构造出来的，那么具体命题

与命题公式是怎样的关系呢?从逻辑的角度看,具体命题只是命题公式的例示,即命题公式的一个特例。如下具体命题都是命题公式“$(p \wedge q) \rightarrow r$”的例示:

如果加温到了一定限度并且加压到一定限度,那么空气可以液化

如果考试合格并且体验合格,那么就可以上大学

3.2 命题公式与真值函数

命题公式是由联结词与命题变元组合而成的。命题公式的真假则是由命题变元的真假确定的。如果变元的值不确定,命题公式的值也不能确定。例如,对于命题公式

$$p \rightarrow q$$

如果 p 和 q 的值不确定,该公式的值也不能确定;

如果确定 p 为真 q 也为真,则该公式的值可确定为真;

如果 p 为真而 q 为假,则该公式的值为假。

由此可见,命题公式就相当于一个函数式,公式的值由变元的值惟一确定。

但是命题公式又不同于一般的函数式,它的变元是命题变元,只能取值为真或假,即只能以真假为定义域。一但变元的值确定,公式的值随即确定,而公式的取值范围也是真假。因此,命题公式是一个以真假为定义域,并且也以真假为值域的特殊函数。真假是命题的逻辑值,简称真值。因此命题公式被称作真值函项。

命题公式是运用初始符号根据形成规则构造出来的。形成规则并没有规定只能构造到什么程度,这就意味着给定有限个命题变元,根据形成规则我们可构造出无限多个命题公式。然而,用有

限的变元虽然可以构造无限多个命题公式，但却只能构造有限多个真值函项。

首先，有限个命题变元其真假组合数是有限的。对于一个变元 p，p 可以被赋值为真或者为假。因此一个变元有两种真假取值情况。若是二个变元 p 和 q，则可以对 p 和 q 都赋值为真，或 p 为真 q 为假，或 p 假 q 真，或 p 和 q 都假。因此二个变元有 $2\times2=2^2$ 即 4 种真假取情况。三个变元则有 $2\times2\times2=2^3$ 即 8 种真假取值情况，…，n 个变元则有 2^n 种真假取值情况。

其次，真值函项作为一个命题公式，它的值是由变元的值确定的。相对于变元的任意一组取值，一个真值函项的值或者为真，或者为假。因此，由有限个命题变元只能构造出有限个真值函项。令 $f_i(p)$ 表示以 p 为变元的任一真值函项，由 p 构造的真值函项如下表：

p	$f_1(p)$	$f_2(p)$	$f_3(p)$	$f_4(p)$
T	T	T	F	F
F	T	F	T	F

由表可见，用一个变元 p 可以构造出 2^2 即 4 个真值函项。其中 $f_2(p)$ 的值与 p 相等值，p 真它真，p 假它假，$p\wedge p$ 就表达这样的真值函项。$f_3(p)$ 的值与 p 相反，p 真它假，p 假它真，$\neg p$ 表达这样的真值函项。$f_1(p)$ 和 $f_4(p)$ 则是常函项，无论变元 p 取什么值，$f_1(p)$ 恒为真，$f_4(p)$ 则恒为假。我们可以用 $p\vee\neg p$ 表示 $f_1(p)$，用 $p\wedge\neg p$ 表示 $f_4(p)$。

再看有两个变元 p 和 q 的情况。p 和 q 相组合有 2^2 即 4 种取值情况，在每组取值情况下真值函项或者为真或者为假，因此由其构成的真值函项有 2^{2^2} 即 16 个。令 f_i 表示其中的任意一个：

p	q	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	F	F	F	T	T	T	T	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	T	T	F	F	T	T	F	F	T	T	F	F
F	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F

表中的 f_2 可以用 $p \vee q$ 表示，f_{15} 是它的否定。

f_3 可以同 f_5 相比较，前者只在 p 假 q 真时为假，后者只在 p 真 q 假时为假。若以 p 为前件 q 为后件，则前者与必要条件相对应，可以用 $\neg p \to \neg q$ 表示；后者与充分条件相对应。可以用 $p \to q$ 表示。f_{14} 是 f_3 的否定，f_{12} 则是 f_5 的否定。

f_4 是与 p 等值的真值函项，可以用 $p \vee (q \wedge \neg q)$，$p \wedge (q \vee \neg q)$ 等表示。f_6 则与 q 等值。而 f_{13} 是 f_4 的否定，f_{11} 是 f_6 的否定。

f_7 可以用 $p \leftrightarrow q$ 表示，f_{10} 是它的否定。

f_8 可以用 $p \wedge q$ 表示，f_{15} 是它的否定。

f_1 是恒真的真值函项，无论 p，q 取什么样的值它总为真。f_{16} 是 f_1 的否定，它是一个恒假式，无论 p，q 取什么样的值，它总是假的。它表示的是逻辑矛盾。

总结以上所述，我们可以看到，给定 n 个命题变元，则有 2^{2^n} 个真值函项。这些不同的真值函项分为三大类：

① 恒真式。不论其中的变元取什么样的值，函项式的值恒为真。

② 恒假式。无论其中的变元取什么样的值，函项式的值恒为假。

③ 协调式。既不是恒真式也不是恒假式的函项式。显然，协调式在其变元的某些取值组合下为真，在另一些取值组合下又为假

的。因此。协调式的真假由变元的真假决定。

恒真式又叫做重言式，它表达的是逻辑真理。恒假式又叫做矛盾式，它表达的是逻辑谬误。重言式和矛盾式都是常函项，即无论它们的变元取什么样的值，函项的值是不变的。

如果说每个理论都关注其真理，逻辑理论关注的则是逻辑真理，即重言式。在后面的讨论中我们将看到，所有有效推理都表现为一个重言式，逻辑思维的基本规则是用重言式描述的，重言式还可以描述命题公式之间的等值关系等等。

第四节 命题公式之间的逻辑等值关系

4.1 命题公式之间的逻辑等值

我们已经指出，给定命题变元，可以构造出无限多个命题公式，但只能构造出有限多个真值函项。而命题公式就相当于一个真值函项，这意味着实际上总有若干个不同的命题公式相当于同一个真值函项。这些命题公式尽管形式各不相同，由于它们表示的是同一个真值函项，无论构成公式的变元取什么样的值，这些公式要真都是真的，要假都是假的。

显然，这些表达同一真值函项的公式在任何情况下都具有相同的逻辑值，因此我们称这些公式是逻辑等值的公式。

由此可见，如果两个命题公式是逻辑等值的，那么它们一定有共同的命题变元，并且无论构成公式的变元取什么值，两个公式要真都真，要假都假。例如，命题公式“$\neg p \vee \neg q$”与“$\neg(p \wedge q)$”是逻辑等值的。两个公式虽然形式不同，但它们有共同的变元 p 和 q，并且从下列真值表可见，在变元的每一取值组合下两个公式都有相同的逻辑值：

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(p \wedge q)$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T

这个例子说明，真值表给我们提供了一种方法，我们可以运用它来判定任意两个有共同变元的公式是否逻辑等值。

〔例1〕 判定命题公式“$(p \wedge q) \rightarrow r$”与“$p \vee (q \rightarrow r)$”是否逻辑等值。

证：建立真值表如下

p	q	r	$p \wedge q$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$p \vee (q \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T

从真值表的最后两行可见，两个公式不是逻辑等值的。

如果两个公式是逻辑等值的，如上面已证明的“$\neg p \vee \neg q$”和“$p \wedge q$”，那么以这两个公式为子公式构造一个等值式：

$$(\neg p \vee \neg q) \leftrightarrow \neg(p \wedge q)$$

这个等值式是恒真的，因为两个子公式总是等值的，等值式不可能假。由此可推知，一个等值式是重言式，那么它的两个子公式逻辑等值。

如果一个等值式是重言式，那么我们就用符号“$\Leftrightarrow$”代替等值联结“$\leftrightarrow$”。公式“$\Phi \Leftrightarrow \Psi$”表示 Φ 和 Ψ 逻辑等值，即“$\Phi \leftrightarrow \Psi$”是重言式。因此我们有：

$$(\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge q)$$

4.2 几个重要的重言等值式

这里我们将讨论几个重要的重言等值式，它们在证明推理有效性中发挥着重要的作用。

1. 交换律 $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$

$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$

由于合取式只在每个支公式都真才真，只要有一个子公式假就假；而析取式只在每个子公式都假时才假，只要有一个子公式真就真。因此，合取式或析取式的两个子公式可以任意交换位置，对公式的逻辑值没有影响。

2. 结合律 $[(p \wedge q) \wedge r] \Leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$

$[(p \vee q) \vee r] \Leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

结合律指出，对于多重的合取式和析取式来说，括号的位置不同并不影响公式的真假。因为无论括号在什么位置，一个合取式真当且仅当每个子公式都真，而一个析取式假当且仅当每个子公式都假。

3. 德摩根律 $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

德摩根律指出,否定一个合取式当且仅当至少否定它的一个合取支,而否定一个析取式当且仅当否定它的每一个析取支。我们前面已经用真值表证明了合取式的情况,关于析取式可做类似的证明。

4. 分配律　$[p\wedge(q\vee r)]\Leftrightarrow[(p\wedge q)\vee(p\wedge r)]$

$[p\vee(q\wedge r)]\Leftrightarrow[(p\vee q)\wedge(p\vee r)]$

现在用真值表证明其中的一条,另一条的证明可参照进行。

p	q	r	$q\vee r$	$p\wedge q$	$p\wedge r$	$p\wedge(q\vee r)$	$\leftrightarrow$	$(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	F	T	F
F	T	T	T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F	F	T	F
F	F	T	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	T	F

5. 实质蕴涵　$(p\rightarrow q)\Leftrightarrow(\neg p\vee q)$

用真值表对其进行验证:

p	q	$\neg p$	$p\rightarrow q$	$\leftrightarrow$	$\neg p\vee q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

6．假言易位　$(p\rightarrow q)\Leftrightarrow(\neg q\rightarrow \neg p)$

假言易位指出，如果 p 蕴涵 q，那么非 q 就蕴涵非 p，即前件是后件的充分条件，当且仅当后件就是前件的必要条件。用真值表可以验证两个公式逻辑等值：

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p\rightarrow q$	$\leftrightarrow$	$\neg q\rightarrow \neg p$
T	T	F	F	T	T	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T

7．移出律　$[(p\wedge q)\rightarrow r]\Leftrightarrow[p\rightarrow(q\rightarrow r)]$

用真值表可以验证两个公式逻辑等值：

p	q	r	$p\wedge q$	$q\rightarrow r$	$[(p\wedge q)\rightarrow r)$	$\leftrightarrow$	$(p\rightarrow(q\rightarrow r)]$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	T	F
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	F	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

8. 实质等值　$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$

用真值表可以验证两个公式逻辑等值：

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q$	$\leftrightarrow$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	F	T	F
F	F	T	T	T	T	T

9. 双否律　$p \Leftrightarrow \neg\neg p$

双否律指出，一个公式与对该公式的否定之否定逻辑等值。两个公式的逻辑等值是显然。

10. 重言律　$p \Leftrightarrow (p \wedge p)$

$p \Leftrightarrow (p \vee p)$

可以用真值表判定这两个公式逻辑等值：

p	$p \wedge p$	$p \vee p$	$p \leftrightarrow (p \wedge p)$	$p \leftrightarrow (p \vee p)$
T	T	T	T	T
F	F	F	T	T

我们讨论了10组重言等值式。它们在命题演算中有重要作用。

4.3　命题联结词的相互定义

两个命题公式逻辑等值意味着它们表达同一个真值函项，而

两个具体命题逻辑等值意味着两个命题描述的是同一个事件，因此它们都可以相互交替使用。如：

(1) 如果李司是犯罪嫌疑人，那么李司有犯罪动机

设“李司是犯罪嫌疑人”为 p，“李司有犯罪动机”为 q，命题(1)的逻辑形式是“$p \rightarrow q$”。根据实质蕴涵律“$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$”，命题(1)等值于形式为“$\neg p \vee q$”的命题。

(2) 或者李司不是犯罪嫌疑人，或者李司有犯罪动机

又根据德摩根律“$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$”可推知“$(p \vee q) \Leftrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$”。用“$\neg p$”代替“$p$”得到“$(\neg p \vee q) \Leftrightarrow \neg(\neg \neg p \wedge \neg q)$”。最后根据双否律“$p \Leftrightarrow \neg \neg p$”可推知“$(\neg p \vee q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$”。即形式为“$\neg p \vee q$”的命题(2)等值于形式为“$\neg(p \wedge \neg q)$”的命题。

(3) 并非李司是犯罪嫌疑人并且李司没有犯罪动机

虽然命题(1)、(2)、(3)的逻辑形式不同，但它们所例示的命题公式是逻辑等值的。

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$$

因此这三个命题是逻辑等值的，它们描述的是同一个事件。如果描述符合事实，三个命题都是真的，如果不符合事实，则三个命题都假。因此，在人们日常交往以及在推理中，这三个命题可以相互进行替换。

我们在前面已经证明，如果两个命题公式逻辑等值，那么它们表达同一个真值函项，它们在任何情况下的逻辑值都是一样的，完全可以相互任意替换使用。因此，我们在表达时可以只取其中的一个公式，而另一个公式则用所取公式来定义。

我们在讨论复合命题的基本形式时就是这样做的。本来有两种基本的选言命题形式，即相容的选言命题“$p \vee q$”和不相容的选言命题“$p \veebar q$”。由于后者可以用“$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$”来定义，我们就只取了“$p \vee q$”作为选言命题的基本形式。

条件命题也是如此。本来有充分条件和必要条件这样两种不同的条件命题，由于必要条件联结词“$\leftarrow$”可以用充分条件“$\rightarrow$”来定义，我们就只取了“$\rightarrow$”。

我们说有五种基本的命题公式，因为由五个不同的联结词 $\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$ 和 $\leftrightarrow$，根据形成规则可以得到五个不同的基本命题公式. 现在我们要指出，实际上这五个联结词我们只需要其中的两个就够了，我们可以用它们来定义其他三个。因此，最基本的命题公式实际上只需要两个，其他基本命题公式可以用这两个联结词构造的命题公式来定义。

能用于构造最基本命题公式的联结词有如下几组：

“$\neg$，$\wedge$”，“$\neg$，$\vee$”和“$\neg$，$\rightarrow$”。

这里我们只讨论用“$\neg$，$\vee$”定义出所有五种基本命题公式，其他两组的情况作为练习请读者自己证明。

〔例〕证明用“$\neg$，$\vee$”构造的命题公式可以定义所有五种基本命题公式。

证：由于“$\neg p$”和“$p \vee q$”就是用“$\neg$，$\vee$”构造的，我们所需要证明的只有“$p \wedge q$”，“$p \rightarrow q$”和“$p \leftrightarrow q$”。

(1) 由德摩根律“$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$”可推得：

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$$

（2）由实质蕴涵律

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$$

（3）由实质等值律“$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$”，再根据实质蕴涵律可推得：

$$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$$

思考题

一、什么是复合命题？有几种基本的复合命题形式？

二、各个形式的复合命题具有什么样的逻辑性质？

三、什么是命题公式？分析命题公式与具体命题的关系。

四、分析命题公式的基本符号和形成规则，怎样判定一个表达式是否命题公式。

五、什么是真值函项？分析真值函项与命题公式的关系。

六、什么是重言式、矛盾式和协调式？

六、能否用“$\neg$，$\wedge$”这一组联结词来定义所有命题公式，为什么？

练习题

一、用 A 表示“重庆力帆队获得所在小组赛冠军”，B 表示“云南红塔队获得所在小组赛冠军”，C 表示“上海申花队获得甲 A 联赛冠军”，D 表示“辽宁队获得甲 A 联赛冠军”。写出下列命题的逻辑形式：

1. 或者重庆力帆队获得所在小组赛冠军并且云南红塔队获得所在小组赛冠军，或者上海申花队获得甲 A 联赛冠军。

2. 云南红塔队获得所在小组赛冠军，并且重庆力帆队获得所在小组赛冠军或者辽宁队获得甲 A 联赛冠军。

3. 如果辽宁队获得甲 A 联赛冠军，那么重庆力帆队获得所在小组赛冠军并且上海申花队没有获得甲 A 联赛冠军。

4. 并非重庆力帆队和云南红塔队都获得所在小组赛冠军，但上海申花队和辽宁队都没有获得甲 A 联赛冠军。

5. 只有云南红塔队获得所在小组赛冠军并且重庆力帆队没有获得所在小组赛冠军，辽宁队才能获得甲 A 联赛冠军。

6. 只要重庆力帆队或者云南红塔队没有获得所在小组赛冠军，上海申花队就不能获得甲 A 联赛冠军。

7. 如果重庆力帆队没有获得所在小组赛冠军而云南红塔队获得所在小组赛冠军，那么辽宁队就将获得甲 A 联赛冠军。

8. 如果上海申花队获得甲 A 联赛冠军，那么重庆力帆队和云南红塔队都没获得所在小组赛冠军。

二、写出下列命题的逻辑形式：

1. 不可能既要马儿跑，又要马儿不吃草。

2. 小王和小李都是学生，但并非都是好学生。

3. 除非经本人同意，不能以营利为目的使用公民的肖像。

4. 法人是具有民事权利能力和民事行为能力,依法独立享有民事权利和承担民事义务的组织。

5. 无民事行为能力人实施的行为,或者限制民事行为能力人依法不能独立实施的行为,是无效的民事行为。

6. 经人民法院两次合法传唤,原告无正当理由拒不到庭的,视为申请撤诉;被告无正当理由拒不到庭的,可以缺席判决。

7. 宁为玉碎,不为瓦全。

三、设 A、B 为真,X、Y 为假,下列命题公式哪些能确定为真?

1. $A \wedge (X \vee \neg Y)$
2. $Y \vee (B \wedge \neg X)$
3. $(A \wedge X) \vee (B \wedge Y)$
4. $\neg(A \wedge Y) \vee B$
5. $A \rightarrow (B \rightarrow X)$
6. $X \rightarrow (A \rightarrow B)$
7. $(A \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow B)$
8. $(X \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow Y)$
9. $(X \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg X)$
10. $(X \rightarrow A) \rightarrow (\neg X \rightarrow \neg A)$
11. $(X \vee A) \rightarrow (B \wedge Y)$
12. $((A \vee B) \rightarrow Y) \rightarrow X$
13. $A \vee (X \wedge (B \vee Y))$
14. $B \wedge (Y \vee (A \wedge X))$
15. $((A \vee X) \wedge \neg Y) \vee \neg(Y \vee (A \wedge X))$
16. $(Y \wedge (A \vee X)) \vee \neg((Y \vee A) \wedge (Y \vee X))$
17. $(A \vee (X \wedge B)) \rightarrow \neg(A \vee (X \wedge B))$
18. $(X \rightarrow (X \rightarrow Y)) \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow Y)$
19. $(A \rightarrow (B \rightarrow X)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow Y)$
20. $(X \rightarrow (A \rightarrow Y)) \rightarrow ((X \rightarrow A) \rightarrow Y)$

21. $((X \land A) \to Y) \to ((A \to X) \to Y)$

22. $((A \land B) \to Y) \to ((X \to A) \to Y)$

23. $(A \lor (X \land B)) \to ((A \lor X) \land (A \lor B))$

24. $((B \land X) \to Y) \to ((B \to Y) \to (X \to Y))$

四、设 A、B 为真，X、Y 为假，P、Q 的值不确定，下列哪些命题公式的值能够确定？

1. $P \lor (X \lor \neg P)$
2. $P \lor (Y \lor \neg Q)$
3. $A \land (P \lor \neg A)$
4. $Q \lor (X \land \neg Q)$
5. $\neg P \lor (A \land P)$
6. $X \to (Q \to A)$
7. $A \to (Q \to Y)$
8. $(A \to P) \to (B \to Y)$
9. $(P \to A) \to (X \to Q)$
10. $(X \to P) \to (A \to Y)$
11. $(A \lor P) \to (B \land Q)$
12. $(B \land P) \to (A \lor Q)$
13. $\neg(P \land Q) \lor (\neg P \land \neg Q)$
14. $\neg(P \lor Q) \land (\neg P \lor \neg Q)$
15. $(A \lor (P \land Q)) \land \neg((A \lor P) \land (A \lor Q))$
16. $(A \land (P \lor Q)) \lor \neg((A \land P) \lor (A \land Q))$
17. $(A \to P) \to (P \to ((Q \to B) \to A))$
18. $(A \to P) \to (P \to ((Q \to B) \to Y))$
19. $(A \to Y) \to (B \to ((A \to Q) \to Y))$
20. $A \to ((B \to P) \to (Y \to (A \to Q)))$
21. $(A \to (B \to P)) \to ((B \to Q) \to Y)$
22. $(P \to Q) \to ((P \lor X) \to (Q \lor A))$

23. $(P \to Q) \to ((A \wedge P) \to (A \wedge Q))$

24. $(P \vee Q) \to ((P \wedge A) \to (Q \wedge A))$

五、命题“如果商品价廉并且物美，那么商品畅销”与下列那些命题逻辑等值：

1. 如果商品不畅销，那么价不廉并且物不美。
2. 如果商品不畅销，那么价不廉或者物不美。
3. 如果商品价廉，那么如果它物美就会畅销。
4. 如果商品价廉，那么或者它物美或者它不会畅销。
5. 如果商品价廉，那么或者它物不美或者它会畅销。
6. 或者商品物不美，或者如果价廉它就会畅销。
7. 如果商品价廉但是它不畅销，那么它物不美。
8. 如果商品畅销，那么它价廉物美。

六、将下列命题形式化，然后用只有联结词“$\wedge$，$\neg$”的命题公式表示其逻辑形式，并写出其相应的等值命题。

〔例〕如果他不愿意干这件事，或者是没有能力干这件事，他就将被淘汰。

证：设“他愿意干这件事”为 A，“他有能力干这件事”为 B，“他被淘汰”为 C，该命题的逻辑形式是：$(\neg A \vee \neg B) \to C$

根据德摩根律 $(\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge q)$，$((\neg A \vee \neg B) \to C) \Leftrightarrow (\neg(A \wedge B) \to C)$。

根据实质蕴涵律 $(p \to q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$，$(\neg(A \wedge B) \to C) \Leftrightarrow (\neg\neg(A \wedge B) \vee C)$。

再根据德摩根律 $(\neg\neg(A \wedge B) \vee C) \Leftrightarrow \neg(\neg\neg\neg(A \wedge B) \wedge \neg C)$。

最后根据双否律 $\neg\neg p \Leftrightarrow p$，$\neg(\neg\neg\neg(A \wedge B) \wedge \neg C) \Leftrightarrow \neg(\neg(A \wedge B) \wedge \neg C)$

因此，该命题等值于如下命题：

这是不可能的：并不是他愿意干这件事并且他有能力干这件

事,但是他没有被淘汰。

1. 如果一个人犯罪时不满18岁,那么对他不适用死刑。

2. 一个三角形是等边的,当且仅当它是等角的。

3. 你要么是重庆人,要么是湖北人,不可能既是重庆人又是湖北人。

4. 如果考生考试合格并且体检合格,那么可以被录取。

5. 只有有犯罪动机并且有作案时间的人才可能是犯罪嫌疑人。

七、将下列命题形式化,然后用只有联结词“∨,¬”的命题公式表示其逻辑形式,并写出其相应的等值命题。

1. 如果一个人的行为严重危害了社会,那么他是在犯罪。

2. 只有年满18岁的人才有选举权。

3. 并非小王和小李都当选了,但也并非小王和小李都没当选。

4. 如果要增加销售利润,那么就要增加销售收入并且降低销售成本。

八、证明:用“¬,∧”这一组联结词构造的命题公式可以定义所有五种基本命题公式。

第五章　命题逻辑

本章主要讨论的是命题演算。我们首先要明确什么是有效推理式，它与具体的有效推理有何区别和联系，在此基础上理解形式化的逻辑系统与具体推理论证的关系。

第一节　基本的有效推理式

1.1　推理的有效性

推理是一个包含特殊词项的命题集合，根据这样的词项，我们可以区分出前提和结论。例如：

> (1) 如果张珊是中国公民并且她有选举权，那么她年满 18 岁。张珊是中国公民，但是她还没满 18 岁。所以，张珊没有选举权。

(1) 是由三个命题构成的集合，它中间出现了特殊词项“所以”。由此我们把在“所以”前面出现的两个命题称作前提，我们由这两个前提推导出结论“张珊没有选举权”。因此这个命题集合是一个推理。

显然，作为推理的命题集合与一般的命题集合不同，它的元素的排列是有序的。排列在前面的是前提，排列在最后的一个是结论。因此推理是一个命题序列。推理描述的是一种推演关系，即作为结论的命题是由前提推导出来的，结论的真或可靠性依赖于前提。在(1)中，结论“张珊没有选举权”是否为真依赖于两个前提。

如果前提真时结论必然是真的，我们就称前提和结论之间有必然的逻辑联系。这种联系保证了推理决不会出现前提真而结论假的情况。因此，可以由前提的真来保证结论真，由前提可靠有效地推演出结论的可靠。前提和结论之间具有必然逻辑联系的推理就是有效推理。

如果前提和结论之间不具有必然的逻辑联系，那么前提真时结论是否为真不能确定，即不能由前提的真有效地推导出结论真，这样的推理就是无效推理。

推理的有效性是由推理的形式决定的。它表现为作为前提的命题同作为结论的命题之间的一种逻辑关联性，这种逻辑关联取决于构成推理的命题的形式结构特征。从(1)看，令 p 表示命题“张珊是中国公民”，q 表示“张珊有选举权”，r 表示“张珊年满 18 岁”，(1) 的形式如下：

(2) $(p \land q) \rightarrow r$

$p \land \neg r$

$\therefore \neg q$

由(2)可见，(1)的第一个前提形式为蕴涵式“$(p \land q) \rightarrow r$”，第二个前提的形式是合取式“$p \land \neg r$”。假定这两个前提都真，那么根据合取式的逻辑特征：$p \land \neg r$ 真时 p 和 $\neg r$ 都真；而 $\neg r$ 真时根据否定式的特征：r 为假。r 是蕴涵式 $(p \land q) \rightarrow r$ 的后件，该蕴涵式是真的，根据蕴涵式的逻辑特征：其后件假则前件必假，因此 p

$\wedge$ q 是假的。再由合取式逻辑特征：合取式假其合取支至少有一个假，既然 p 是真的，q 就一定假，因此 $\neg q$ 必真。$\neg q$ 是结论的形式，因此，当(1) 的前提真时结论必真。所以，(1) 是一个有效推理。

推理的有效性只能从推理的形式上去分析，而内容各异的种种具体推理则只是推理形式的代换实例，简称为例示。因此，(1) 是(2) 的一个例示，如下推理也是(2) 的一个例示：

(3) 如果这种商品价格低廉并且品质优良，那么它就能够畅销
该商品确实价格低廉，但是它不畅销
所以，这种商品品质不优良

(3) 是用具体命题"这种商品价格低廉"代换(2) 中的变元 p，用"这种商品品质优良"代换 q，用"这种商品畅销"代换 r 而得到的一个具体命题。

必须注意，一个具体推理是某个推理形式的代换例示，那么它必须符合对代换的要求，即代换必须是处处进行。

所谓代换处处进行是指：用一个具体命题对一个变元进行代换，对该变元的每一处出现都必须用这同一个命题来代换。在上述命题形式(2) 中，同一个变元都出现了两次，(1) 和(3) 是(2) 的代换例示，因为它们对(2) 中的每个变元的每次出现都是用同一个具体命题代换的。

现在可以给出有效推理的定义：

有效推理的定义 　**设命题序列** $\Gamma=\langle p_1, p_2, \cdots, p_n, q\rangle$ **是一个推理形式，其中** $p_1, p_2, \cdots, p_n$ **是前提，**q **是结论。**Γ**是一个有效的推理式，当且仅当，**Γ**的每一代换实例都使得：如果** $p_1, p_2, \cdots, p_n$ **真那么** q **真。**Γ**是无效推理式，如果至少有一个** Γ**的代换实例使得：**$p_1, p_2, \cdots, p_n$ **真但** q **假。**

如下就是一个无效的推理形式：

(4) $(p \wedge q) \to r$

$p \wedge \neg q$

$\therefore \neg r$

(4) 所以无效是因为我们可以找到一个该推理形式的例示，使得它前提真而结论假。假定李司是一个被剥夺了政治权利的成年中国公民，那么如下推理是(4) 的一个例示，它的前提真而结论假：

如果李司是中国公民并且他有选举权，那么他年满 18 岁。李司是中国公民，但是他没有选举权。所以，李司还没满 18 岁。

1.2 基本的有效推理式

根据基本命题公式的逻辑特征可推知如下一些推理形式是有效的。

1. 根据合取式的逻辑特征

合取式的逻辑特征指出：一个合取式真，当且仅当两个支命题都真。由此可得到有组合式和分解式两种有效的推理形式。

组合式(简记为 ∧+)

$$\begin{array}{l} p \\ \underline{q \qquad\qquad} \\ \therefore p \wedge q \end{array}$$

分解式(简记为 ∧－)

$$\frac{p \land q}{\therefore p}$$

显然,这两个推理形式都不可能由真前提推出假结论,因此它们都是有效式。如下是这两个推理形式的例示:

菊花可以观赏。菊花可以入药。所以,菊花既可观赏又可入药。

当事人订立的合同既有书面形式又有口头形式。所以,当事人订立的合同有书面形式。

2. **根据析取式的逻辑特征**

析取式的逻辑特征指出:一个析取式真,当且仅当两个支命题至少有一个真,因此有选言三段论和附加式两个有效推理式。

选言三段论(简记 ∨－)

$$\frac{\begin{array}{c} p \lor q \\ \neg p \end{array}}{\therefore q}$$

附加式(简记 ∨＋)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

如下是选言三段论的例示：

拍卖的物品是委托人所有的或者是委托人依法可以处分的。该拍卖物品不是委托人所有的。所以，该拍卖物品是委托人依法可以处分的。

选言三段论的有效性是显然的。一个析取式是真的，那么其析取支至少有一个真。因此，由 $p \vee q$ 和 $\neg p$ 为真推出 q 必为真。因为如果 q 不是真的则 $p \vee q$ 也不可能真，这与 $p \vee q$ 为真的假定是矛盾的。

但是由 $p \vee q$ 和 p 为真，却推不出 q 的真假，因为析取式只要有一个析取支真就是真的。因此，当 $p \vee q$ 和 p 为真时，q 可以是真的也可以是假的，即 q 的真假无法确定。所以，否定析取式的一个析取支必然推出肯定其另一个析取支的结论，但肯定析取式的一个析取支却推不出关于另一个析取支的结论。如下推理式是无效的：

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \end{array}}{\therefore \neg q}$$

至于附加式在日常思维中用得很少，但在推理有效性证明中这个推理式有重要作用。

3. **根据蕴涵式的逻辑特征**

一个蕴涵式只在前件真后件假时才是假的。因此,有分离式、逆分离式和假言三段论等三个有效式。

分离式(简记 MP)

$$\begin{array}{c} p \to q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

如下是这个推理式的代换实例子:

如果是犯罪嫌疑人,那么必有犯罪动机。王武是犯罪嫌疑人,所以王武有犯罪动机。

分离式的有效性是显然的。一个蕴涵式是真的,那么其前件真时后件必真。因此,由 $p \to q$ 和 p 为真一定推出 q 为真。因为如果 q 不是真的,那么要么 $p \to q$ 不是真的,要么 p 不可能真。这与 $p \to q$ 和 p 为真的假定相矛盾。

但是,由 $p \to q$ 和 q 为真,却推不出 p 的真假。因为如果一个蕴涵式的后件真,那么无论其前件真还是假该蕴涵式都真。因此,当 $p \to q$ 和 q 为真时,p 可以是真的也可以是假的,即 p 的真假无法确定。因此,肯定蕴涵式的前件必然推出肯定其后件的结论,但肯定其后件却推不出关于前件的结论。如下推理式是一个无效式:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

逆分离式(简记 MT)

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

如下是逆分离式的例示:

如果天在下雨,那么地是湿的。外面的地不是湿的,所以,天没有下雨。

逆分离式的有效性也是显然的。一个蕴涵式是真的,那么其后件假时前件必假。因此,由 $p \to q$ 和 $\neg q$ 为真一定推出 $\neg p$ 为真。因为如果 $\neg p$ 不是真的,即如果 p 不是假的,那么要么 $p \to q$ 不是真的,要么 $\neg q$ 不可能真。这与 $p \to q$ 和 $\neg q$ 为真的假定是矛盾的。

但是,由 $p \to q$ 和 $\neg p$ 为真,却推不出 q 的真假。因为如果一个蕴涵式的前件假,那么无论其后件真还是假,该蕴涵式都真。因此,当 $p \to q$ 和 $\neg p$ 为真时,q 可以是真的也可以是假的,即 q 的真假无法确定。因此,否定蕴涵式的后件必然推出否定其前件的结论,但否定其前件却推不出关于后件的结论。如下推理式是无效的:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

假言三段论(简记 HS)

$$\begin{array}{l} \quad p \rightarrow q \\ \quad q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

根据蕴涵式的逻辑特征，假言三段论不可能由真前提推出假结论，因此它是一个有效式。如下是这个推理形式的例示：

如果这种商品定价过高，那么将使企业丧失部分销售市场。如果企业丧失了这部分销售市场，那么企业销售额将受到严重影响。所以，如果这种商品定价过高，那么企业销售额将受到严重影响。

4. **二难推理**

我们将讨论的最后一个基本的有效推理式是二难推理。

二难推理（简记 CD）

$$\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \\ \quad p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

二难推理的一个前提是合取式，其合取支是蕴涵式。另一个前提是析取式，两个析取支分别是对两个蕴涵式前件的肯定。结论也是一个析取式，两个析取支分别肯定了两个蕴涵式的后件。

由合取式、析取式和蕴涵式的逻辑特征可推知二难推理是一个有效的推理式。

假定两个前提真，那么由$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$真根据合取式的

逻辑特征可知：$p\rightarrow q$和$r\rightarrow s$都真。由$p\vee r$真根据析取逻辑特征可知：p和r至少有一个真。p和r分别是蕴涵式$p\rightarrow q$和$r\rightarrow s$的前件，根据蕴涵式的逻辑特征，蕴涵式真时前件真后件必真，因此q和s至少有一个真。由此根据析取式的逻辑特征可知：$q\vee s$必真。

如下推理式是二难推理的变形，又被称作二难推理的破坏式，显然它也是有效的：

$$
\begin{array}{l}
(p\rightarrow q)\wedge(r\rightarrow s)\\
\neg q\vee\neg s\\
\hline
\therefore\neg p\vee\neg r
\end{array}
$$

这个推理式所以叫做二难推理，是因为它可以揭示我们日常思维中隐含的一些问题。以这些有问题的思想作前提，可以推出我们不能接受的结论，或者是使我们进退维谷的结论。著名的“半费之讼”充分体现了二难推理的这一特点。

传说古希腊的爱瓦梯尔曾拜著名辩者普洛太哥拉斯为师学习法律。关于学费二人订立了这样契约：学费分两次交清，开始学习时只交一半，另一半在学生第一次出庭胜诉后再交。

学生爱瓦梯尔学完后走了，很久也不交剩余的另一半学费。老师普洛太哥拉斯很生气，他告诉爱瓦梯尔要向法庭起诉他。

爱瓦梯尔回答说：如果你真的起诉我，我就可以不交那些学费了。

普洛太哥拉斯问：为什么？

爱瓦梯尔说：如果我胜诉，那么根据法庭判决，我可以不交那些学费；如果我败诉，这是我第一次出庭，那么根据契约，我也可以不交那些学费。或者我胜诉，或者我败诉。总之我可

以不交那些学费。

普洛太哥拉斯反驳说:你错了。如果我真的起诉,你就必须交那些学费。

爱瓦梯尔问:为什么?

普洛太哥拉斯说:如果是我胜诉,那么根据法庭判决,你必须交那些学费;如果是我败诉,当然就是你胜诉,既然你是第一次出庭,那么根据契约,你也必须交那些学费。或者我胜诉,或者我败诉。总之你必须交那些学费。

我们看到,同一个契约并且同一个法庭,学生和老师运用相同的推理形式却推出了相互否定的结论。推理形式是有效的,两个推理都是二难推理的正确例示,问题只能出在前提上。实际上关于学费的这个契约是有问题的,它忽略了一种情况,即第一次出庭的当事人正是签订契约的当事人。由这个契约一定会导致这样的二难结局。

“半费之讼”说明,要推出可靠的结论,首先要求推理形式是有效的,形式无效的推理其结论一定不可靠。但是,形式有效的推理结论是否可靠还有赖于前提,如果前提像关于学费的契约那样是有问题的,结论也不一定可靠。因此,要推出可靠的结论不仅要求推理形式有效,还要求推理的前提可靠。

至此,我们讨论了八个基本的有效推理式。显然,构成推理式的基本命题公式的逻辑特征决定了这八个推理式的有效性。

第二节 推理有效性的形式证明

2.1 推理有效性与命题演算

逻辑研究的目的是分析一个推理的有效性及其根据，我们以上讨论八个基本的有效推理式则是为了分析复合命题构成的推理的有效性及其根据。

对于简单的复合命题推理，我们可以直接根据这些基本有效式来判定推理是否有效，并说明理由。例如：

如果是犯罪嫌疑人，那么必有犯罪动机。王武有犯罪动机。所以王武是犯罪嫌疑人。

这个推理是无效的。因为它的两个前提一个是蕴涵式，一个是对蕴涵式后件的肯定。而以蕴涵式为前提的推理只能通过肯定前件或否定后件而推出结论，即只有分离式（MP）和逆分离式（MT）两种有效式。肯定蕴涵式的后件，其前件是真假不定的。

但是对于复杂的推理这样做就不够了。例如，下列推理：

如果商品短缺日益严重，那么物价会上涨。如果存在生产过剩，那么物价不会上涨。如果存在通货膨胀威胁，那么财政控制将继续。如果政府改组，那么财政控制将取消。或者存在生产过剩，或者政府改组。因此，商品短缺不会日益严重，或者不再存在通货膨胀威胁。

仅仅孤立地运用八个有效式不可能对这个复杂推理的有效性

及其根据做出说明。

虽然孤立地运用八条有效推理式不能证明复杂推理,但它们却提供了证明有效性的基本依据。我们只须以这些有效推理式为基础,增添新的规则和具体行为方法,就可得到一个证明系统。对于任意一个由复合命题构成的推理,只要它是有效的,其有效性就能在这个系统中得到证明。

推理的有效无效是由形式决定的,分析证明复合命题推理的有效性只能从形式方面入手。因此,在系统中证明推理的有效性纯粹是从形式上证明由前提到结论的推演关系。这样描述的推演关系就是一种数学意义上的演算关系。因此这样的系统被称作命题演算系统。

建立命题演算系统有两种方法:一是公理化方法,一是自然演绎方法。公理化的命题演算系统是在形式语言基础上增添公理和变形规则建构起来的。公理是推演的出发点,由公理根据变形规则推演出的是定理。显然,在公理化的系统中,所有定理的可靠性都依赖于公理。这也使得公理化方法离我们的日常思维比较远,因为我们证明一个命题的可靠性并不需要追溯其出发点,往往是只需考虑给定前提的情况。自然演绎方法恰好符合人们日常思维的这一特点。

自然演绎系统与公理系统不同,它没有公理,只有一系列推理规则。它是引入特定前提为假设,根据推理规则推演出结论而建构起来的演算系统。由于这个系统描述的推演关系比较直接而自然地反映了人们的思维过程,因而被称作自然演绎系统。我们将以自然演绎系统为基础讨论有效推理的证明。

不过需要说明,我们对自然演绎系统的讨论是以有利于读者理解和运用为目的的,因此在规则的选择和引入顺序上并不太严格。

2.2 有效推理的形式证明

在命题演算系统中对推理有效性的证明称作形式证明。现在我们给出自然演绎系统中形式证明的定义：

形式证明的定义　一个形式证明是一个命题公式序列 $A_1, A_2, \cdots, A_n$。其中的任一 $A_i(1 \leqslant i \leqslant n)$ 或者是前提，或者是由前面的公式根据推理规则得到的。序列的最后一个公式 A_n 恰好是结论。

自然演绎系统形式证明是建立在推理规则基础之上的。这些规则大约可分为四部分：一是基本推导规则，二是等值替换规则，三是条件证明规则，四是间接证明规则。基本推导规则由上一节讨论的八个有效推理式构成。

基本推导规则

1. 组合规则（∧+）

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$$

2. 简化规则（∧－）

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

3. 选言三段论（∨－）

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \end{array}}{\therefore q}$$

4. 附加规则(∨+)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

5. 分离规则(MP)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{\therefore \quad q}$$

6. 逆分离规则(MT)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \quad \neg p}$$

7. 假言三段论(HS)

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \hline \therefore p \to r \end{array}$$

8. 二难推理(CD)

$$\begin{array}{l} (p \to q) \wedge (r \to s) \\ p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (p \to q) \wedge (r \to s) \\ \sim q \vee \sim s \\ \hline \therefore \sim p \vee \sim r \end{array}$$

仍以上面的讨论的推理为例讨论如何运用规则建立形式证明。

〔例 1〕 如果商品短缺日益严重,那么物价会上涨。如果存在生产过剩,那么物价不会上涨。如果存在通货膨胀威胁,那么财政控制将继续。如果政府改组,那么财政控制将取消。或者存在生产过剩,或者政府改组。因此,商品短缺不会日益严重,或者不再存在通货膨胀威胁。

解:设“商品短缺日益严重”为 A,“物价会上涨”为 B,“存在生产过剩”为 C,“存在通货膨胀威胁”为 D,“财政控制将继续”为 E,“政府改组”为 F。

首先将该推理形式化,在此基础上建立该推理有效性的形式证明。

① $A \to B$	P
② $C \to \neg B$	P
③ $D \to E$	P
④ $F \to \neg E$	P
⑤ $C \vee F$	$P / \therefore \neg A \vee \neg D$
⑥ $(C \to \neg B) \wedge (F \to \neg E)$	②④ $\wedge +$
⑦ $\neg B \vee \neg E$	⑥⑤ CD
⑧ $(A \to B) \wedge (D \to E)$	①③ $\wedge +$
⑨ $\neg A \vee \neg D$	⑦⑧ CD

我们看到，这个形式证明是由九个命题公式构成的。其中的前五个是前提，后四个是由前面的公式根据推理规则得到的。例如：第⑥个公式是由前面的第②和第④个公式根据组合规则“$\wedge +$”得到的。最后一个即第⑨个公式恰好就是结论。

这个推理显然是有效的，因为基本推导规则的运用保证了由真前提只能推出真结论，即前提真时结论必真，不可能由真前提推出假结论。

我们还看到，整个形式证明的内容可分为三部分：第一部分是序号，它既标示了命题公式出现的顺序，同时又是在它后面出现的那个公式的代表。第二部分是若干个命题公式，它们或者是前提，或者是由前面的公式根据推理规则得到的。第三部分则是一些根据，它说明每个命题公式为什么在形式证明中出现。形式证明的这三个构成部分缺一不可。

2.3　等值替换规则

不过，仅有八条基本推导规则还不够，还不足以建立所有推理有效性的形式证明。例如，如下推理：

$$(A \vee B) \to C \quad \backslash \quad \therefore A \to C$$

显然,运用八条基本推导规则不能建立有关这个推理的形式证明。因此我们还需要新的推理规则,这就是等值替换规则。

等值替换规则实际上就是引入一些逻辑等值式作为推理规则,并规定在形式证明中,等值式两边的公式可以相互替换使用。这些规则引入的序号接着基本推导规则编制。

基本推导规则

9. 交换律(*Com*)

$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$

$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$

10. 结合律(*Ass*)

$((p \wedge q) \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$

$((p \vee q) \vee r) \Leftrightarrow (p \vee (q \vee r))$

11. 德摩根律(*DeM*)

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

12. 分配律(*Dist*)

$(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

$(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

13. 实质蕴涵(*Impl*)

$(p \to q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

14. 假言易位(*Tran*)

$(p \to q) \Leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$

15. 移出律(*Exp*)

$((p \wedge q) \to r) \Leftrightarrow (p \to (q \to r))$

16. 实质等值(*Eq*)

$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \to q) \wedge (q \to p))$

17. 双否律(DN)

$p \Leftrightarrow \neg\neg p$

18. 重言律($Taut$)

$p \Leftrightarrow (p \wedge p)$

$p \Leftrightarrow (p \vee p)$

在基本推导规则基础上增添等值替换规则,一般的有效复杂推理都能为其建立形式证明。承前例:

〔例 2〕 $(A \vee B) \rightarrow C \quad \backslash \quad \therefore A \rightarrow C$

证:①$(A \vee B) \rightarrow C$　　$P \quad \backslash \quad \therefore A \rightarrow C$

②$\neg(A \vee B) \vee C$　　①$Impl$

③$(\neg A \wedge \neg B) \vee C$　　②DeM

④$(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)$　　③$Dist$

⑤$\neg A \vee C$　　④ $\wedge -$

⑥$A \rightarrow C$　　⑤$Impl$

再举一例。

〔例 3〕 如果他主张减轻农民的税负,他将赢得农民的支持。如果他主张政府增加对社会福利的投入,他将赢得工人的支持。如果他既赢得农民的支持又赢得工人的支持,他就肯定能当选。但是他没有当选。所以,或者他不主张减轻农民的税负,或者不主张政府增加对社会福利的投入。

证:设“他主张减轻农民的税负”为 A,“他将赢得农民的支持”为 B,“他主张政府增加对社会福利的投入”为 C,“他将赢得工人的支持”为 D,“他肯定能当选”为 E。

将推理形式化并建立推理有效性的形式证明:

①$A \rightarrow B$　　P

②$C \rightarrow D$　　P

③$(B \wedge D) \rightarrow E$　　P

④ $\neg E$	P \ ∴ $\neg A \vee \neg C$
⑤ $\neg(B \wedge D)$	③④ *MT*
⑥ $\neg B \vee \neg D$	⑤ *DeM*
⑦ $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)$	①② $\wedge+$
⑧ $(\neg B \rightarrow \neg A) \wedge (\neg D \rightarrow \neg C)$	⑦ *Tran*
⑨ $\neg A \vee \neg C$	⑥⑧ *CD*

运用等值替换规则和基本推导规则必须注意两类规则之间的区别。

等值替换规则是用逻辑等值的命题去代换原命题，无论怎样替换都不改变原命题公式逻辑值。因此，等值替换可以随时进行。例如，下列推理：

① $(A \rightarrow B) \wedge C$	
② $(\neg A \vee B) \wedge C$	① *Impl*
③ $(\neg A \wedge C) \vee (\neg B \wedge C)$	② *Dist*

它的公式 ② 源自于对公式的 ① 一个子公式“$A \rightarrow B$”运用实质蕴涵 *Impl* 规则，公式 ③ 则源自于对公式 ② 的整体运用分配律 *Dist*。这意味着等值替换规则既可以对公式的整体，也可以对公式的一部分运用，因为逻辑等值命题相互替换，从真命题只能推出真命题，推理总是有效。

但基本推导规则不同。基本推导规则的运用实际上是一种代入，即用任意命题代换推理式中的命题变元。代入必须处处进行才能保证推理的有效性。例如，如下推理：

① $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee E)$

② $A \wedge B$

$\therefore\ C \vee E$ ①② MT

该推理是用"$A \wedge B$"代换 p,"$C \vee E$"代换 q,根据分离规则(MP)"$p \to q, p \Rightarrow q$"得到的。在分离规则 MT 中 p 和 q 各出现了两次,在推理中 p 和 q 的每一次出现都是用相同的命题去代换的。因此推理是有效的。

由于基本推导规则的运用是代入,代入必须处处进行,这就决定了基本推导规则只能对公式的整体起作用。试分析如下推理:

①$(A \wedge B) \to C$

②A $\backslash\therefore\ C$

* ③$A \to C$ ① $\wedge-$

④C ②③ MP

当我们设 A 为真,B、C 为假时,该推理的两个前提"$(A \wedge B) \to C$"和"A"都为真,而结论"C"假。既然存在代换例示使得该推理式的前提真而结论假,这个推理是无效的。因此,这个形式证明一定是错误的。仔细分析我们看到,错误出在公式③,③是由①使用简化规则 $\wedge-$ 得到的。然而 $\wedge-$ 规则只适用于合取式,而公式①是一个蕴涵式,尽管该公式的前件是合取式,但作为基本推导规则,$\wedge-$ 必须施用于整个公式,而不是公式的一部分。由于第③步错了,整个形式证明因此都是错的。

2.4 条件证明规则 $C \cdot P$

有了基本推导规则和等值替换规则还不足以为所有有效的复杂推理建立形式证明,例如,下列推理:

$$A \to (B \to C) \quad \backslash \quad \therefore\ (A \to B) \to (A \to C)$$

这个推理是有效的，但要证明其有效性还需要引入新的推理规则。因此我们引入条件证明规则 $C \cdot P$。引入这条规则还有一个作用，我们可以简化证明过程。

首先讨论条件证明规则的根据。

有效推理的逻辑特征是：前提真时结论必真，不存在有使其前提真而结论假的例示。如果我们以有效推理的前提的合取为前件，结论为后件构造一个蕴涵式，那么这个蕴涵式就不可能前件真而后件假，即它一定是恒为真，一定是个重言式。相反，如果推理式不是有效的，那么存在这样的例示使得该推理式前提真而结论假。因此，与这个推理式相应的蕴涵式就不可能是重言式。

由此我们看到，如果用一个推理式前提的合取为前件，结论为后件构造一个蕴涵式，那么这个推理式与该蕴涵式之间存在这样一种等价关系：如果推理式是有效的，那么蕴涵式是重言式；如果推理式不是有效的，那么蕴涵式就不是重言式。

等值替换规则中的移出律 Exp 指出，如下两个蕴涵式是逻辑等值的：

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

两个蕴涵式分别对应于如下推理式

$(p \wedge q) \rightarrow r$ 对应于

$$\begin{array}{c} p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q \\ \hline \therefore r \end{array}$$

$p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 对应于

$$\begin{array}{c} p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hline \therefore q \rightarrow r \end{array}$$

这两个推理式的区别在于：命题公式“q”在左边的推理式中是前提，而在右边的推理式中是结论的构成部分。就是说，右边的推理式比左边的少了一个前提“q”，并且它们有不同的结论：左边推理式的结论是“r”，右边推理式的则是“$q \to r$”，“q”从前提中消去而变成了结论的前件。

由于两个蕴涵式是逻辑等值的，即如果一个是重言式，另一个也必是；一个不是重言式，另一个也必不是。因此这两个推理式是等价的：如果一个推理式有效，另一必有效；一个是无效的，另一个也必无效。

由此，我们得到了条件证明规则 $C \cdot P$：

19. 条件证明规则 $C \cdot P$

$$\begin{array}{|l} p \\ \cdot \\ \cdot \\ q \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore\ p \to q$$

仍以上述推理为例讨论条件证明规则的运用。

〔例 4〕 $A \to (B \to C)$ \ $\therefore (A \to B) \to (A \to C)$

证：	① $A \to (B \to C)$	P
	② $(A \wedge B) \to C$	① Exp
	③ $(B \wedge A) \to C$	② Com
	④ $B \to (A \to C)$	③ Exp
┌	⑤ $A \to B$	
│	⑥ $A \to (A \to C)$	④⑤ HS
│	⑦ $(A \wedge A) \to C$	⑥ Exp
└	⑧ $A \to C$	⑦ $Taut$
	⑨ $(A \to B) \to (A \to C)$	⑤—⑧ $C \cdot P$

由例 4 我们看到，第 ⑤ 步是将结论的前提作为一个附加前提

引入了形式证明中，到第 ⑧ 步推出了结论的后件，于是就运用 $C \cdot P$ 规则消去 ⑤ 这个附加前提，即以 ⑤ 为前件 ⑧ 为后件而得到 ⑨，⑨ 恰好是结论。

我们在引入附加前提 ⑤ 的同时就用线断标明了这个附加前提的辖域。在辖域中出现的 ⑥、⑦ 和 ⑧ 这几个公式依赖于 ① 和 ⑤ 这两个前提。而公式 ⑨ 出现在附加前提 ⑤ 的辖域之外，因为 $C \cdot P$ 规则的运用已经将 ⑤ 从前提中消去。⑨ 就只依赖于前提 ① 了。

因此，标明辖域在条件证明规则 $C \cdot P$ 的运用中有很重要的意义。我们规定，凡引入附加前提必须标明该前提的辖域。而辖域没有封闭，证明就不能结束，因为这时推演出的公式还依赖于附加前提，即依赖于给定前提之外的东西。如果辖域已经封闭，那么在辖域中出现的公式不能再作为推演的根据，因为我们必须保证推出的结论只依赖于给定的前提，不需要除前提外的其他东西。因此，如下形式证明是错误的：

	① $V \vee \neg U$	P
	② $U \vee W$	P
	③ $(\neg V \wedge \neg X) \rightarrow \neg W$	P \ ∴ $\neg V \rightarrow X$
┌	④ $\neg V$	
│	⑤ $\neg U$	①④ $\vee -$
│	⑥ W	②⑤ $\vee -$
│	⑦ $\neg(\neg V \wedge \neg X)$	③⑥ MT
│	⑧ $V \vee X$	⑦ DeM
│	⑨ $\neg V \rightarrow X$	⑧ $Impl$

这个形式证明的错误在于附加前提 ④ 的辖域没有封闭。虽然公式 ⑨ 与结论有完全相同的形式，但它是出现在附加前提 ④ 的辖域内，除给定前提 ①②③ 外，它还依赖于 ④，而 ④ 是原前提中

没有的。

显然,如果要把结论的一部分作为附加前提引入证明,那么结论应该是形式为蕴涵式或等值于蕴涵式的命题,如析取式、等值式。

在形式证明中可以根据需要随时使用条件证明规则。

〔例 5〕 $A \to (B \wedge D)$

$B \to ((C \to (C \vee E)) \to F)$ / ∴ $A \to F$

证:① $A \to (B \wedge D)$ P

② $B \to ((C \to (C \vee E)) \to F)$ P

③ A

④ $B \wedge D$ ①③ MP

⑤ B ④ $\wedge -$

⑥ $(C \to (C \vee E)) \to F$ ②⑤ MP

⑦ C

⑧ $C \vee E$ ⑦ $\vee +$

⑨ $C \to (C \vee E)$ ⑥ ～ ⑦ $C \cdot P$

⑩ F ⑥⑨ MP

⑪ $A \to F$ ③ ～ ⑩ $C \cdot P$

2.5 间接证明规则 *RAA*

间接证明又叫做归谬证明或反证法。这是一种在数学中经常用到的证明方法。当我们要证明某一定理时,先引入该定理的否定为假设。然后由这一假设推导出矛盾。由于矛盾是不可能的,假设一定错误,即该定理的否定不成立。由此就间接地证明了该定理成立。

间接证明规则就是根据这一思路得到的。当我们为一有效推理建立形式证明时,不是直接去证明由前提推演出结论,而是将结论的否定作为一个补充前提引入形式证明。然后由扩充的前提集

合推演出一个矛盾:即推演出一个形式为“$p \wedge \neg p$”的命题公式。由这个矛盾我们实际上推演出对这个补充前提的否定,即对结论的否定的否定,再根据双否律 DN,就相当于推演出结论。

〔例 6〕 $A \rightarrow (B \wedge C)$

$(B \vee D) \rightarrow E$

$D \vee A \quad / \quad \therefore E$

证:① $A \rightarrow (B \wedge C)$ $\qquad P$

② $(B \vee D) \rightarrow E$ $\qquad P$

③ $D \vee A$ $\qquad P \quad / \quad \therefore \quad E$

④ $\neg E$ $\qquad RAA$

⑤ $\neg (B \vee D)$ $\qquad$ ②④ MT

⑥ $\neg B \wedge \neg D$ $\qquad$ ⑤ DeM

⑦ $\neg D$ $\qquad$ ⑥ Com, $\wedge -$

⑧ A $\qquad$ ③⑦ $\vee -$

⑨ $B \wedge C$ $\qquad$ ①⑧ MP

⑩ B $\qquad$ ⑨ $\wedge -$

⑪ $\neg B$ $\qquad$ ⑥ $\wedge -$

⑫ $B \wedge \neg B$ $\qquad$ ⑩⑪ $\wedge +$

在这个形式证明中,公式 ④ 是结论“E”的否定,它是作为补充前提引入证明的。证明的最后一步是公式 ⑫,它是一个矛盾式,恒为假。如果推理是有效的,前提真时结论必真。现在由于引入补充前提 ④ 而推出了假结论,因此公式 ④ 这个补充前提一定不成立。④ 不成立即结论的否定不成立,即“$\neg \neg E$”,根据双否律推出“E”。“E”即结论,因此结论成立。

由例 6 可见,运用间接证明规则就是将结论的否定作为补充前提引入证明,最后推出矛盾。由此间接地证明结论成立,推理有效。

2.6 证明重言式

我们前面讨论的形式证明是关于有效推理的证明。在一个有效的推理中,结论是依赖于前提的,前提真时结论必真。因此结论的真是有条件的。

然而有一种命题的真是无条件的,不依赖于其他命题。这样的命题就是重言式。形式证明同样适用于证明重言式。可以证明重言式是不需要任何前提就可以推演出的命题。

虽然证明重言式不需要任何前提,但建立形式证明需要有出发点。这意味着我们只能用条件证明或者间接证明的方法来证明重言式,因为只有这两种方法可以引入假设前提。我们以假设前提为出发点就能建立重言式的形式证明。

用条件证明方法证明重言式就是先引入假设前提,然后逐步消去所有假设前提而推演出一个公式,这个命题公式就是不依赖于任何前提的重言式。

〔例 7〕 证明 $A\rightarrow(B\rightarrow A)$ 是重言式。

证:

① A	
② $A\vee\neg B$	① $\vee+$
③ $\neg B\vee A$	② Com
④ $B\rightarrow A$	③ $Impl$
⑤ $A\rightarrow(B\rightarrow A)$	①－④ $C\cdot P$

再举一例:

〔例 8〕 证明 $((p\rightarrow q)\wedge p)\rightarrow q$ 是个重言式。

证:

① $(p\rightarrow q)\wedge p$	
② $p\rightarrow q$	① $\wedge-$
③ p	① Com, $\wedge-$
④ q	②③ MP
⑤ $((p\rightarrow q)\wedge p)\rightarrow q$	①－④ $C\cdot P$

例 8 中的重言式“$((p\rightarrow q)\wedge p)\rightarrow q$”是一个与分离规则 MP

等价的蕴涵式。实际上，任意一个有效推理都等价于一个重言的蕴涵式。因为在建立该推理的形式证明时，我们可以反复运用条件证明规则，消去每个前提而使其成为结论的构成部分。由此我们将得到一个蕴涵式，而有关推理有效性的形式证明同时也证明了这个蕴涵式是重言式。

用间接证明方法证明重言式则是将所证公式的否定引入作为假设前提，然后推出矛盾。否定一个公式将导致逻辑矛盾，那么这个公式一定是重言式。

〔例 9〕 证明 $A \rightarrow (A \vee B)$ 是重言式。

证：① $\neg(A \rightarrow (A \vee B))$

② $\neg(\neg A \vee (A \vee B))$ ① *Impl*

③ $\neg\neg A \wedge \neg(A \vee B)$ ② *DeM*

④ $A \wedge (\neg A \wedge \neg B)$ ③ *DeM*

⑤ $(A \wedge \neg A) \wedge \neg B$ ④ *Ass*

⑦ $A \wedge \neg A$ ⑤ ∧—

显然，作为重言式的命题不同于必须给定前提才能推演出的命题，后者的真是有条件的，重言式的真则是无条件的。正因为这样，一个命题公式是重言式，那么我们不需要任何其他公式为前提就可以把这个公式推演出来。因此，如果说形式证明是证明一个推理的有效性，那么关于重言式的形式证明就相当于证明一个只有结论而没有前提的推理的有效性。

第三节 无效推理的证明

3.1 用真值表证明推理的无效性

一个推理是有效的,我们可以为其建立一个形式证明。形式证明运用推理规则说明,结论是从前提推演出来的,因此前提真时结论不可能假,推理当然就是有效的。

如果推理是无效的,那么运用推理规则不可能从前提推演出结论。所谓不可能是指:无论怎样推演都推不出结论形式的命题公式。形式证明并没有规定推演到多少步就必须中止。因此,对于无效推理我们面临的是一个无法穷尽的推演过程。这意味着形式证明方法不能证明推理是无效的。

我们的命题逻辑系统不仅要能证明有效推理,而且还应该证明推理的无效性。因此,必须给出证明无效推理的方法。

真值表是判定推理是否有效的可靠方法。一个推理是有效的,那么前提真时结论必真。在真值表上表现为无论变元被赋予什么样的值,作为前提的命题公式真时,作为结论的命题公式一定是真的。如果一个推理是无效的,其前提真时结论可真可假。因此只要在真值表上找到一组变元的赋值使得前提真而结论假,那么推理就是无效的。

〔例 10〕 用真值表判定下列推理是否有效。

$$C \rightarrow (A \wedge B), A \vee C \ / \ \therefore \ B \rightarrow C$$

证:给出相应的真值表:

A	B	C	$A \wedge B$	$C \rightarrow (A \wedge B)$	$A \vee C$	$B \rightarrow C$
T	T	T	T	T	T	T
* T	T	F	T	T	T	F
T	F	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T	T
F	T	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F	T

从标有“*”号的一行可见，两个前提是真的，而结论却是假的，即存在一组赋值使得推理的前提真而结论假。所以推理是无效的。

真值表的行数是由变元的数目决定的，有 n 个变元就有 2^n 种赋值情况，真值表就有 2^n 行。因此直接用真值表判定一个推理是否有效是很繁琐的。其实，如果推理是无效的，我们把完全不需要把整个真值表都列出来。因为推理是无效的，那么至少有一个例示使得推理形式的前提真而结论假。我们只需要把这个例示，即把使推理形式前提真而结论假的赋值情况列出来，就足以说明推理是无效的。

通过列举使推理形式前提真而结论假的赋值情况，以证明推理无效，这种方法被称作简化真值表方法。

〔例 11〕　判定如下推理是否有效：

如果水稻长得好，那么水分充足并且肥料充足。只要风调雨

顺，这块地就水分充足。所以，只要风调雨顺，那么如果这块地肥料充足水稻就长得好。

证：首先将推理形式化：

令“水稻长得好”为 A，“水分充足”为 B，“肥料充足”为 C，“风调雨顺”为 D，该推理的形式如下：

$$A \rightarrow (B \wedge C)$$
$$D \rightarrow B$$
$$\therefore D \rightarrow (C \rightarrow A)$$

只要找到一组对变元的赋值，使得推理的前提真而结论假，就足以证明该推理是无效的。现将这组赋值列举如下：

A	B	C	D	$A \rightarrow (B \wedge C)$	$D \rightarrow B$	$D \rightarrow (C \rightarrow A)$
F	T	T	T	T	T	F

显然，与列出整个真值表相比较，简化真值表能够更清晰地说明推理的无效性。

3.2 用归谬赋值法证明推理的有效或无效性

上述简化真值表方法通过列出一组赋值，使得推理前提真而结论假，简洁清晰地证明了推理的无效性。但这种方法只适用于无效推理，它不能说明推理的有效性。下面讨论简化真值表的另一种形式——归谬赋值法。这种方法能证明一个推理的有效性。

归谬赋值法的基本思路同间接证明方法类似。我们要证明一个推理是有效的，先假设它无效，这就是归谬。然后根据假设对前

提和结论进行赋值,即给命题公式的变元指派确定的真值,以使得推理的前提真而结论假。如果找到这样一组的赋值使得假设成立,那么就说明推理是无效的。我们可以运用上述简化真值表方法把这一组赋值列出来,以证明推理的无效性。

如果找不到使假设成立的赋值,那么就说明假设不成立,推理是有效的。所谓找不到使假设成立的赋值是指,根据假设对前提和结论赋值必将导致矛盾,即不可避免地要对同一个变元既赋值 T 又赋值 F。

〔例 12〕 判定下列推理是否有效:

$$A \rightarrow (B \wedge C)$$
$$(C \vee D) \rightarrow F$$
$$\therefore A \rightarrow F$$

证:假定推理无效,然后根据假定对前提和结论赋值:

A	$\rightarrow$	(	B	$\wedge$	C	)	(	C	$\vee$	D	)	$\rightarrow$	F	A	$\rightarrow$	F
T	T		T	T	$\underline{T}$			$\underline{F}$	F	F		T	F	T	F	F

从上表可见,假设推理无效,则前提真结论假。结论蕴涵式“$A \rightarrow F$”是假的,当且仅当“A”赋值真且“F”赋值假。当“A”的值为真时,必须对“$B \wedge C$”赋值真才能使前提“$A \rightarrow (B \wedge C)$”真,因此“$B$”和“$C$”都必须赋值真。而“$F$”的值为假时,“$C \vee D$”必须赋值假才能使前提“$(C \vee D) \rightarrow F$”真,因此“$C$”和“$D$”都必须赋值假。由此不可避免地导致对同一个变元“$C$”既赋值真又赋值假,这是矛盾。因此,假设不成立,该推理是有效的。

3.3 证明公式集合的协调性

简化真值表方法还可用于证明一个命题公式集合的协调性。一个公式集合的协调性也就是无矛盾性。一个命题公式集合是协调的，当且仅当，存在至少一组赋值使得该集合的每个公式都真。因此，只要把这样一组赋值列出来，就证明了公式集合的协调性。

〔例13〕 证明公式集合[$A \to (B \wedge \neg C), (B \vee D) \to E, A \to E$]是协调的。

证： 从如下简化真值表可见，该公式集合是协调的：

A	B	C	D	E	$A \to (B \wedge \neg C)$	$(B \vee D) \to E$	$A \to E$
F	T	F	T	T	T	T	T

如果找不到使公式集合的每个元素都真的赋值，那么公式集合是不协调的。对于这样的公式集合，如果假定公式集合的每个元素都真，再根据假设进行赋值，那么一定会导致矛盾。因此，我们一个不协调的公式集合是不可满足的。

〔例14〕 证明公式集合[$(A \vee B) \to C, C \to D, A \wedge \neg D$]是不协调的。

证：先假定公式集合的每个元素为真，然后根据假设进行赋值：

(A	$\vee$	B)	$\to$	C	C	$\to$	D	A	$\wedge$	$\neg$	D
$\underline{F}$	F	F	T	F	F	T	F	$\underline{T}$	T	T	F

从上表可见，假定公式集合的每个元素都真。“$A \wedge \neg D$”真则

“A”必须赋值真而“D”赋值假。“D”是假的但“$C \rightarrow D$”真则必须对“C”赋值假。既然“C”是假的，要使“$(A \vee B) \rightarrow C$”真则“$A \vee B$”必假，因此必须对“A”和“B”都赋值假。由此不可避免地导致了“A”既真又假的矛盾。这说明我们找不到满足假设的赋值，因此，假设不成立，该公式集合是不协调的。

我们在 3.1 和 3.2 的讨论中指出，要推演出可靠的结论除了要求推理形式必须有效外，还要求前提是可靠的。而一个前提集合是可靠的它首先必须是协调的。不协调的公式集合可以推演出任何结论，包括推演出矛盾。现以例 13 给出的公式集合为例：

①$(A \vee B) \rightarrow C$	P
②$C \rightarrow D$	P
③$A \wedge \neg D$	P
④A	③ $\wedge-$
⑤$A \vee B$	④ $\vee+$
⑥C	①⑤ MP
⑦D	②⑥ MP
⑧$\neg D$	③ Com, $\wedge-$
⑨$D \wedge \neg D$	⑦⑧ $\wedge+$

思考题

一、什么是有效推理式？它与具体推理有何联系和区别？

二、什么是形式证明？如何建立有效推理的形式证明？

三、怎样理解自然演绎的命题演算系统的特点？

四、分析条件证明规则。

五、如何判定推理的无效性？

练习题

一、指出如下形式证明中的错误：

1.

①$(A \land B) \rightarrow C$	P
②B	P
③$B \rightarrow C$	① $\land -$
④C	②③ MP

2.

①$(A \lor B) \rightarrow C$	P
②$\neg A \land (D \lor E)$	P
③$\neg A$	② $\land -$
④$B \rightarrow C$	①③ $\lor -$

3.

①$A \rightarrow (B \lor C)$	P
②$A \rightarrow \neg B$	P
③$C \rightarrow D$	P　/　$\therefore D$
④A	
⑤$\neg B$	②③ M
⑥$B \lor C$	①④ MP
⑦C	⑤⑥ $\lor -$
⑧D	③⑦ MP

4. ①

二、运用给定的符号将下列推理形式化，运用基本推导规则和等值替换规则为其建立有效性的形式证明：

1. 如果是金融专业(A)或者是企业管理专业的学生(B)，那么都要学宏观、微观经验学(C)。只有学了高等数学(D)，才能学宏观、微观经验学。王强是企业管理专业的学生。所以，王强要学高等数学。

2. 李威没有意识到这是对他人的伤害(A),或者他意识到这点但没有想到后果这样严重(B)。如果他没有意识到这是对他人的伤害,那么属于过失行为(C)。如果他意识到这是对他人的伤害但没有想到后果这样严重,那么是一种故意行为(D)。如果是过失行为或者故意行为造成的伤害,那么必须承担相应的法律责任(E) 并且对受害人进行赔偿(F)。所以,李威必须对受害人进行赔偿。

3. 如果张进得知这个消息(A),他就会马上出发(B)。如果他不马上出发,他就会错过这次会议(C)。如果张进错过这次会议,董事会就会通过这个决议(D)。如果董事会通过这个决议,郑伟就会拒绝接受销售经理职位(E)。张进得到了这个消息,或者郑伟接受了销售经理职位。所以,张进马上出发。

4. 如果商品供应不足加剧(A),那么物价会上涨(B)。如果要提高生产商的积极性(C),国家就应放松财政控制(D)。如果生产过剩(E),那么价格不会上涨。如果存在通货膨胀危险(F),那么财政控制就不会放松。生产过剩或者需要提高生产商的积极性。所以,商品供应不足不会加剧或者通货膨胀危险不存在。

5. 犯罪嫌疑人是孙某和李某。如果是孙某作的案,那么案发当晚他在作案现场出现过。如果当晚孙某出现在作案现场,那么王秘书的证词是真实的。如果王秘书的证词是真实的,那么他有很好的视力并且现场的光线不错。但王秘书高度近视。所以,犯罪嫌疑人是李某。

三、运用基本推导规则和等值替换规则为下列推理建立有效性的形式证明:

1. $A \rightarrow (B \wedge C)$

$(C \vee D) \rightarrow E$

A

$\therefore E \vee F$

2. $A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$(A \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow D)$

$(A \rightarrow D) \rightarrow E$

$\therefore E$

3. $(A \to B) \wedge (F \to C)$

$(D \to \neg E) \wedge (F \to \neg H)$

$(F \to E) \wedge (C \to \neg B)$

$\therefore \neg F \vee \neg C$

4. $(A \vee B) \to (C \wedge D)$

$\neg A \to (E \to \neg E)$

$\neg C$

$\therefore \neg E$

5. $A \vee (B \wedge C)$

$(A \to D) \wedge (D \to C)$

$\therefore C$

6. $(A \to (B \to C)$

$B \to (C \to D)$

$\therefore A \to (B \to D)$

7. $A \to B$

$A \vee B$

$\therefore B$

8. $\neg A \vee ((B \to C) \wedge (D \to C))$

$A \wedge (B \vee D)$

$\therefore C$

9. $(A \to B) \wedge (C \to D)$

$(A \to \neg B) \wedge (C \to \neg D)$

$A \vee C$

$\therefore B \neg \neg D$

10. $B \vee (A \wedge C)$

$(B \to D) \wedge (D \to C)$

$\therefore C$

四、用条件证明方法证明下列推理的有效性：

1. $A \to B$

$B \to ((K \to \neg \neg K) \to C)$

$\therefore A \to C$

2. $(A \to B) \wedge (C \to D)$

$(B \vee D) \to ((E \to (E \vee K)) \to (A \wedge C))$

$\therefore A \vee C$

3. $A \vee (B \to C)$

$(B \to (B \wedge C)) \to (P \vee Q)$

$(P \to A) \wedge (Q \to E)$

$\therefore A \vee E$

4. $(A \vee B) \to (\neg T \wedge \neg S)$

$(\neg C \to A) \wedge (\neg D \to B)$

$(C \to S) \land (D \to T)$

$\therefore T \to \neg S$

5. $(S \lor G) \to (C \to D)$

$(C \to (C \land D)) \to (S \land T)$

$T \to ((\neg E \lor \neg\neg E) \to (G \land F))$

$\therefore S \lor T$

五、分别用间接证明方法和不用间接证明方法为下列推理建立有效性形式证明,再比较两种方法哪个更简便:

1. $A \lor (B \land C)$

$A \to C$

$\therefore C$

2. $(A \lor B) \to (C \to D)$

$(\neg D \lor E) \to (A \land C)$

$\therefore D$

3. $(A \to B) \land (C \to D)$

$(B \lor D) \to E$

$\neg E$

$\therefore \neg A \land \neg C$

4. $(A \lor B) \to (C \land D)$

$(C \lor E) \to (\neg F \land H)$

$(F \lor G) \to (A \land I)$

$\therefore \neg F$

5. $(A \to \neg B) \land (C \to D)$

$(\neg B \to E) \land (D \to \neg F)$

$(\neg E \lor \neg S) \land (F \lor I)$

$A \land C$

$\therefore \neg S \land I$

六、证明下列公式是重言式:

1. $p \to (q \to p)$
2. $(p \to q) \to ((\neg p \to q) \to q)$
3. $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$
4. $(p \to (q \to r) \to (q \to (p \to r))$
5. $(p \to q) \to ((q \to c) \to (p \to c))$
6. $((p \to q) \land (p \to r)) \to (p \to (q \lor r))$
7. $((p \to q) \land (p \to r)) \to (p \to (q \land r))$

8. $(p \to q) \to ((p \wedge r) \to (q \wedge r))$

9. $((p \to q) \to q) \to (p \vee q)$

10. $(q \to r) \to ((p \vee q) \to (p \vee r))$

11. $(p \to (q \wedge r)) \to ((q \to (s \wedge t)) \to (p \to s))$

12. $((p \vee q) \to r) \to (((r \vee s) \to t) \to (p \to t))$

13. $(p \to q) \to (\neg(q \wedge r) \to \neg(p \wedge r))$

14. $(p \to (q \to r))\neg((p \to q) \to (q \to r))$

15. $(p \to q) \vee (p \to \neg q)$

16. $(p \to q) \vee (\neg p \to q)$

17. $(p \to q) \vee (q \to p)$

18. $(p \to q) \vee (q \to r)$

19. $p \vee (p \to q)$

七、判定下列命题公式集合是否一致的：

1. $\{(A \vee B) \to C, \neg D \vee C, A \wedge \neg C\}$

2. $\{(\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee D), \neg B \to A, \neg(C \vee D)\}$

3. $\{A \to \neg B, \neg B \to E, \neg H \vee \neg S, A \to \neg S\}$

4. $\{A \to (C \wedge D), (C \vee E) \to B, \neg B \to A, \neg B\}$

5. $\{A \to B, B \to \neg C, C \vee (D \wedge E), E\}$

八、用简化真值表方法判定下列推理是否有效：

1. 如果孙虹反对这个方案，那么他反对引入淘汰机制。如果周俊豪支持这个方案，那么他支持引入竞争机制。孙虹反对引入淘汰机制，或者周俊豪支持这个方案。所以，孙虹反对这个方案，或者周俊豪支持引入竞争机制。

2. 如果得到的结论是不可靠的，那么论证方式是错误的或者论据是不可靠的。如果论据是不可靠的，那么论据的来源有问题。论据的来源确实有问题或者论证方式是错误的。所以，结论是不可靠的。

3. $\to (B \to C)$

$B \to (\neg C \to D)$

$\neg C \lor (D \to E)$

$\therefore \neg E \to A$

4. $(A \to B)$

$(C \to D)$

$(B \lor D) \to (A \land C)$

$\therefore A \to \neg C$

5. $(A \to B) \land (C \to D)$

$(A \lor C) \to F$

$F \to (B \lor \neg D)$

$\therefore D \to B$

6. $(A \lor B) \land (C \lor D)$

$(A \land C) \to F$

$(F \lor E) \to \neg D$

$\therefore D \to B$

第六章　量化逻辑

本章和下一章的内容属于一阶量化逻辑。量化逻辑又称量化谓词逻辑，它不同于命题逻辑，它以命题逻辑为基础，将逻辑分析深入到简单命题的内部。

通过本章学习，要理解什么是个体词、谓词和量词，什么是命题函数，明确命题函数、单称命题和量化命题之间的联系。在此基础上掌握将具体命题形式化的逻辑方法，理解把握量化命题的逻辑特征。要正确掌握和运用为有效的量化命题推理建立形式证明的方法，以及判定量化推理的无效性的基本方法。

第一节　简单命题的逻辑结构

在我们前面讨论的命题逻辑中，构成推理的基本要素是复合命题。复合命题由原子命题和联结词构成，而在命题逻辑中，推理有效性只同联结词相关，与构成复合命题的原子命题内部的逻辑结构无关。有一些推理则不同，它们不仅与联结词相关，而且同原子命题内部的逻辑结构密切相关。如果不注意这两种推理的区别，仅仅根据联结词的逻辑性质进行分析，则无法对推理的有效性做出恰当的说明。例如：

(1) 文学家的著作都是有价值的
鲁迅是文学家
所以,鲁迅的著作是有价值的

(1) 是由两个前提和一个结论构成的演绎推理。它的前提和结论都是简单命题,没有联结词。因此,它的推理形式为:

$$P$$
$$q$$
$$\therefore \gamma$$

如果用命题逻辑理论分析,很容易为这个推理形式找到一个使其前提都真而结论假的代换实例,从而证明它是无效的。

但是,推理(1) 是一个有效推理。在这里,命题逻辑的分析方法之所以是错误的,因为它只把简单命题看作一个整体,它不能分析简单命题内部的逻辑结构,也就不可能分析说明(1) 的有效性。因此,要解决推理(1) 的有效性问题,就必须突破命题逻辑的局限,把逻辑分析深入到简单命题内部的结构。

虽然三段论推理也是建立在分析简单命题逻辑结构基础上的,但三段论的分析方法不适用于推理(1)。一个三段论推理只能包含三个词,而推理(1) 包含有五个词项:“文学家的著作”、“有价值的”、“鲁迅”、“文学家” 以及“鲁迅的著作”。这意味着我们需要做的不是回到三段论去,而是要以命题逻辑为基础进行理论扩展,以进入到一个新的逻辑理论 —— 量化谓词逻辑。

1.1 个体词和谓词

如何分析简单命题呢?我们首先从单称命题开始分析。先考虑结构最简单的一种单称命题:即直言命题中的单称命题。直言命题

是以一个主语和一个谓语为构成要素的性质命题。单称直言命题也是如此,它有一个主语和一个谓语,但单称命题的主语是单独词项。单独词项指称的是一个特定的个体,在谓词逻辑中,指称个体的词项被称作个体词。因此,单称直言命题是主语是个体词的直言命题。如下就是几个单称直言命题:

(2) 张珊是中国人

(3) 地球是行星

(4) 中国是发展中国家

在命题逻辑中,简单命题被当作一个最基本单位处理,所以这三个命题只须笼统地用三个不同的大写字母 P、Q、R 表示。谓词逻辑则不同,我们必须区分每个命题的个体词和谓词。我们用小写字母 a、b、c 分别表示个体词“张珊”、“地球”、“中国”;用大写字母 P、Q、R 分别表示谓词“是中国人”、“是行星”、“是发展中国家”,并规定代表个体词的 a、b、c 一律写在代表谓词的 P、Q、R 的右下角(作为下标)。这样,命题(2)、(3)、(4) 的逻辑形式分别示为如下的 (2^*)、(3^*)、(4^*):

(2^*) Pa

(3^*) Qb

(4^*) Rc

个体词就是指称个体的词项。谓词则是刻画个体的性质或个体间的关系的词项。如在命题(2) 中,“是中国人” 这个谓词是刻画了“张珊” 这个个体具有的性质,命题(3) 中,谓词“是行星” 刻画了“地球” 这个个体的性质。至于个体之间的关系,请看如下实例:

(5) 小张和小李是同乡

(6)3 大于 2

(7) 武汉位于上海与重庆之间

命题(5) 的谓词“…… 和 …… 是同乡”(用 F 表示) 刻画两个人(用 a、b 表示) 之间的关系。命题(6) 的谓词“…… 大于 ……”(用 B 表示) 刻画两个数(用 c、d 表示) 之间的大小关系。命题(3) 中的谓词“…… 位于 …… 与 …… 之间”(用 T 表示) 刻画三个城市(用 e、f、g 表示) 间的地理位置关系。这三个命题的逻辑形式如下:

(5 *) $F_{(a,b)}$

(6 *) $B_{(c,d)}$

(7 *) $T_{(e,f,g)}$

在上述公式中,个体符号出现的顺序是不能随意更换的。固然“小张和小李是同乡” 为真,且“小李和小张是同乡” 也为真,但是“3 大于 2” 是真的而“2 大于 3” 却是假的。“武汉位于上海与重庆之间” 是真的,但“上海位于武汉与重庆之间” 是假的。

刻画个体性质的谓词叫一元谓词,刻画两个个体之间的关系、三个个体关系的分别叫做二元谓词和三元谓词 …… 以至于刻画 n 个个体间关系的叫做 n 元谓词。

任何单称命题都有个体词和谓词两个构成要件,单独一个谓词不具有完整的意义。因为个体都是具有某种性质或处在某种关系之中的个体,而任何性质或关系也都是依存于个体的。像“是中国人”、“是行星”、“位于 … 与 … 之间” 等这样单独的谓词都没有表达出完整的意义,我们总要问谁是中国人?什么东西是行星?谁位于谁和谁之间?等等。只有把谓词同个体相结合,如把“是中国人” 同个体词“张珊” 相结合,把“位于 … 与 … 之间” 同个体词“武

汉”、“上海”和“重庆”相结合，才得到有完整意义的命题“张珊是中国人”以及“武汉位于上海与重庆之间”。

然而谓词在简单命题逻辑形式中具有很重要的作用。我们分析如下命题：

张珊是学生
李司是学生
王武是学生

这几个命题有相同的谓词“是学生”，尽管它们的主词不同，我们还是可以说它们是同类型的命题，即都描述的是个体具有“学生”的性质。用“x”代表任一个体词，“$S(\cdots)$”表示“…… 是学生”，那么这几个命题具有共同的谓词模式：

$$S(x)$$

谓词模式“$S(x)$”中的“x”与前面讨论过的代表特定个体的个体词不同，它代表任意一个个体，究竟是哪一个不确定，因此被称作个体变元。而指称特定个体的个体词则用“a, b, c”等表示，称作个体常元。

变元只有相对特定的变域即定义域才有意义，个体变元的定义域称作个体域。个体域说明变元代表什么范围内的个体。个体域可以是有限的，如由一个系所有 480 名学生构成的个体域，由中国所有城市构成的个体域等等；也可以是无限的，如由全部自然数构成的个体域，由所有人构成的个体域等等。如果没有特别说明，个体变元的定义域就是客观存在的所有个体。

1.2　谓词公式与命题函项

如果用“$H(\cdots)$”表示“……是行星”,谓词模式“$H(x)$”表示的是:

x是行星

显然这个表达式的涵义是不确定的,因为个体变元 x 的指称不确定。当我们把个体变元代换为个体常元如“地球”时,就可以得到一个真命题:

地球是行星

如果用个体常元“太阳”代换变元 x,得到的就是一个假命题:

太阳是行星

因此,谓词模式“$H(x)$”就相当于一个函数式,公式的值随变元的值而确定。这个函数式变元是个体变元,因此函数式的定义域是个体域。确定变元的值即用个体常元代换个体变元,得到的是或真或假的单称命题。因此,这个函数式的值域是一个单称命题的集合。谓词模式又称作谓词公式,它是一个以个体域为定义域,以单称命题集合为值域的函数式,我们称这样的函数式为命题函项。

谓词公式不是命题。一个命题的真假是确定的,“地球是行星”为真,“太阳是行星”为假。而谓词公式却没有确定的真假,我们无法确定“x是行星”是真还是假,因为“x”是什么不确定。

从认识的角度看,谓词公式即命题函项是从具体的单称命题中抽象出来的。但是从逻辑的角度看,单称命题是个体常元代换谓

词公式中的个体变元得到的，单称命题是谓词公式的代换实例。命题：

地球是行星

太阳是行星

月亮是行星

金星是行星

等都是谓词公式“$H(x)$”的代换实例，简称为谓词公式的例示。

谓词公式可以是简单的，如“$H(x)$”，“$S(x)$”等都是简单的谓词公式。简单谓词公式即不包含命题联结词的谓词公式。由简单谓词公式运用联结词可以得到复合的谓词公式，如下都是复合的谓词公式：

$\neg H(x)$

$H(x) \wedge S(x)$

$(H(x) \wedge S(x)) \rightarrow T(x)$

如果只有一个个体符号，谓词公式中的括号可以省略，即“$H(x) \wedge S(x)$”可简写为“$Hx \wedge Sx$”。

显然，复合谓词公式的例示是复合的单称命题。“$Px \rightarrow Qx$”的例示则是“$Pa \rightarrow Qa$”。令“Px”表示“x 是年满 18 岁的中国人”，“Qx”表示“x 有选举权”，“a”表示“张珊”，“$Pa \rightarrow Qa$”表示的就是：

如果张珊是年满 18 岁的中国人，那么张珊有选举权

1.3 量化命题

前面介绍的简单命题是单称命题，其主语是单独词项，只涉及个体词和谓词。但是更多简单命题主词不是单独词项而是普遍词项，它们涉及的是许多个体，因此涉及量词问题。我们把包含量词的命题称作量化命题。

首先看量化命题与单称命题的区别。如下是一个单称命题：

地球是运动的

我们用 Px 表示谓词“x是运动的”，a表示“地球”。此命题的逻辑形式为：

Pa

但是像如下全称命题：

每一个物体都是运动的。

其逻辑形式就要复杂得多，它表达的涵义可分析为：

对于每一个体 x，x 都是运动的

引入谓词公式来表示，即：

对于每一 x，Px

上式中的短语“对于每一 x”表达的就是全称量词，我们用符

号“$\forall x$”表示。由此，全称命题“每一个物体都是运动的”可以形式化为：

$$(\forall x)\quad Px$$

再看另一个量化命题：

有些物体是运动的

逐步深入地分析该命题的逻辑形式，可得到：

存在这样的个体 x，x 是运动的

存在着 x，Px

上式中的短语“存在着 x”表达的就是存在量词，我们用符号“$\exists x$”表示。命题“有些物体是运动的”因此被称作存在命题，其逻辑形式为：

$$(\exists x)Px$$

有两个不同的量词，它们分别是全称量词“$\forall x$”和存在量词“$\exists x$”。因此，有两类不同的量化命题，即基本形式为“$(\forall x)Px$”的全称量化命题和基本形式为“$(\exists x)Px$”的存在量化命题。

对量化命题的逻辑结构进行分析我们不难看到，量化命题是通过对一个谓词公式中的个体符号进行量化概括得到的。全称命题“$(\forall x)Px$”是对谓词公式“Px”中的个体符号“x”进行全称概括得到的。存在命题“$(\exists x)Px$”则是对“Px”中的“x”进行存在概括得到的。

由此我们看到,谓词公式在简单命题逻辑形式中发挥着关键的作用。单称命题是谓词公式的例示,而量化命题则是对谓词公式中的个体符号进行概括得到的。例如,有谓词公式:

$$Px \rightarrow Qx$$

用个体常项"a"代换谓词公式中的个体变项"x",就得到单称命题:

$$Pa \rightarrow Qa$$

对谓词公式的"x"进行全称概括,就得到全称量化命题:

$$(\forall x)\ (Px \rightarrow Qx)$$

1.4 量化逻辑的公式

同命题逻辑中我们已经讨论过的情况一样,从认识的角度看,量化命题公式是从具体命题中抽象出来的。但是从逻辑的角度看,量化命题公式是构造出来的,是用基本符号,又叫做初始符号,根据形成规则构造出来的。

但是量化命题公式的初始符号不同于命题逻辑中的初始符号。在量化理论中,命题公式是以个体符号、谓词、量词为基础,再加上命题联结词构造而成的。而个体符号、谓词和量词这些符号是命题逻辑中所没有的,而命题联结词沿用于命题逻辑。这意味着命题逻辑中的公式在量化理论中仍然是公式。因此,量化谓词逻辑被称作命题逻辑的扩展。而扩展后的量化逻辑有了许多不同于命题逻辑的特殊性质。

1. **一阶量化逻辑公式的初始符号和形成规则**

现在讨论量化谓词逻辑的初始符号与形成规则。

初始符号

量化谓词逻辑有如下几类初始符号：

① 个体符号 $\begin{cases} \text{个体变元：} x, y, z \cdots x_1, y_1, z_1 \cdots \\ \text{个体常元：} a, b, c, \cdots a_1, b_1, c_1 \cdots \end{cases}$

② 谓词符号： $F_1, \cdots, F_i, \cdots, F_1^n, \cdots, F_i^n, \cdots$

③ 逻辑联结词：$\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

④ 量词：$\forall$，$\exists$

⑤ 辅助符号：(　，　)

量化谓词逻辑初始符号与命题逻辑不同，它的个体符号、谓词符号和量词命题逻辑没有。如果只把个体符号中的个体变元看作变元，就得到一阶量化逻辑。本教材只讨论一阶量化逻辑，简称一阶逻辑，因此它的变元是个体符号。

第②类符号是谓词符号。对于任一 $n \geqslant 1$，F^n 表示 n 元谓词。当 $n=1$ 时，F^n 是一元谓词，表示个体具有的性质。当 $n>1$ 时，F^n 是 n 元谓词，表示 n 个个体间的关系。

第③类符号是命题联结词，它们也是命题逻辑的初始符号。

第④类符号是量词，$\forall$ 是全称量词，$\exists$ 是存在量词。用量词对谓词公式中的个体符号进行概括就得到量化公式。辅助符号是构造一阶逻辑的公式所必需的分隔符号。

并非所有用上述初始符号构成的表达式都是一阶量化逻辑的公式。一个表达式是否一阶量化逻辑的公式只能从形式上来判定，形成规则提供了判定的标准。形成规则规定了怎样用量化逻辑的初始符号构造合式的一阶量化逻辑的公式。只有符合形成规则要

求的表达式才是一阶量化逻辑公式。

讨论形成规则前首先引入原子谓词公式概念。我们前面已经讨论过谓词公式,并指出谓词公式是很重要的一个概念,它是单称命题和量化命题的基本构成要素。谓词公式是由 n 元谓词同 n 个个体符号组合而成的,若 $n=1$ 则谓词公式被称作一元谓词公式。为了统一起见,我们把命题看作 n 元谓词公式的特殊情况:零元谓词公式,即把命题理解为不含个体变元的谓词公式。

如果谓词公式中不含有任何第 ③、④ 类符号,我们就称这个谓词公式是原子公式,即原子谓词公式是不包含联结词和量词的 n 元谓词公式。其形式为:

$$F^n(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

如下都是原子谓词公式:

$$P(x)$$
$$Q(x, y)$$
$$P(a, x)$$
$$R(x, b, z)$$

现在可以给出一阶量化逻辑公式的形成规则。

一阶量化逻辑公式的形成规则:

① 所有原子谓词公式是公式;

② 如果 Φ 是公式,则 $\sim\Phi$ 也是公式;

③ 如果 Φ、Ψ 是公式,则 $(\Phi \wedge \Psi)$、$(\Phi \vee \Psi)$、$(\Phi \rightarrow \Psi)$、$(\Phi \leftrightarrow \Psi)$ 也是公式;

④ 如果 Φ 是公式,x 是个体变元,则 $(\forall x)\Phi$, $(\exists x)\Phi$ 也都是公式;

⑤ 只有符合以上各条的才是公式。

根据形成规则，如下表达式：

$$(\forall x),(\exists x)\leftrightarrow P,(\forall x)\wedge P(x)$$

都不符合一阶逻辑公式形成规则的要求，因而不是一阶逻辑公式。

而"Px"符合第①条；"$\neg Px$"符合第②条，"$\neg Px \wedge Qx$"符合第③条，"$(\forall x)Px$"符合④条，因而都是公式。

2. 自由变元与约束变元

根据形成规则得到的一阶逻辑公式并不都是命题。为理解命题公式与谓词公式的区别，我们引入"辖域"概念。在量化公式中紧随在量词后出现的最短公式叫做该量词的辖域。如下两个公式：

① $\forall x(Px\rightarrow Ox)$

② $\forall xPx\rightarrow Ox$

量词"$\forall x$"在公式①中的辖域是$(Px\rightarrow Ox)$，在公式②中则是 Px。

如果一个个体符号既作为量词组成部分出现并且还在量词辖域内出现，我们就称该个体符号是约束出现的，否则称其为自由出现的个体符号。个体符号 x 在公式①中出现了三次，一次是作为全称量词 $\forall x$ 的组部分出现，另外两次都出现在量词的辖域内，因此它们都是约束出现的。x 在公式②中也出现了三次，但只有在"$\forall xPx$"中的两次是约束出现，在"Ox"中的出现则是自由出现。

对于在一阶谓词公式中的个体变元、自由变元，就是在公式中自由出现的变元；约束变元，就是在公式中全部都是约束出现的变

元。

显然，在公式①中，x是约束变元。而在公式②中，x在Px中是约束变元，在Qx是自由变元。

在一阶逻辑的公式中，个体符号可以是约束出现的也可以是自由出现的，因此一阶逻辑公式就有了闭公式和开公式的区分。我们把所有个体符号都约束出现，即不包含自由变元的公式叫做闭公式。而包含有自由变元的公式就称做开公式。显然，上述公式①是闭公式，公式②是开公式。

只有闭公式才是命题公式，开公式不是命题公式。因此，①是一个命题公式，②不是命题，是一个谓词公式。

1.5 量化命题的真假问题

量化命题与谓词公式不同。谓词公式是命题函项，它无所谓真假；而量化命题则是命题，它有确定的真假。由于量化命题与谓词公式，以及谓词公式与其例示单称命题之间的密切相关性，我们可以联系谓词公式的例示来讨论量化命题的真假问题。

量化命题的真假条件如下：

> 一个全称量化命题$(\forall x)\Phi x$是真的，当且仅当命题函项“Φx”的所有例示都真。如果“Φx”的例示有一个假，$(\forall x)\Phi x$就是假的。
>
> 一个存在量化命题$(\exists x)\Phi x$是真的，当且仅当命题函项“Φx”的例示至少有一个真。如果“Φx”的所有例示都假，$(\forall x)\Phi x$就是假的。

命题函项“Φx”的例示即单称命题，它是用个体常项代换命题函项中的变元“x”得到的。命题函项“Φx”的所有例示都真，说明用个体域的任一个体代换“Φx”中的“x”都得到真的单称命题。因

此,“对任一 x,总有 Φx”是真的。即“(∀x)Φx”是真的。如果“Φx”的例示至少有一个是假的,这意味着个体域中存在这样的个体,用它去代换“x”得到一个假命题。这意味着“对任一 x,总有 Φx”不可能是真的,即“(∀x)Φx”是假的。

例如,我们把个体域解释为“所有金属的集合”,把“Φx”为“x是导体”。在这个解释下,“Φx”的所有例示为真。因为用任何一种金属去代替“x是导体”中的个体变元 x 都得到一个真命题。即:

金是导体
银是导体
铜是导体
……

总之,任何一种金属都是导体,即对金属这个个体域的任一个体而言,它总是导体。因此,就金属这个个体域而言,“任何 x,x 是导体”是真的,即“(∀x)Φx”是真的。

但是,如果把“Φx”解释为“x是液体”,由于存在着不是液体的金属,如铁。用“铁”代换“Φx”中的“x”,得到的就是假命题“铁是液体”。因此,就金属这个个体域而言,“任何 x,x 是液体”是假的,即“(∀x)Φx”是假的

我们分析了全称命题的真假条件。对存在命题而言,命题函项的例示至少有一个真,说明个体域中存在着的这样的个体,用其代换“x”将得到一个真命题。因此,“存在 x,使得 Φx”是真的,即“(∃x)Φx”是真的。如果“Φx”的所有例示都是假的,就说明个体域中不存在这样的个体,用它代换“x”可得假命题。因此,“存在 x,使得 Φx”是假的,即“(∃x)Φx”是假的。

仍以金属个体域为例分析存在命题。如果把“Φx”解释为“x是液体”,由于存在是液体的金属,如水银,用“水银”代换“Φx”中

的“x”，得到的就是真命题“水银是液体”，即“Φx”的例示至少有一个真。因此，就金属这个个体域而言，“存在 x，使得 x 是液体”是真的，即“$(\exists x)\Phi x$”是真的。如果把“Φx”解释为“x 是气体”，由于不存在是气体的金属，因此用任何个体代换“x”都只能得到假命题，即“存在 x，使得 x 是气体”是假的，也就是说“$(\exists x)\Phi x$”是假的。

由量化命题的真假条件可见，一个全称命题是假的，当且仅当其命题函项的例示至少有一个假；而一个存在命题是假的，当且仅当其命题函项的所有例示都假。由此我们得到如下等值式：

$$\neg(\forall x)\Phi x \Leftrightarrow (\exists x)\neg\Phi x$$
$$\neg(\exists x)\Phi x \Leftrightarrow (\forall x)\neg\Phi x$$

这两个等值式说明，全称命题和存在命题实际上是可以相互定义的，即：

$$(\forall x)\Phi x \Leftrightarrow \neg(\exists x)\neg\Phi x$$
$$(\exists x)\Phi x \Leftrightarrow \neg(\forall x)\neg\Phi x$$

从上述例子我们还看到，对量化命题公式的解释不同于复合命题。解释复合命题公式是通过直接对原子公式赋值进行。而对量化命题公式进行解释首先要设定个体域。个体域可以有一个、两个、n 个以至无限多个个体。个体域还可以是空的，即没有个体。只有相对个体域才能分析量化命题的真假。

我们把对命题公式的一个解释称作该命题公式的一个模型。无论是量化命题公式还是复合命题，它们在这点上是共同的：一个命题公式是重言式，当且仅当它在所有模型上都真；如果一个命题公式只在某些模型上真，那么它是协调式；如果一个命题公式我们无法建立使它为真的模型，那么它是矛盾式，即在任何情况下都假

的命题公式。显然,“$(\forall x)\Phi x$”和“$(\exists x)\Phi x$”都是协调式。

量化命题还涉及谓词公式。我们已经指出,谓词公式不是命题,它没有真假,但它有一个是否可满足的问题。一个谓词公式是可满足的,如果可以建立一个模型,使得谓词公式的例示为真;如果找不到使其例示为真的模型,则谓词公式是不可满足的。

第二节 量化命题的形式化

2.1 A、E、I、O 命题的形式化

设 Φ 为任意一个谓词,那么形式为“$(\forall x)\Phi x$”的命题很少见。因为我们一般不会就所有事物发表议论,我们更多的是说某类事物什么,如说“所有人是动物”,“所有金属是导电的”,“所有未成年人都不是完全行为能力人”等等。这就是传统逻辑所说的 A 命题和 E 命题。

在传统逻辑中,A 命题被称作全称肯定命题,其逻辑形式是:

所有 S 是 P

“所有人是动物”,“所有金属是导电的”都属于这种类型的命题。

A 命题的逻辑涵义用量化理论可逐层分析如下:

对任一个体来说,如果它是 S,那么它是 P

对任一 x 来说,如果 x 是 S,那么 x 是 P

对任一 x 来说,如果 Sx,那么 Px

$(\forall x)$(如果 Sx,那么 Px)

$(\forall x)(Sx \rightarrow Px)$

在 A 命题的量化形式中，谓词公式是一个蕴涵式。也只有蕴涵式才能准确地表达 A 命题的逻辑涵义。因为一个形式为“所有 S 是 P”的 A 命题是真的，当且仅当所有是 S 的个体一定也是 P。即对任一个体，如果它是 S，那么它是 P。如果存在着是 S 但不是 P 的个体，则 A 命题是假的。蕴涵式恰好能准确描述这些，即：

$$(\forall x)(Sx \rightarrow Px) \Leftrightarrow \neg(\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$$

如果把 A 命题的谓词公式翻译成合取式，如把“所有人是动物”翻译成：

$$(\forall x)(Sx \wedge Px)$$

这个公式的涵义是：

对任一 x 来说，x 是人并且 x 是动物

即：

所有的个体都既是人又是动物

这显然是个假命题，而“所有人是动物”是真的。因此全称命题不能翻译为合取形式的谓词公式。

E 命题即全称否定命题，其形式是“所有 S 不是 P”，其逻辑涵义用量化理论可逐层分析如下：

对任一个体来说，如果它是 S，那么它不是 P

对任一 x 来说，如果 x 是 S，那么 x 不是 P

对任一 x 来说，如果 Sx，那么 $\neg Px$

$(\forall x)$（如果 Sx，那么 $\neg Px$）

$(\forall x)(Sx \rightarrow \neg Px)$

除两个全称命题外，传统逻辑中还有两个特称命题，即 I 和 O。I 命题是特称肯定命题，形式为“有 S 不是 P”，如“有些成年人是有完全行为能力的”，“有人是网络迷”等都是 I 命题。

I 命题的逻辑涵义用量化理论可以逐层分析如下：

存在这样的个体，它是 S 并且它是 P

存在 x 使得，Sx 并且 Px

$(\exists x)$（Sx 并且 Px）

$(\exists x)(Sx \wedge Px)$

在 I 命题的量化形式中。谓词公式是一个合取式，因为合取式才正确地描述了 I 命题的逻辑性质。一个形式为“有 S 是 P”的 I 命题是真的，当且仅当存在着是 S 也是 P 的个体。即存在着这样的个体，它是 S 并且也是 P。如果任何是 S 的个体都不是 P，那么 I 命题就是假的。合取式恰好能准确描述这些逻辑特征，即：

$$(\exists x)(Sx \wedge Px) \Leftrightarrow \neg(\forall x)(Sx \rightarrow \neg Px)$$

O 命题即特称否定命题，其形式是“有 S 不是 P”，其逻辑涵义用量化理论可逐层分析如下：

存在这样的个体，它是 S，但它不是 P

存在 x 使得，Sx 并且 $\neg Px$

$(\exists x)(Sx$ 并且 $\neg Px)$

$(\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$

至此，A、E、I、O 四类命题的量化谓词形式我们都进行了讨论。它们分别是：

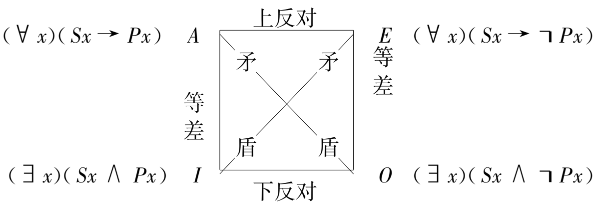
A 命题："所有 S 是 P"，量化形式是：$(\forall x)(Sx \rightarrow Px)$；

E 命题："所有 S 不是 P"，量化形式是：$(\forall x)(Sx \rightarrow \neg Px)$；

I 命题："有 S 是 P"，量化形式是：$(\forall x)(Sx \wedge Px)$；

O 命题："有 S 不是 P"，量化形式是：$(\forall x)(Sx \wedge \neg Px)$。

在传统逻辑中，A、E、I、O 四类命题之间存在对当关系，即



由上图，根据第三章 3.2 节的讨论，我们已经知道：

上反对关系是 A 与 E 之间的关系，其内容是：A 与 E 不能都真，一个真时另一个必假。

差等关系是 A 与 I、E 与 O 的关系，其中 A 和 E 是上位，I 和 O 是下位。差等关系的内容是：上位真时下位必真，下位假时上位必假。

下反对关系是 I 与 O 之间的关系，其内容是：I 与 O 不能同假，一个假时另一个必真。

矛盾关系是 A 与 O、E 与 I 的关系，其内容是：一个真时另一个

必假,一个假时另一个必真。

用量化理论分析,A、E、I、O之间的对当关系只有矛盾关系成立,即:

$$(\forall x)(Sx \to Px) \Leftrightarrow \neg(\exists x)(Sx \land \neg Px)$$
$$(\forall x)(Sx \to \neg Px) \Leftrightarrow \neg(\exists x)(Sx \land \neg Px)$$
$$(\exists x)(Sx \land Px) \Leftrightarrow \neg(\forall x)(Sx \to \neg Px)$$
$$(\exists x)(Sx \land \neg Px) \Leftrightarrow \neg(\forall x)(Sx \to Px)$$

A 与 E 之间的上反对关系不成立。假定不存在具有 S 性质的个体,即 Sx 是不可满足的,Sx 的所有例示都是假的。在这样的模型中,$(\forall x)(Sx \to Px)$ 和$(\forall x)(Sx \to \neg Px)$ 的例示都是前件假的蕴涵式,根据蕴涵式的逻辑性质,它们都是真的。A 与 E 可以同时为真,上反对关系不成立。

A与I、E与O之间的差等关系不成立。仍然假定不存在具有 S 性质的个体,即 Sx 不可满足,它的所有例示都是假的。在这样的模型中,两个全称命题是真的,而两个特称命题是假的。上位真而下位假,差等关系不成立。

I与 O 之间的下反对关系不成立。仍以上述假定建立模型,由于 Sx 不可满足,它的所有例示都是假的,因而两个特称命题都是假的。I与 O 可以同假,下反对关系不成立。

从上述讨论我们看到,只要假定主项不存在,即主项 Sx 不可满足,它的所有例示都是假,对当关系就不成立。因此,传统直言命题的对当关系理论有一个预设前提:主项存在。而要使三段论推理的所有有效式成立,则还需要附加谓项也存在的预设。

2.2　一般量化命题的形式化

A、E、I、O只是特殊的主谓形式的简单命题,它们只是一般简

单命题的特例。量化谓词逻辑适用于处理所有复杂形式的简单命题。如下是一个简单命题：

(1) 所有蔬菜和水果都是有营养的

逐步深入地分析这个命题的逻辑涵义如下：

对任一个体而言，无论它是蔬菜还是水果，它都是有营养的

对任一 x，无论 x 是蔬菜或者 x 是水果，x 都是有营养的

对任一 x，无论 Vx 或者 Fx，都有 Yx

$(\forall x)$(无论 Vx 或者 Fx，都有 Yx)

$(\forall x)((Vx \vee Fx) \rightarrow Yx)$

命题(1) 是一个全称命题，其量化形式的谓词公式一定是一个蕴涵式。而(1) 的蕴涵式其前件为析取式而不是合取式。如果用合取式表达，表达的涵义就是"x 既是蔬菜又是水果"，显然(1) 并不是说"既是蔬菜又是水果的东西有营养"，而泛指的所有蔬菜及所有水果。只有析取式才能准确表达命题(1) 的涵义。

再看如下命题：

(2) 所有考试合格并且体检合格的人都能被录取

逐步深入地分析这个命题的逻辑涵义如下：

对任一个体而言，如果它是考试合格，并且体检合格的人，它都能被录取

对任一 x，如果 x 是人，并且 x 考试合格，并且 x 体检合

格，x都能被录取

对任一 x，如果 Mx 并且 Kx 并且 Tx，那么 Nx

$(\forall x)((Mx \wedge Kx \wedge Tx) \rightarrow Nx)$

命题(2)的谓词公式中出现的是合取式，合取式才正确表达了这个命题的涵义。

再看命题“所有获奖者是教师或者是工人”，其量化形式为

$$(\forall x)(Jx \rightarrow (Tx \vee Wx))$$

这个量化形式与“所有获奖者是教师或者所有获奖者是工人”的量化形式是完全不同的。

$$(\forall x)(Jx \rightarrow Tx) \vee (\forall x)(Jx \rightarrow Wx)$$

命题“有些获奖者是教师或者是工人”的量化形式是：

$$(\exists x)(Jx \wedge (Tx \vee Wx))$$

我们在后面的讨论将说明，它与“有些获奖者是教师或者有些获奖者是工人”的量化形式是等值的。

我们看到，对一般命题的形式化处理没有什么固定的程序或统一的方法。我们首先需要的是准确分析和把握命题的逻辑涵义，再根据命题的涵义来考虑采用什么样的量词和谓词，考虑采用什么联结词能准确描述命题的逻辑涵义。

不过有一点要注意：在全称命题的量化形式中，谓词公式大多情况下是一个蕴涵式，形式为“$(\forall x)(\Phi x \wedge \Psi x)$”的命题只在极特殊的情况下可能真。而存在命题量化形式中的谓词公式一般是

合取式，说“有 Φ是 Ψ” 就是说“存在这样的个体，它既是 Φ又是 Ψ”，“$(\exists x)(\Phi x \wedge \Psi x)$” 恰好表达了这个涵义。

2.3　多重量化命题

我们前面讨论的量化命题结构比较简单，它们都只有单个量词。但是有些命题的结构要复杂一些，它们往往含有多个量词，例如，命题：

> 如果所有中国儿童都要接受义务教育，那么有些中国人要接受义务教育

令“Rx：x是中国儿童”，“Ex：x要接受义务教育”，“Cx：x是中国人”，则该命题的逻辑形式为：

$$(\forall x)(Rx \rightarrow Ex) \rightarrow (\exists x)(Cx \wedge Ex)$$

我们看到，虽然在这个命题中出现了一个全称命题和一个存在命题，但全称量词的辖域独立于存在量词的辖域。因此，我们可以说这是一个条件命题，它分别以一个全称量化命题为前件，一个存在量化命题为后件，即它的前后件分别是独立的命题。

如下也是一个类似的命题：

> 如果有手提包丢了，那么如果没有人报警，则有人会不高兴

该命题具有如下逻辑形式：

$(\exists x)(x$是手提包$\wedge x$丢了$) \rightarrow ((\forall y)(y$是人$\rightarrow \neg(y$报警$)$

$\rightarrow (\exists z)(z$ 是人 $\wedge$ z 会不高兴))

我们看到，这个命题中出现了三个量词，但量词的辖域都是相互独立的。因此，它是一个由三个独立的量化命题构成的条件命题，它的前件是一个存在命题，后件是一个蕴涵式，蕴涵式的前件是全称命题，后件是存在命题。

但如下命题则不同：

如果有手提包丢了，那么如果有人报警，则该手提包可以找回来

显然，如果把它形式化如下：

$(\exists x)(x$ 是包 $\wedge$ x 丢了$) \rightarrow [(\exists y)(y$ 是人 $\wedge$ y 报了警$) \rightarrow x$ 被找回来$]$

上式是错误的。因为上式不是命题，x 在后件中是自由出现的，它是一个开公式。

这个命题的正确逻辑形式是：

$(\exists x)[(x$ 是包 $\wedge$ x 丢了$) \rightarrow ((\exists y)(y$ 是人 $\wedge$ y 报了警$) \rightarrow x$ 被找回来$)]$

这意味着只有当存在量词的辖域是整个公式时，才正确表达了命题的逻辑涵义。尽管我们也可以把这个量化命题公式的结构分为几部分，但并非每一部分都是独立的命题，它们整合在一起才表达一个量化命题。

上述例子说明，我们有必要对复杂的谓词公式进行更深入的

分析。一个谓词公式中可以包含多个个体符号，如：

$$Fx \lor Gy, \quad (Fx \land Gy) \to Hx, \quad (Fx \land Gy) \lor Hz$$

等等。当我们对这样的谓词公式进行例示时，对同一变项的每次自由出现都必须用同一个常项去代换。例如，对如下谓词公式：

$$(Fx \land Gy) \to Hx$$

如下公式都是其代换实例：

$$(Fa \land Gb) \to Ha, (Fb \land Ga) \to Hb, (Fb \land Gc) \to Hb$$

但如下公式则不是其例示：

$$(Fa \land Gb) \to Hc$$

同一个变项必须用同一个体常项去代换，而同一个体常项则可以代换不同的个体变项。当我们用同一个体常项去代换不同个体变项时，并不违反“同一变项的每次自由出现都必须用同一个体常项去代换”的要求。因此，下列公式也是谓词公式“$(Fx \land Gy) \to Hx$”的正确例示：

$$(Fa \land Ga) \to Ha, (Fb \land Gb) \to Hb, (Fc \land Gc) \to Hc$$

当谓词公式只包含一个个体符号时，对公式的量化概括要简单得多例如，如下都是对谓词公式“$Gx \to Hx$”的全称概括：

$$(\forall x)(Gx \rightarrow Hx),(\forall y)(Gy \rightarrow Hy),(\forall z)(Gz \rightarrow Hz)$$

这些量化公式的区别仅仅是记法上的,它们相互之间逻辑等值,即它们具有相同的逻辑涵义。

但是,对于包含多个个体符号的谓词公式,在量化概括时情况就要复杂得多。假定谓词公式的形式是"$Fx \wedge Gy$",我们分别对公式中的 x 和 y 进行全称概括,得到:

$$(\forall x)(Fx \wedge Gy) \text{ 和 } (\forall y)(Fx \wedge Gy)$$

这两个公式的区别就不是记号上的,而是实质上的了。两个公式具有完全不同的逻辑涵义。两个公式化的例示分别是:

$$(\forall x)(Fx \wedge Ga) \text{ 和 } (\forall y)(Fa \wedge Gy)$$

"$(\forall x)(Fx \wedge Gy)$"的涵义是"所有个体具有性质 F 且个体 a 具有性质 G",而"$(\forall y)(Fx \wedge Gy)$"的涵义是"个体 a 具有性质 F 且所有个体具有性质 G"。显然这是两个不同的命题。

因此,对含有多个个体符号的谓词公式或者说命题函项而言,量化是对公式中的个体符号进行的。我们就不能笼统地说"对命题函项进行量化概括",而是要具体地说明对函项式中的哪个个体符号进行怎样的量化概括。在上述例子中,"$(\forall x)(Fx \wedge Gy)$"是对命题函项"$Fx \wedge Gy$"中的"$x$"进行全称概括得到的,"$(\forall y)(Fx \wedge Gy)$"则是对"$Fx \wedge Gy$"中的"$y$"进行全称概括得到的。

第三节　量化推理规则

量化推理是指用量化命题构造的推理。量化推理的有效性与命题逻辑推理有效性的概念类似,即前提真时结论必真,不可能前提真而结论假。但是,量化命题的真假与个体域相联系。当且仅当对每一非空个体域中的所有代换实例,即对一个量化推理的所有例示,都使得推理的前提真时结论必真,那么这个推理就是有效的。

命题逻辑是量化谓词逻辑的基础。量化谓词逻辑是命题逻辑理论的扩展。与命题逻辑一样,一个量化推理是有效的,我们就可以建立推理有效性的形式证明。建立形式证明必须要有推理规则。命题逻辑作为量化谓词逻辑的一个子系统,它的全部推理规则也都是量化谓词推理的规则。建立量化推理的形式证明同样可以运用这些规则。但是,仅仅有命题逻辑的推理规则还不够。由于量化谓词逻辑还涉及个体词、谓词和量词等命题逻辑没有的符号,因此必须增加与这些符号相关的推理规则。

我们下面将要讨论的四条量化规则,就是专门用于处理量词等量化谓词逻辑所特有符号的规则。

3.1　全称例示规则(简记为 *UI*)

全称例示规则可以作这样的直观描述:如果某类事物的全部对象都具有某种属性,那么任意列举该类事物中的任一对象,它也有这种属性。例如,断定所有的商品都是有价值的,那么任意列举一种商品也是有价值的;全部自然数都是整数,任意一个自然数当然也是整数。

全称例示规则的模式如下:

$$(\forall x)\Phi x$$
$$\therefore \Phi v$$

这个推理形式的有效性是显然的。一个全称命题是真的，当且仅当它的所有例示都真，因此，从一个全称命题可以推演出它任一个例示，前提真时结论必真。

推理模式中的“v”代表任一个体符号。根据这条规则，可以将前提$(\forall x)\Phi x$中的全称量词$(\forall x)$消去，用任一个体符号 v 代换 Φx 中 x 的每一自由出现，从而得到结论 Φv。运用 UI 规则可以建立该推理有效性的形式证明：

“所有中国人如果年满 18 岁那么有选举权。张珊是中国人。所以如果张珊年满 18 岁，那么他有选举权。”

令 Cx：x 是中国人；Ex：x 年满 18 岁；Jx：x 有选举权；z：张珊。先将前提和结论形式化，再建立形式证明：

①$(\forall x)\ (Cx \to (Ex \to Jx))$	
②Cz	/ $\therefore Ez \to Jz$
③$Cz \to (Ez \to Jz)$	①UI
④$Ez \to Jz$	②③MP

3.2 存在概括规则(简记为 *EG*)

存在概括规则的内容是，如果有某个个体如 v 具有某种性质 Φ，那么个体域中存在着个体 x，使得 x 具有性质 Φ。例如，太阳是发光体，因此至少有一个个体是发光体。存在例示规则的模式如下：

$$\Phi v$$
$$\therefore (\exists x)\Phi x$$

这条规则的有效性是显然的。一个存在命题是真的，当且仅当它所概括的命题函项的例示至少有一个真。因此，该推理形式的前提真时结论必真。

如下是运用存在概括规则的一个实例：

西施是人。西施很漂亮。所以，有人很漂亮

令 Mx：x 是人；Bx：x 漂亮；s：西施。先将前提和结论形式化，再建立形式证明：

① Ms	
② Bs	/ $\therefore (\exists x)(Mx \wedge Bx)$
③ $Ms \wedge Bs$	①② $\wedge+$
④ $(\exists x)(Mx \wedge Bx)$	③ EG

3.3 全称概括规则（UG）

在数学证明中，我们常常这样进行推演：从某类事物中的任意列举一个对象，证明它具有某种属性，由此推论该类事物的全部对象都具有这样的属性。例如，任意列举一个三角形，然后证明这个三角形的内角之和为 180 度。由于这个三角形是任意列举的，不附加其他任何特殊条件，由此就可概括地得出结论，全部三角形都具有这个性质，即三角形三内角之和为 180 度。

全称概括规则正是根据这一思想得到的一条推理规则。令“y”代表一个任意选出的个体，如果证明“y”具有某性质“Φ”，即证明“Φy”，那么就可以推演出所有个体都具有性质“Φ”。就像证明了任意选择的一个三角形内角和是 180 度一样，就可推演出所有三角形的内角和为 180 度。

全称概括规则的模式如下：

Φy

$\therefore (\forall x)\Phi x$

y 代表任意列举的个体符号，它不是个体常项或存在命题的例示，并且不在任何关于 y 的假设辖域内出现

如下是全称概括规则的一个实际运用：

所有人都是有感情的。所有机器人都没有感情。所以，所有机器人都不是人

先将前提和结论符号化，再构造有效性的形式证明：

①$(\forall x)(Mx \to Bx)$	
②$(\forall x)(Cx \to \neg Bx)$	$/ \therefore (\forall x)(Cx \to \neg Mx)$
③$My \to By$	①UI
④$Cy \to \neg By$	②UI
⑤$By \to \neg Cy$	④$Tran$
⑥$My \to \neg Cy$	③⑤HS
⑦$Cy \to \neg My$	⑥$Tran$
⑧$(\forall x)(Cx \to \neg Mx)$	⑦UG

在使用 UG 规则时，一定要注意该规则对 y 的两条限制：

第一，Φy 中的 y 不能是个体常项或存在命题的例示。

第二，Φy 不在任何关于 y 的假设辖域中出现。

如果违反这两条限制，就将导致逻辑错误。例如，如下推理是无效的：

太阳是自身发光的。所以,所有物体都自身发光

如果错误运用 UG 规则,却可以为这个推理建立形式证明:

① Ps	$/ \therefore (x) Px$
② $(\forall x) Px$	① UG(错误)

在这个形式证明中,第②行是对个体常项 s 使用 UG 规则,违反了第一条限制,因而是错误的。

再看如下推理:

并非所有物体都是植物。所以,所有物体都不是植物

该推理是无效的,如果错误运用 UG 规则,也可以为其构造一个形式证明:

① $\neg(\forall x) Sx$	$/ \therefore (\forall x) \neg Sx$
② Sx	假设
③ $(\forall x) Sx$	② UG(错误)
④ $Sx \rightarrow (\forall x) Sx$	②~③ $C \cdot P$
⑤ $\neg Sx$	①④ MT
⑥ $(\forall x) \neg Sx$	⑤ UG

这个形式证明的错误在第③行。由于在第②行出现的 Sx 是一个假设,对在假设辖域内出现的 x 使用 UG 规则,违反了对 UG 规则的第二条限制。错误运用 UG 规则,这个形式证明不可能正确。

运用 UG 规则来建立形式证明时,必须遵守该规则的限制。下面再举一例,说明怎样正确运用 UG 规则。

所有人都会犯错误。圣人都是人。而孔子是圣人。所以,圣人都会犯错误并且孔子会犯错误

将前提、结论符号化,构造该推理有效性的形式证明:

①$(\forall x)(Mx \rightarrow Rx)$	
②$(\forall x)(Sx \rightarrow Mx)$	
③ Sc	$/\therefore(\forall x)(Sx \rightarrow Rx) \wedge Rc$
④ $My \rightarrow Ry$	① UI
⑤ $Sy \rightarrow My$	② UI
⑥ $Sy \rightarrow Ry$	④⑤ $H \cdot S$
⑦$(\forall x)(Sx \rightarrow Rx)$	⑥ UG
⑧ $Sc \rightarrow Rc$	⑦ UI
⑨ Rc	③⑧ MP
⑩$(\forall x)(Sx \rightarrow Rx) \wedge Rc$	⑦⑨ $\wedge +$

3.4 存在例示规则(*EI*)

一个存在量化命题是真的,当且仅当它所概括的命题函项的例示至少有一个真。根据存在量化命题的这一逻辑特征,我们由一个存在命题可以推演出命题函项的一个例示。这就是存在例示规则所表达的内容:由一个存在命题推演出一个命题函项的例示。

但是必须注意,存在命题只断定个体域中存在有个体,至于是哪个或哪些个体存在命题是无法保证的。因此,为了有效地运用存在例示规则,我们必须对例示所使用的个体符号进行严格限制。例如:我们在这里规定,例示的个体符号必须是前面证明过程中没有出现过的个体符号,并且它不能是个体常项,即不能代表某个特定个体。

存在例示规则的模式如下：

$(\exists x)\forall x$

$\therefore \Phi v$ （v 在前面没出现过，并且不是特定的个体常项）

在使用 EI 规则时，一定要注意该规则对例示的个体符号 v 的限制：

第一，v 是在前面的证明过程中没有出现过的个体符号。

第二，v 不是任何特定的个体常项，即不代表任何特定个体。

违反这些限制将导致错误的形式证明。看如下推理：

有的动物是马。有的动物是猪。所以，有的马是猪。

这本来是个无效推理，错误运用 EI 规则却可以建立形式证明：

①$(\exists x)(Ax \wedge Hx)$	
②$(\exists x)(Ax \wedge Px)$	$/\therefore(\exists x)(Hx \wedge Px)$
③ $Aw \wedge Hw$	① EI
④ $Aw \wedge Pw$	② EI（错误）
⑤ Hw	③ Com，$\wedge-$
⑥ Pw	④ Com，$\wedge-$
⑦ $Hw \wedge Pw$	⑤⑥ $\wedge+$
⑧$(\exists x)(Hx \wedge Px)$	⑦ EG

该证明错在第 ④ 行，因为第 ④ 行存在例示使用了一个在第 ③ 行已经出现过的个体符号，违反了对 EI 规则的第一条限制。违反限制就将导致错误的结论。

如下举例说明怎样正确运用存在例示规则，即 EI 规则：

所有马都是吃草的。有些动物是马。所以，有些动物是吃草的。

将推理符号化并建立有效性的形式证明：

①$(\forall x)(Hx \rightarrow Cx)$	
②$(\exists x)(Ax \wedge Hx)$	/ ∴$(\exists x)(Ax \wedge Cx)$
③$Aw \wedge Hw$	② EI
④$Hw \rightarrow Cw$	① UI
⑤Hw	③ Com，∧－
⑥Cw	④⑤ MP
⑦Aw	③ ∧－
⑧$Aw \wedge Cw$	⑥⑦ ∧＋
⑨$(\exists x)(Ax \wedge Cx)$	⑧ EG

这个形式证明既运用了 UI 规则(第④行)，又运用了 EI 规则(第③行)。这两条规则的运用都必须遵守相关的规则。我们看到，当既需要全称例示又需要存在例示时，我们必须先使用 EI 规则，再运用 UI 规则。就是说，必须先进行存在例示，然后再进行全称例示。因为存在例示必须使用新的个体符号，全称例示则没有这样的限制。先进行存在例示再进行全称例示，才能使个体符号保持一致，正确建立推理有效性的形式证明。如果先进行全称例示，存在例示就必须使用新的个体符号，个体符号不一致，将使得推演无法进行，从而影响形式证明的建立。因此，为保证正确运用 EI 规则，当需要既使用 UI 又需 EI 以消去全称量词和存在量词时，必须先使用 EI 规则，再使用 UI 规则。

第四节　无效量化推理的判定

4.1　量化公式的真值函项展开式

我们在分析量化命题时已经指出，对量化命题公式进行解释首先要设定个体域。个体域可以有一个、两个以至无限多个个体。个体域还可以是空的，即没有个体。只有相对个体域才能分析量化命题的真假。

假定个体域有有限的 n 个个体，我们对这 n 个个体依次编号为 1，2，3，4，…，n。由于全称命题描述的是所有个体的情况，即述说的是个体 1 并且个体 2 并且个体 n 的情况，因此，在有限个体域上全称命题等同于一个合取式。而存在命题述说的是某个体或有些个体的情况，即述说的是个体 1 或者个体 2 或者个体 n 的情况，因此，在有限个体域上存在命题等同于一个析取式。这些合取式或析取式的子公式是与量化命题相关的命题函项的例示。

假定个体域只有一个个体，即 $D=\{a\}$，则

$$(\forall x)\Phi x \Leftrightarrow \Phi a \qquad (\exists x)\Phi x \Leftrightarrow \Phi a$$

设个体域 $D=\{a, b\}$，则

$$(\forall x)\Phi x \Leftrightarrow \Phi a \wedge \Phi b, \qquad (\exists x)\Phi x \Leftrightarrow \Phi a \vee \Phi b;$$

设个体域 $D=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$，则

$$(\forall x)\Phi x \Leftrightarrow \Phi a_1 \wedge \Phi a_2 \wedge \cdots \wedge \Phi a_n,$$

$$(\exists x)\Phi x \Leftrightarrow \Phi a_1 \vee \Phi a_2 \vee \cdots \vee \Phi a_n。$$

这些等值式的恒真性是显然的。一个全称量化命题真，当且仅当命题函项的所有例示都真，而这所有例示恰好是合取式的合取支，所有合取支都真则合取式必真。一个合取式是假的当且仅当其支命题至少有一个假，这意味着命题函项的例示有一个假，即全称量化命题是假的。因此，全称量化命题与这样的合取式逻辑等值。

一个存在命题是真的，当且仅当命题函项的例示至少有一个真，而这些例示就是析取式的析取支，析取支有一个真则析取式必真。一个析取式是假的当且仅当其所有支命题都假，这意味着命题函项的所有例示都假，而所有例示都假时存在量化命题必假。因此，存在量化命题与这样的析取式逻辑等值。

合取式和析取式都是复合命题，即都是真值函项式。因此，在个体域有限的假设下，一个量化命题与一个复合命题，或者说一个真值函项式逻辑等值。

由这些等值式根据 DeM 律，我们还可以推导出全称命题与存在命题之间的逻辑关系：

设 $D=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$，则

$$\begin{aligned}\neg(\forall x)\Phi x &\Leftrightarrow \neg(\Phi a_1 \wedge \Phi a_2 \wedge \cdots \wedge \Phi a_n)\\ &\Leftrightarrow \neg\Phi a_1 \vee \neg\Phi a_2 \vee \cdots \vee \neg\Phi a_n\\ &\Leftrightarrow (\exists x)\neg\Phi x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\neg(\exists x)\Phi x &\Leftrightarrow \neg(\Phi a_1 \vee \Phi a_2 \vee \cdots \vee \Phi a_n)\\ &\Leftrightarrow \neg\Phi a_1 \wedge \neg\Phi a_2 \wedge \cdots \wedge \neg\Phi a_n\\ &\Leftrightarrow (\forall x)\neg\Phi x\end{aligned}$$

即

$$\neg(\forall x)\Phi x \Leftrightarrow (\exists x)\neg\Phi x$$

$$\neg(\exists x)\Phi x \Leftrightarrow (\forall x)\neg\Phi x$$

必须指出，如果个体域是无限的，那么这种等值关系就不再成立。因为如果个体域无限，那么命题函项就有无限多个例示，有无限多个支命题的合取式或析取式其真假是无法确定的。而量化命题有确定的真假：一个全称量化命题真，当且仅当找不到一个假的例示；一个存在命题假，当且仅当找不到一个真的例示。

4.2 无效量化推理的判定

与命题逻辑所讨论的无效推理概念是一样的，一个量化推理是无效的，那么前提真时结论可以是假的，即存在着一个解释，或者说一个模型，使得推理的前提真而结论假。对于命题逻辑而言，我们可以使用简化真值表方法，又叫做归谬赋值法来证明推理的无效性：只要能找到一组赋值使得推理的前提真而结论假，就证明了推理是无效的。但是量化推理的无效性不能简单运用赋值的方法来证明，因为赋值方法只适用于复合命题。

然而，如前所述，在个体域有限的假设下，量化命题与一个复合命题逻辑等值：全称命题等值于一个合取式，存在命题等值于一个析取式。由此，我们可以在有限的非空个体域上将量化命题展开为相关复合命题公式，将量化推理转化为复合命题的推理。既然是复合命题推理，其无效性就可以用赋值的方法来判定。

现在我们结合实例说明怎样用赋值方法来证明量化推理的无效性。看如下推理：

所有狗是动物。所有猫是动物。所以，所有猫是狗。

先将推理符号化：

$$(\forall x)(Dx \rightarrow Ax)$$

$(\forall x)(Cx \to Ax)$

$\therefore (\forall x)(Cx \to Dx)$

设个体域 $D = \{a\}$,则上述推理展开为:

$Da \to Aa$

$Ca \to Aa$

$\therefore Ca \to Da$

对展开式进行归谬赋值:

Da	Aa	Ca	$Da \to Aa$	$Ca \to Aa$	$Ca \to Da$
F	T	T	T	T	F

在上述赋值下推理的前提真而结论假,即我们找到了一个模型使得推理前提真而结论假,因此,推理是无效的。

如果在只有一个个体的个体域上不能使展开式的前提真而结论假,即不能证明推理无效,这并不意味推理一定是有效的。看如下推理:

有些学生是学法律。有些年轻人是学生。所以,有些年轻人是学法律的。

首先将推理符号化:

$(\exists x)(Sx \land Lx)$

$(\exists x)(Yx \land Sx)$

$\therefore (\exists x)(Yx \land Lx)$

设个体域 $D=\{a\}$,则上述推理展开为:

$$\begin{array}{l} \quad Sa \land La \\ \quad Ya \land Sa \\ \therefore Ya \land La \end{array}$$

显然,对个体域 $D=\{a\}$ 上的展开式,没有使其前提真结论假的赋值。

再设 $D=\{a,b\}$,则上述推理的展开式为:

$$\begin{array}{l} \quad (Sa \land La) \lor (Sb \land Lb) \\ \quad (Ya \land Sa) \lor (Yb \land Sb) \\ \therefore (Ya \land La) \lor (Yb \land Lb) \end{array}$$

对展开式进行归谬赋值:

Sa	La	Ya	Sb	Lb	Yb	$(Sa \land La) \lor (Sb \land Lb)$	$(Ya \land Sa) \lor (Yb \land Sb)$	$(Ya \land La) \lor (Yb \land Lb)$
T	T	F	T	F	T	T	T	F

我们看到,在上述赋值下推理的前提真而结论假,即我们找到了一个模型使得推理前提真而结论假。因此,尽管在 $D=\{a\}$ 时推理是有效的,但是它并非在所有模型上都有效,所以该推理仍然是一个无效推理。

综上所述,一个量化推理是有效的,当且仅当在所有模型上推理都有效;只要有一个模型使得推理的前提真而结论假,推理就是无效的。因此,在设定个体域上展开量化推理式,再进行归谬赋值

的方法，能够证明推理的无效性。因为我们由此可以找到使推理无效的模型。然而，由于个体域的设定是无限的，一个推理可以有无限多个模型，要穷举这些模型事实上是不可能的。因此，这种方法只能证明量化推理的无效性，而不能证明其有效性。要证明一个量化推理是有效的，必须正确运用推理规则，建立推理有效性的形式证明。

思考题

一、什么是个体词、谓词和量词？

二、什么是命题函数、什么是单称命题？什么是量化命题？

三、分析命题函数、单称命题和量化命题之间的联系。

四、传统直言命题的 A、E 就是全称量化命题吗？为什么？

五、什么是自由变元、个体变元？什么是开公式、闭公式？

六、分析量化推理规则 UG 与 EI。

七、如何判定量化推理的无效性？

练习题

一、用给定的符号，把下列命题翻译成量化命题公式，量词前面不带否定符号：

1. 重庆是西南重镇。(Px：x 是西南重镇，c：重庆)

2. 秦岭隔断黄河与汉水。($Sxyz$：x 隔断 y 与 z，a,b,c)

3. 商品都有使用价值。(Sx：x 是商品，Px：x 有使用价值)

4. 并非每个人都是可以信赖的。(Hx；x 是人，Qx：x 是可以信赖的)

5. 没有不闪光的金子。(Ax：x 是金子，Gx：x 是闪光的)

6. 只有有贡献的人才有津贴。(Mx:x 是人,Px:x 有贡献,Jx:x 有津贴)

7. 并非所有的商品都信得过。(Sx:x 是商品,Qx:x 是信得过的)

8. 有的学生既聪明又勤奋。(Sx:x 是学生,Ix:x 聪明,Hx:x 勤奋)

9. 只有高级干部才有警卫员。(Ex:x 是高级干部,Sx:x 有警卫员)

10. 并非每个讲道德理论的人都是很有道德的。(Mx:x 是人,Tx:x 是讲道德理论的,Dx:x 有道德)

11. 张海迪坚强,但并非每个人都坚强。(Mx:x是人,Dx:x坚强,c:张海迪)

12. 有的药品有危险仅当其使用过量。(Mx:x 是药品,Dx:x 危险,Ex:x 使用过量)

13. 并非每个爱说话的人都有很多话要说。(Px:x 是人,Tx:x 爱说话,Hx:x 有很多话要说)

14. 有的马驯服并受过好的训练。(Hx:x 是马,Gx:x 驯服,Tx:x 受过训练)

15. 除非受过好的训练,没有马驯服。(Hx, Gx, Tx)

16. 马只有受过他的训练,才是驯服的。(Hx, Gx, Tx)

17. 如果有家具被损坏,那么所有房客都会不高兴。(Jx:x 是家具,Fx:x 是房客,Hx:x 不高兴)

18. 香蕉如果是黄色的,那么它就是成熟的。(Bx:x 是香蕉,Hx:x 是黄色的,Sx:x 是成熟的)

19. 如果有香蕉是黄色的,那么若是所有黄香蕉都是成熟的,则它们是成熟的。(Bx, Hx, Sx)

20. 如果有人报名参加并且只有大三的人才能报名参加,那么他们是大三的。(Px:x 是人,Bx:x 报名参加,Tx:x 是大三的

人)

二、用给定的符号,将下列推理符号化,并为它们构造有效性的形式证明:

1. 客观规律是不以人们意志为转移的,价值规律是客观规律,所以,价值规律是不以人们意志为转移的。(Lx, Mx, Nx)

2. 逻辑学是科学,科学能增进人们的知识,能增进人们知识的东西是有用的。所以,逻辑学是有用的。(px, Qx, Rx, Sx)

3. 运动员都很健壮并且很有技巧。张宁不很健壮。所以,张宁不是运动员。(Ax, Bx, Cx, Dx)

4. 无论中国的内政还是别国的内政都是不容干涉的。台湾回归祖国是中国的内政,所以,台湾回归祖国不容干涉。(Cx, Ox, Dx, t)

5. 只有售货员是零售商,并非所有零售商都是旅游者,因此,有的售货员不是旅游者。(Sx, Rx, Tx)

6. 制服都是能洗的,没有能洗的天鹅绒。因此,没有天鹅绒的制服。(Ux, Wx, Vx)

7. 香蕉和葡萄都是水果,水果和蔬菜都是富有营养的。所以,葡萄富有营养。(Bx, Gx, Fx, Vx, Nx)

8. 所有外交官都是公仆,有些外交官是能言善辩的,一切能言善辩的公仆都是演说家。所以,有的外交官是演说家。(Cx, Px, Ex, Ox)

9. 商品都是劳动产品,空气和水都不是劳动产品,所以,空气不是商品。(Fx, Dx, Qx)

10. 任何作者取得成功,当且仅当他的作品被广泛阅读。所有的作者都是知识分子,有的作家的书未被广泛阅读但却取得成功。所以,所有知识分子都是作者。(Ax, Sx, Wx, Ix)

三、为下列推理建立有效性形式证明:

1. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$

$\neg Ga$

$\therefore \neg Fx$

2. $(\forall x)(Ax \rightarrow Bx)$

$(\forall x)(Cx \rightarrow \neg Dx)$

$\therefore (\forall x)(Ax \rightarrow \neg Cx)$

3. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$

$(\exists x)((Fx \wedge Gx) \rightarrow Hx)$

$\therefore (\forall x)(Fx \rightarrow Hx)$

4. $(\forall x)(Jx \rightarrow \neg Kx)$

$(\exists x)(Lx \wedge Kx)$

$\therefore (\exists x)(Lx \wedge \neg Jx)$

5. $(\forall x)(Ax \rightarrow Bx)$

$(\forall x)(Cx \rightarrow Bx)$

$\therefore (\forall x)((Ax \vee Cx) \rightarrow Bx)$

6. $(\forall x)(Px \rightarrow Qx)$

$(\exists x)(Px \vee Qx)$

$\therefore (\exists x)Qx$

7. $(\forall x)(Ax \rightarrow (Bx \rightarrow Cx))$

$(\forall x)(Cx \rightarrow (Bx \wedge Dx))$

$\therefore (\forall x)(Ax \rightarrow (Bx \rightarrow Dx))$

8. $(\forall x)((Fx \vee Gx) \rightarrow (Tx \wedge Sx))$

$(\forall x)((Tx \vee Sx) \rightarrow (Fx \wedge Gx))$

$\therefore (\forall x)(Fx \leftrightarrow Tx)$

9. $(\forall x)((Ax \rightarrow Bx) \wedge (Cx \rightarrow Dx))$

$(\forall \mathrm{x})\{(\mathrm{Bx} \vee \mathrm{Dx}) \rightarrow [(\mathrm{Px} \rightarrow (\mathrm{Qx} \rightarrow \mathrm{Px})) \rightarrow \mathrm{Ax} \wedge \mathrm{Cx})]\}$

$\therefore (\forall x)(Ax \leftrightarrow Cx)$

10. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$

$(\forall x)(Gx \rightarrow Hx)$

$\therefore (\exists x)Fx \to (\exists y)Hy$

11. $(\exists x)Ax \to (\forall x)((Fx \lor Gx) \to Hx)$

$(\exists x)Ax \land (\exists x)Hx$

$(\exists x)Ax \land (\exists x)Hx$

四、判定下列推理是否有效。若是无效的推理,就将推理在有限个体域上展开,用真值表加以证明;若是有效推理,就为它构造有效性的形式证明。

1. $(\exists x)(Px \land Qx)$

Pa

$\therefore Qa$

2. $(\forall x)(Px \to Mx)$

$(\forall x)(Sx \to Mx)$

$\therefore (\forall x)(Px \to Sx)$

3. $(\forall x)(Dx \to \neg Rx)$

Db

$\therefore Rb$

4. $(\forall x)(Gx \to Ex)$

$(\exists x)(Fx \land Ex)$

$\therefore (\forall x)(Gx \to Fx)$

5. 有的话是空话,有的话是假话,所以,有的空话是假话。

6. 翻译工作者都必须学好外语,教师不是翻译工作者,因此,教师不必学好外语。

7. 宇航员是勇敢的,李勇是勇敢的,所以,李勇是宇航员。

8. 只有公民是选举人,并非所有居民是公民。因此有的居民不是选举人。

9. 只有公民是选举人。并非所有公民是居民。所以,有的选举人不是居民。

10. 有的大发明家没有受过高等教育,瓦特是大发明家,所以,瓦特没有受过高等教育。

第七章　关系逻辑

本章与第六章的内容都属于一阶逻辑的范畴。但第六章的讨论是以一元谓词为基础的，本章则将讨论扩展至 n 元谓词，特别是表达二元关系的谓词。

通过本章学习，要明确什么是关系命题，关系命题相对于性质命题在形式上的特殊性。要正确掌握为有效的关系推理建立形式证明的方法。理解"等同关系"逻辑特征。

第一节　关系命题

1.1　关系命题的符号化

1. 关系命题及单称关系命题的符号化

我们上一章所讨论的主要是性质命题。性质命题的特点在于，由于它们表达的是某事物具有某性质，因此，作为命题构成要素的每个谓词符号后面只跟有一个个体符号，例如：

$$(\exists x)Fx,(\forall x)(Fx \vee Gx),$$

$$(\forall x)(Fx \rightarrow ((\exists y)Gy \rightarrow Hx))$$

以上等等都是这样的性质命题。由于性质命题中的每个谓词公式只有一个个体符号,这样的谓词被称作一元谓词。因此,性质命题的符号式是以一元谓词公式为命题函项的量化命题公式。

然而,一元谓词不适用于如下类型的命题:

李白和杜甫是同时代人
中国排球队战胜了日本排球队
有人拥护所有的候选人

如果我们把命题"李白和杜甫是同时代人"分析为"李白是同时代人并且杜甫是同时代人",显然歪曲了命题本身的涵义,因为"同时代人"不是个体李白或杜甫的属性,而是这两个个体之间的一种关系。这种表达事物之间具有某种关系的命题就是关系命题。

表达两个个体之间的关系的命题叫做二元关系命题。如:

日本在中国以东

关系命题也可以是三元、四元、n 元的,它们分别表达了三个、四个或 n 个个体之间的关系。例如:

李增把王健介绍给李丹
王健请李强带给李丹一本书

以上就分别是三元关系命题和四元关系命题。

不难看出,关系命题同性质命题一样,也是简单命题,只不过它所表达的不是事物具有某性质,而是事物之间具有某种关系。

下面讨论单称关系命题的符号化。

关系命题作为简单命题，它同性质命题一样也有单称命题、全称量化或存在量化命题之分。单称命题是命题函项的代换实例。例如，设“Txy”为关系“x 位于 y 之东”，则如下单称命题都是“Txy”的代换实例：

(1) 日本位于中国以东
(2) 重庆位于成都以东
(3) 上海位于北京以东

命题(1)中是以个体常项“日本”代换“x”，“中国”代换“y”而得到的。命题(2)则是以“重庆”代换“x”，“成都”代换“y”得到的。

在表达关系的命题函项中，个体符号的位置顺序非常重要，一般不能随意改换。例如，“Txy”与“Tyx”所表达的就是两个完全不同的关系。现以“日本”代换“x”，以“中国”代换“y”，由“Txy”得到命题“日本位于中国以东”，这是一个真命题。而由“Tyx”则得到命题“中国位于日本以东”，显然这是一个假命题。

设“日本”为 j、“中国”为 c，“重庆”为 q、“成都”为 d、“上海”为 s、“北京”为 b，则命题(1)、(2)和(3)的逻辑形式分别是：

(1^*) Tjc
(2^*) Tqd
(3^*) Tsb

它们都是命题函项“Txy”的例示。

1.2 量化关系命题的符号化

量化关系命题是用量词对关系命题函项进行概括而得到的。

例如,我们用“Axy”表示关系“x吸引y”,则命题:

a吸引每一事物

可符号化为:

$(\forall x)Aax$;

命题“每一事物都吸引a”,可符号化为:

$(\forall x)Axa$

命题“a吸引某一事物”,可符号化为:

$(\exists x)Aax$

命题“某一事物吸引a”,可符号化为:

$(\exists x)Axa$

当命题中完全没有个体常项时.关系命题的符号化就更复杂一些。首先讨论如下一组最简单的无个体常项的关系命题:

(1) 每一事物吸引每一事物
(2) 每一事物被每一事物所吸引
(3) 某事物吸引某事物
(4) 某事物被某事物所吸引

它们分别可符号化为：

$(1^*)(\forall x)(\forall y)Axy$
$(2^*)(\forall y)(\forall x)Axy$
$(3^*)(\exists x)(\exists y)Axy$
$(4^*)(\exists y)(\exists x)Axy$

这其中的(1^*)与(2^*)，(3^*)与(4^*)中出现的量词完全相同，但量词出现的顺序不一样。不过对这些命题而言，量词出现的顺序是无关紧要的。它们分别是命题(1)与(2)，(3)与(4)的翻译，而(1)与(2)，(3)与(4)是逻辑等值。因此，如果前后相继的两个量词相同，那么量词的不同出现顺序不影响命题的逻辑性质。

但是如下一组命题就不同了：

(5) 每一事物吸引某事物
(6) 某事物被每一事物所吸引
(7) 某事物吸引每一事物
(8) 每一事物被某事物所吸引

它们分别可符号化为：

$(5^*)(\forall x)(\exists y)Axy$
$(6^*)(\exists y)(\forall x)Axy$
$(7^*)(\exists x)(\forall y)Axy$
$(8^*)(\forall y)(\exists x)Axy$

将公式(5^*)和(6^*)参照命题(5)和(6)来分析，我们看到：公式(5^*)和(6^*)虽然都是由一个对x的全称量词、一个对y的存在

量词以及同一个命题函项“Axy”构成，但它们的全称量词和存在量词出现的顺序不同。公式(5*)中全称量词先出现，它对应于命题(5)，表示的是：无论给出什么事物，总有某一别的事物被它所吸引。公式(6*)中存在量词先出现，它对应于命题(6)，表达的是：存在着一事物，使得所有的事物都被它所吸引。显然，它们表达的逻辑涵义是不相同的。虽然它们的涵义不同，但并不是完全没有逻辑关联。我们在后面将证明，由后者可以推出前者，即由“$(\exists y)(\forall x)Axy$”可以推出“$(\forall x)(\exists y)Axy$”。

显然，由(7)和(8)可见，公式(7*)与(8*)也是不等值的，即它们有不同的逻辑涵义。

1.3 一般关系命题的符号化

在我们上述有关量化关系命题的讨论中，我们是泛泛地例举每一事物或某一事物之间具有某种关系。但是，在现实的日常思维活动中，这种泛泛而论的命题很少见，大量的命题所表达的是满足某种条件的事物处于某关系中。例如：

有的选举人拥护所有候选人
所有铁制的东西都被所有磁铁吸引

将这样的命题符号化，我们可逐步进行：

$(\exists x)(x$ 是选举人 $\wedge (\forall y)(y$ 是候选人 $\rightarrow x$ 拥护 $y))$
$(\forall x)(x$ 是铁制的东西 $\rightarrow (\forall y)(y$ 是磁铁 $\rightarrow y$ 吸引 $x))$

设“Ex”、“Cx”和“Sxy”分别表示“x是选举人”、“x是候选人”和“x拥护y”，再设“Ix”、“Mx”和“Axy”分别表示“x是铁制的”、“x是磁铁”和“x吸引y”。则可以进一步将命题符号化为：

$(\exists x)(Ex \land (\forall y)(Cy \to Sxy))$
$(\forall x)(Ix \to (\forall y)(My \to Ayx))$

就这样我们逐步深入地分析得到上述命题的量化公式形式。

当命题结构更复杂时，我们同样可采取逐步分析的方法，一步一步地将命题形式化。例如，对如下命题：

任何正直的人都讨厌某些虚伪的人

第一步我们可写出：

$(\forall x)$((x 是正直的人) $\to$ (x 讨厌某些虚伪人))

再将蕴涵式的后件“x 讨厌某些虚伪的人”进行量化处理，得到：

$(\forall x)$((x 是正直的人) $\to$ $(\exists y)$((y 是虚伪的人) $\land$ (x 讨厌 y)))

最后设“Zx”“Xx”和“Dxy”分别表示“x 是正直的人”，“x 是虚伪的人”和“x 讨厌 y”，则上述命题可以符号化为：

$$(\forall x)(Zx \to (\exists y)(Xy \land Dxy))$$

再举一个例子，说明怎样运用这种逐步深入的分析方法处理各种结构的关系命题。为了便于识别公式的层次，我们将使用符号“{}”和“[]”。对如下命题符号化：

任何想讨好所有人的人,一定会得罪某个人

首先可写出:

$(\forall x)\{(x$ 是人 $\land$ x 想讨好所有人$)\rightarrow x$ 会得罪某个人$\}$

将式中蕴涵式前件的一个合取支“x 想讨好所有的人”进行量化处理:

$(\forall x)\{[x$ 是人 $\land (\forall y)(y$ 是人 $\rightarrow x$ 想讨好 $y)]\rightarrow x$ 会得罪某个人$)\}$

对蕴涵式的后件“x 会得罪某个人”进行量化处理:

$(\forall x)\{[x$ 是人 $\land (\forall y)(y$ 是人 $\rightarrow x$ 想讨好 $y)]\rightarrow (\exists z)(z$ 是人 $\land$ x 会得罪 $z)\}$

设“Px”表示“x 是人”,“Hxy”表示“x 想讨好 y”“Dxy”为“x 会得罪 y”,则上述命题的符号表达为:

$$(\forall x)\{[Px \land (\forall y)(Py \rightarrow Hxy)]\rightarrow (\exists z)(Pz \land Dxz)\}$$

第二节 关系推理

关系推理并不需要引进新的推理规则,原有的 8 条基本推导规则,12 条导出规则以及条件证明规则和量化规则都适用于关系

推理。

但是，关系命题的符号表达式复杂得多，它涉及多重量化的问题，这就需要我们进一步深入讨论多重量化命题的逻辑性质，在此基础上对量化规则进行技术扩展，使它能适用于关系命题构成的推理。

2.1 多重量化命题的逻辑性质

由上面的讨论不难发现，关系命题一般都包含有多个量词，我们称这种包含多个量词的命题为多重量化命题。多重量化命题的逻辑结构比简单量化命题更复杂，这就决定了我们必须对其进行深入分析讨论才能理解掌握它的逻辑性质。

我们在上一章已经介绍了个体变项 x 的自由出现和约束出现。例如，在表达式：

$$(\forall x)(Ax \to Bx) \wedge Cxb$$

中，个体变元 x 共出现了四次，第一次是作为量词的组成部分，第二、三次出现在全称量词的辖域内。因此 x 的这三次出现都是约束出现。x 的第四次出现则是自由出现。

凡是包含有个体变元自由出现的表达式都是不能确定其真假的，因此，它们不是命题而是命题函项。而命题函项是这样一种表达式，其中个体变元至少有一次是自由出现的。当然，命题函项并不排斥个体变项的约束出现。下面几个表达式都是命题函项：

$$(\forall x)[(Ax \wedge Bx) \to Cxy]$$
$$(\exists x)[(Ax \wedge Bx) \to (\forall y)Cxy]$$
$$(\forall y)[(Ax \wedge Bx) \to Cxy]$$

当一个命题函项包含有多个个体变项时，我们用个体常项替换其中的个体变项而得到单称命题时必须注意：

第一，对于同一个体变元的每一处自由出现，都要用相同的个体常元去代换。

例如，命题函项“$(Ax \wedge Bx) \rightarrow Cxy$”的正确代换实例有：

$$(Aa \wedge Ba) \rightarrow Cab$$
$$(Ab \wedge Bb) \rightarrow Cba$$

而表达式$(Aa \wedge Bb) \rightarrow Ca,b$就不是上述命题函项的正确代换实例。

第二，对于不同的自由出现的个体变元，可以用同一个个体常元去代换。但是，一但我们用某个个体常元代换了某个个体变元，那么就必须用该常元代换这个变元的所有自由出现。

因此，上述命题函项的正确代换实例还有：

$$(Aa \wedge Ba) \rightarrow Ca,a$$
$$(Ab \wedge Bb) \rightarrow Cb,b$$

而$(Aa \wedge Bb) \rightarrow Ca,a$就是一个错误的代换实例。

对命题函项进行例示得到的是单称命题，进行量化概括就得到量化命题。在我们前面有关量化的讨论中，处理命题的方法比较简单。例如，“所有 A 是 B”这个量化命题可符号化为$(x)(Ax \rightarrow Bx)$，也可符号化为$(y)(Ay \rightarrow By)$。这两个表达式只是在运用个体变项的符号上有差别，但两个表达式逻辑等值，我们任意选用一个不会改变原命题的涵义。

然而，多重量化命题的处理方法就要复杂得多。例如，对命题函项：

$$Ax \to Byx$$

进行量化概括,我们可以得到量化公式:

(1)$(\forall x)(\exists y)(Ax \to Byx)$

(2)$(\exists y)(\forall x)(Ax \to Byx)$

这两个表达式运用的符号完全相同,仅只是全称量项和存在量项出现的顺序不一样。然而正是这种顺序的不同,决定了两个表达式所表达的是完全不同的命题。我们设个体域 $D = \{数\}$,Ax 表示"x 是自然数",Byx 表示"y 大于 y"。

则表达式(1) 表达的是命题:

(1*) 对于每一个自然数,都存在有大于它的数

命题(1*) 的涵义是"没有最大的自然数"。而公式(2) 表达命题:

(2*) 存在有这样数,它大于每一个自然数

显然,命题(2*) 和命题(1*) 的涵义完全不同。

如果先对命题函项"$Ax \to Byx$"中的 y 进行全称概括,再对 x 进行存在概括,我们得到量化式:

(3)$(\forall y)(\exists x)(Ax \to Byx)$

这个公式表达的是命题:

(3*) 存在有小于一切数的自然数

显然,命题(3*) 既不同于命题(1*),也不同于命题(2*),因此,表达式(1)、(2)、(3) 是逻辑涵义完全不同的三个表达式。

正是由于对命题函项中个体变元的量化概括不同,甚至量化的顺序不同都会导出不同涵义的量化命题公式.因此我们不能笼统地说“对一个命题函项进行全称(存在) 量化”,而应该有区别地说“就个体变项 x(或 y) 对命题函项进行全称(或存在) 量化。”

最后我们还须指出,命题表达式是不同于命题函项的,在命题中不能有任何自由出现的个体变项。因此当我们对命题进行符号化时,必须注意使每一个体变项的所有出现都在有关量词的辖辑内。例如,命题:

有选举人拥护所有候选人

其正确符号表达式为:

$$(\exists x)(Ex \land (\forall y)(Cy \rightarrow Sxy))$$

如果把表达式写成:

$$(\exists x)Ex \land (\forall y)(Cy \rightarrow Sxy)$$

就是错误的,因为在公式中有一次 x 的自由出现。

2.2 扩展的量化规则

我们在前面有关一元谓词的讨论中,曾用“Φx”和“Ψx”表示

任一命题函项，现在我们仍沿用这样的表示方法。只不过在这里，Φx 和 Ψx 所代表的不仅仅是只包含一个个体变元的命题函项，而且代表那些包含有多个自由出现个体变元的命题函项。例如，Φx 可代表下列任一表达式：

$$Ax \vee By$$

$$Cxy$$

$$(\forall x)((Ax \wedge Bx) \rightarrow Cxy)$$

当推理涉及包含 n 个变元的命题函项时，在运用推理规则时我们必然涉及这样的问题：我们常常是从一个命题函项推演一个命题，或者是从一个命题推演出一个命题函项。由于有效推理是指从真前提必然推出真结论，而命题函项无所谓真假。在这种情况下，怎样理解有效推理这个概念呢，怎样保证推理的有效性呢？

为此，我们必须给予有效性概念以更一般的涵义。我们说一个命题函项是有效地从一个命题推演出来的，就是指：当命题真时，这个命题函项的所有例示都不会假。而一个命题是有效地从一个命题函项推演出来的是指，当命题函项的例示真时，这个命题不可能假。

我们以前所讨论过的所有推理规则都适用于类似由命题到命题函项的推理。

1. **全称例示规则**（UI）

全称例示规则的模式如下：

$$\frac{(\forall x)\Phi x}{\therefore\ \Phi y}$$

（y 是任意个体符号，包括个体变项或常项）。

由于“Φx”代表任一命题函项，“$(\forall x)\Phi x$”则是就 x 对命题函项“Φx”的全称量化，因此，如下推理形式都是 UI 规则的有效运用：

$$\frac{(\forall x)(Fx \vee Ga)}{\therefore\ Fb \vee Ga} \qquad \frac{(\forall x)(Fx \vee Ga)}{\therefore\ Fy \vee Ga}$$

$$\frac{(\forall x)Fxa}{\therefore\ Fba} \qquad \frac{(\forall x)Fxa}{\therefore\ Fxa}$$

$$\frac{(\forall x)(\exists y)((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy))}{\therefore\ (\exists y)((Fa \wedge Gy) \rightarrow Hay))}$$

$$\frac{(\forall x)(\exists y)((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy))}{\therefore\ (\exists y)((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy))}$$

一般来说，如果“Φy”是从“$(\forall x)\Phi x$”有效地推出来的，那么，凡是“x”在“Φx”中是自由出现的地方，y 在 Φy 中都必须是自由出现的。显然，“y”在“Φy”中可以比“x”在“Φx”中有更多的自由出现。例如，如下都是有效的推理形式：

$$\frac{(\forall x)(Fx \vee Gy)}{\therefore\ Fx \vee Gy}$$

$$\frac{(\forall x)Fxy}{\therefore\ Fxy}$$

$$\frac{(\forall x)((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy)}{\therefore\ (Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy}$$

但是，如下推理形式是错误的：

$$\frac{(\forall x)(\exists y)(Fx \leftrightarrow \neg Fy)}{\therefore\ (\exists y)(Fy \leftrightarrow \neg Fy)}$$

该推理形式的错误在于,在 Φx(即"$(\exists y)(Fx \leftrightarrow \neg Fy)$")中,$x$ 是自由出现的,而 y 在 Φy(即"$(\exists y)(Fy \longleftrightarrow \neg Fy)$")中却变成了约束出现。显然这不是对 UI 规则的正确运用,因而从真前提推出了假结论。

下面我们将列举一个实例,说明怎样运用扩展的 UI 规则建立推理有效性的形式证明。

所有文学家的著作都是有价值的。鲁迅是文学家。所以,鲁迅的著作是有价值的

令"Lx"表示"x 是文学家","Vx"表示"x 是价值的","Bx"表示"x 是书","Wxy"表示"x 撰写 y"。"n"表示"鲁迅"。必须指出的是,"某著作"应表达为"$By \wedge Xxy$"。用给定的符号将推理形式化再建立有效性的形式证明:

(1) $(\forall x)\{Lx \rightarrow (\forall y)[(By \wedge Wxy) \rightarrow Vy]\}$
(2) Ln $\quad$ $/\therefore (\forall y)[(By \wedge Wny) \rightarrow Vy]$
(3) $Ln \rightarrow (\forall y)[(By \wedge Wny) \rightarrow Vy]$ $\quad$ (1) UI
(4) $(\forall y)[(By \wedge Wny) \rightarrow Vy]$ $\quad$ (2)(3) MP

2. **存在概括规则 EG**

存在概括规则的模式如下:

$$\frac{\Phi v}{\therefore (\exists x)\Phi x}$$

当"Φv"中包含有多个个体常元时,如下推理形式是 EG 规则

的正确运用：

$$\frac{Fa \lor Gb}{\therefore (\exists x)(Fx \lor Gb)}$$

$$\frac{Rab}{\therefore (\exists x)Rxb}$$

$$\frac{Fa \rightarrow Rab}{\therefore (\exists x)(Fx \rightarrow Rxb)}$$

如果“Φv”中包含有多个个体变元，如下推理形式仍然是 *EG* 规则的正确运用：

$$\frac{Fx \lor Gy}{\therefore (\exists x)(Fx \lor Gy)}$$

$$\frac{Rxy}{\therefore (\exists x)Rxy}$$

$$\frac{Fx \rightarrow Rxy}{\therefore (\exists x)(Fx \rightarrow Rxy)}$$

EG 规则要求，凡是“x”在“Φx”中自由出现的位置，必须是“v”在“Φv”中自由出现的位置。因此，如下推理形式是无效的：

$$\frac{Fx \leftrightarrow \neg Fy}{\therefore (\exists x)(Fx \leftrightarrow \neg Fx)}$$

该推理的错误在于，“x”在“Φx”（即“$Fx \leftrightarrow \neg Fx$”）中有两处自由出现，而“$v$”（这里是 y）在“Φv”（即“$Fx \leftrightarrow \neg Fy$”）却不是这两个地方都自由出现，由此导至推理无效。

3. **全称概括规则**（UG）

我们仍将全称概括规则表达为：

$$\frac{\Phi y}{\therefore (\forall x)\Phi x}$$

y是个体变项，它不得在（$\forall x$）Φx 中自由出现，y在 Φy 中自由出现的位置与 x 在 Φx 中自由出现的位置必须相同，并且 Φy 不在任何假设辖域内出现。

根据对“y”的限制，如下形式证明是无效的：

(1)$(\forall x)(Ax \leftrightarrow Ax)$　　/　$\therefore (\forall x)(\forall y)(Ax \leftrightarrow Ay)$
(2)$Ax \leftrightarrow Ax$　　(1)UI
(3)$(\forall y)(Ax \leftrightarrow Ay)$　　(2)UG（错误）
(4)$(\forall x)(\forall y)(Ax \leftrightarrow Ay)$　　(3)UG

该证明错误出在第(3)行，“y”（即公式中的“x”）在“$(\forall x)\Phi x$”（这里是“$(\forall y)(Ax \leftrightarrow Ay)$”）中是自由出现的，违反了 UG 规则对 y 的限制。

根据对“Φy”和“Φx”的限制，如下形式证明也是错误的：

(1)$(\forall x)(\exists y)(Ax \rightarrow \neg Ay)$　　/　$\therefore (\forall x)(Ax \rightarrow \neg Ax)$
(2)$(\exists y)(Ax \rightarrow \neg Ay)$　　(1)UI
(3)$Ax \rightarrow \neg Ay$　　(2)EI
(4)$(\forall x)(Ax \rightarrow \neg Ax)$　　(3)UG 错误

这个推理显然无效。错误出在第(4)行。UG 规则规定:y 在 Φy(这里是"$Ax \rightarrow \neg Ay$")中自由出现的位置与 x 在 Φx(这里是"$Ax \rightarrow \neg Ax$")中自由出现的位置必须相同,但在第(3)行中,"y"在"$Ax \rightarrow \neg Ay$"中只有一处出现,而在第(4)行中,"x"在"$Ax \rightarrow \neg Ax$"中有两处自由出现。由于违反了 UG 规则对"Φy"和"Φx"的限制,导致了证明无效。

至于 UG 规则关于所要概括的"Φy"不得在任何假设辖域内出现的规定,我们上一章已有详细讨论,这里不再赘述。

4. **存在例示规则(EI)**

在前一章量化推理的讨论中,EI 规则的模式如下:

$$\frac{(\exists x)\Phi x}{\therefore \phi v}$$

我们在讨论 EI 规则时一再强调,对这一规则的运用有严格限制。例如,要求"Φv"中的"v"不得在前面的推理中自由出现,要求不能对例示出的"v"进行存在概括等等。

当"Φx"中容许出现多个个体变元时,这些限制同样是必需的。为保证这些限制能够正确实施,我们需要对 EI 规则作新的技术处理。

首先我们要明确这一新方法的理论根据。我们先确立以下表达式是逻辑真理:

$(E)(\forall x)(\Phi x \rightarrow p) \leftrightarrow ((\exists x)\Phi x \rightarrow p)$ p 中没有 x 自由出现

我们不妨用描述的方法说明这个等值式是重言式。由于(E)式中的p中没有x自由出现，因此可以被看作是命题。作为命题，p可真可假。如果p是真命题，根据蕴涵式的逻辑性质可知，等值式两边的公式都真，不可能假。我们只需要说明，如果p是假的，那么等值式的左边推演出右边，并且右边推演出左边，即说明左右两边的公式不可能一个真而另一个假。由此我们就说明了两个公式逻辑等值。

先证左边推演出右边。假定左边的公式“$(\forall x)(\Phi x \to p)$”真，根据全称命题的逻辑性质推演出“$\Phi x \to p$”的所有例示都真。由于$p$是假的，根据蕴涵式的性质，由所有“$\Phi x \to p$”的例示都真，推演出所有“$\Phi x$”的例示假，根据存在命题的逻辑性质，即“$(\exists x)\Phi x$”是假的。由$p$假和“$(\exists x)\Phi x$”假，可以推出的公式“$(\exists x)\Phi x \to p$”是真的。

再证右边推演出左边。假定右边公式“$(\exists y)\Phi y \to p$”真，由于p是假的，所以“$(\exists x)\Phi x$”假，即“Φx”的所有例示都假。由p假和“Φx”的所有例示假，根据蕴涵式的逻辑性质，可以推演出所有与“Φx”的例示相关的“$\Phi x \to p$”都真。再根据全称命题的逻辑性质，可推演出“$(\forall x)(\Phi x \to p)$”是真的。

存在例示规则的新的表达方式基于这样的分析，我们有了前提$(\exists x)\Phi x$，为了得到所期望的结论p，我们就先假定“Φx”，由“Φx”推演出p，再利用条件证明规则消去“Φx”，得到公式“$\Phi x \to p$”，对其进行全称概括得到“$(\forall x)(\Phi x \to p)$”，再根据公式$(E)$进行等值替换，推出“$(\exists x)\Phi x \to p$”，最后对这一公式和已有前提中的“$(\exists x)\Phi x$”施用分离规则$MP$，就可肯定地得到$p$。

整个证明过程如下所示：

$(i)(\exists x)\Phi x$

$(j)\Phi v$ v 是个体符号且在前面每一行中都没有自由出现

·

·

·

$(k)p$ p 中不包含 v 的自由出现

$(k+1)\Phi v \rightarrow p$	$(i)-(j)C\cdot P$
$(k+2)(\forall x)(\Phi x \rightarrow p)$	$(k+1)UG$
$(k+3)(\exists x)\Phi x \rightarrow p$	(E)
$(k+4)p$	$(k+3)(i)MP$

对上式加以整理，扩展后的存在例示规则 EI 模式如下：

$(\exists x)\Phi x$

Φv

·

·

·

p

p

v 是个体符号，它在先于 Φv 的每一行中以及在 p 中都没有自由出现。根据对 v 的限制，如下形式证明是错误的：

$(1)(\forall x)(\exists y)(Ax \rightarrow Ryx)$	$/ \quad \therefore (\exists x)(Ax \rightarrow Rxx)$
$(2)(\exists y)(Ax \rightarrow Ryx)$	$(1)UI$
$(3)Ax \rightarrow Rxx$	(错误)
$(4)(\exists x)(Ax \rightarrow Rxx)$	$(3)EG$
$(5)(\exists x)(Ax \rightarrow Rxx)$	$(2)(3)\sim(4)EI$

这个推理有效性的形式证明是无效的。设 $D=\{数\}$，Ax：x 是自然数，Rxy：x 大于 y。推理的前提"$(\forall x)(\exists y)(Ax \to Rxy)$"可解释为"对于任一自然数，都存在大于它的数"，即"没有最大的自然数"，这是真的。而结论"$(\exists x)(Ax \to Rxx)$"可解释为"存在有自己大于自己的自然数"，这显然是假的。形式证明错在第(3)行，其中的"v"(这里是"x")在前一行(即第(2)行)中是自由出现的，违反了 EI 规则对例示个体符号 v 的限制。

如下形式证明也是错误的：

(1) $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	/ ∴ $(\forall x)Ax$
(2) $Ax \wedge Bx$	
(3) Ax	(2) $\wedge-$
(4) Ax	(1)(2)～(3) 错误
(5) $(\forall x)Ax$	(4) UG

这个证明的错误在第(4)行，第(3)行中 x 在 p(这里是"Ax")中是自由出现的，让这样的 p 离开辖域，违反了 EI 规则对 p 的限制。

下面举例说明 EI 规则的正确运用。

例 1 "有一个人任何人都讨厌他。所以，有人讨厌他自己。"

设"Px：x 是人"，"Txy：x 讨厌 y"。将推理符号化然后建立推理有效性的形式证明：

(1) $(\exists x)(Px \wedge (\forall y)(Py \to Tyx))$

/ $\therefore (\exists x)(Px \wedge Txx)$

(2) $Px \wedge (\forall y)(Py \to Tyx)$

(3) Px (2) $\wedge -$

(4) $(\forall y)(Py \to Tyx)$ (2) Com, $\wedge -$

(5) $Px \to Txx$ (4) UI

(6) Txx (3)(5) MP

(7) $Px \wedge Txx$ (3)(5) $\wedge +$

(8) $(\exists x)(Px \wedge Txx)$ (7) EG

(9) $(\exists x)(Px \wedge Txx)$ (1)(2)～(8) EI

例 2 "有人拥护所有的候选人。所以,所有候选人都有人拥护。"

设"Px:x 是人","Cx:x 是候选人","Sxy:x 拥护 y"。将推理符号化然后建立推理有效性的形式证明:

(1) $(\exists x)(Px \wedge (\forall y)(Cy \to Sxy))$

/ $\therefore (\forall y)(Cy \to (\exists x)(Px \wedge Sxy))$

(2) $Px \wedge (\forall y)(Cy \to Sxy)$

(3) Px (2) $\wedge -$

(4) $(\forall y)(Cy \to Sxy)$ (2) Com, $\wedge -$

(5) $Cy \to Sxy$ (4) UI

(6) Cy

(7) Sxy (5)(6) MP

(8) $Px \wedge Sxy$ (7)(3) $\wedge +$

(9) $(\exists x)(Px \wedge Sxy)$ (8) EI

(10) $Cy \to (\exists x)(Px \wedge Sxy)$ (6)～(9) $C \cdot P$

(11) $Cy \to (\exists x)(Px \wedge Sxy)$ (1)(2)～(10) EI

(12) $(\forall y)(Cy \to (\exists x)(Px \wedge Sxy))$ (11) UG

上述形式证明有两点需要说明。第一点，推理的结论是全称命题，它的命题函项是一个蕴涵式。在证明的第(5)行我们引入这个蕴涵式的前件“Cy”作为附加前提，在第(10)行运用 $C\cdot P$ 使“Cy”前提又成为蕴涵式的前件从而消去附加前提。这意味着同命题逻辑中的做法一样，我们可以根据证明的需要随时引入附加前提。

第二点，在假设辖域中出现了两个个体符号“x”和“y”。其中的“x”是运用存在例示规则 EI 例示的符号，而“y”是全称例示的符号。根据 EI 规则的规定，存在例示的个体符号“x”不能自由离开辖域，但对全称例示的“y”没有约束。正是由于“y”自由离开了辖域，在第(12)行对“y”进行的全称概括是有效的，没有违反 UG 规则对所概括个体符号的限制。

因此，我们在运用这些扩展后的量化规则时，必须正确理解和遵守各条规则的规定。

第三节　关系的性质

3.1　关系的几种常见性质

关系的性质有多种，我们这里只讨论在日常思维活动中最常见的几种，并且将讨论仅限于二元关系。

1. 对称关系、反对称关系和非对称关系

具有对称性的关系是这样一种关系：如果任一事物 x 对 y 有关系 R，则 y 对 x 有关系 R，则称 R 是对称关系。即：R 是对称关系，当且仅当：

$$(\forall x)(\forall y)(Rxy \rightarrow Ryx)$$

例如，“夫妻”、“同乡”、“相似”等等都是对称关系。

反对称关系是这样一种关系，如果 x 对 y 有关系 R，则 y 对 x 就不可能有关系 R，R 就是反对称关系。即：R 是反对称关系，当且仅当

$$(\forall x)(\forall y)(Rxy \rightarrow \neg Ryx)$$

例如，“是……父亲”，“重于”，“在……以东”等等都是反对称关系。

并非所有关系如果不是对称的，就一定是反对称的。就是说还存在一种既非对称也非反对称的。例如，“喜欢”就是这样的关系。甲喜欢乙，则乙不一定喜欢甲，也不一定不喜欢甲。这样的关系我们称之为非对称关系。即：R 是非对称的，当且仅当 $\neg((\forall x)(\forall y)(Rxy \rightarrow Ryx)) \wedge \neg((\forall x)(\forall y)(Rxy \rightarrow \neg Ryx))$

即：$(\exists x)(\exists y)(Rxy \wedge \neg Ryx) \vee (\exists x)(\exists y)(Rxy \wedge Ryx)$

2. 传递关系、反传递关系和非传递关系

传递关系是这样一种关系，如果 x 对 y 有关系 R，并且 y 对 z 有关系 R，则 x 对 z 有关系 R，这样的关系 R 就是传递关系。即：R 是传递关系，当且仅当

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz)$$

例如，“早于”，“比……年长”，“大于”等等都是传递关系。

反传递关系是这样一种关系，如果 x 对 y 有关系 R，并且 y 对 z 有关系 R，则 x 对 z 就一定没有关系 R，这样的关系 R 就是反传递

关系。即：R 是反传递关系，当且仅当

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow \neg Rxz)$$

例如，“是……的父亲”，“比……高二公分”等等都是反传递关系。

还存在一种既非传递，也非反传递的关系，即：R 是非传递关系，当且仅当

$$\neg((\forall x)(\forall y)(\forall z)((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz))$$
$$\wedge \neg((\forall x)(\forall y)(\forall z)((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow \neg Rxz))$$

即：$(\exists x)(\exists y)(\exists z)((Rxy \wedge Ryz \wedge \neg Rxz))$

$$\vee (\exists x)(\exists y)(\exists z)((Rxy \wedge Ryz \wedge Rxz))$$

例如，“战胜”、“喜欢”、”不同于”等等都是如此。我们称这样的关系是非传递关系。

3. 自返关系、反自返关系和非自返关系

自返关系是这样一种关系，如果所有事物都同自身有关系 R，则 R 是自返关系。即：R 是自返关系，当且仅当

$$(\forall x)Rxx$$

例如，“等同于”、“一样重”等等都是自返关系。

反自返关系是任何事物都不可能同自身具有的关系。即：R 是反自返关系，当且仅当

$$(\forall x)\neg Rxx$$

例干,“大干”,“长于”等等都是反自返关系。

既非自返,又非反自返的关系就是非自返关系。即:R是非自返关系,当且仅当

$$\neg(\forall x)Rxx \wedge \neg(\forall x)\neg Rxx$$

即:$(\exists x)\neg Rxx \vee (\exists x)Rxx$

例如,“尊敬”、“批评”等等都是非自返关系。

3.2 关系的性质与关系推理

每一个二元关系都可以从不同的角度去分析它具有什么样的性质。例如,“大于”关系是一种反对称的、传递的、反自返的关系;“是……父亲”是一种反对称、反传递、反自返的关系;而“等同于”’则是一种既对称、又传递,且自返的关系。

关系的不同性质之间也具有特殊的逻辑联系。例如,所有反对称的关系都是反自返关系,即由R是反对称的可以推出R是反自返。以下就是这种联系成立的证明。先根据反对称关系和反自返关系各自的定义将其符号化,再建立如下形式证明:

(1)$(\forall x)(\forall y)(Rxy \to \neg Ryx)$	/ $\therefore (\forall x)Rxx$
(2)$(\forall y)(Rxy \to \neg Ryx)$	(1)UI
(3)$Rxx \to \neg Rxx$	(2)UI
(4)$\neg Rxx \vee \neg Rxx$	(3)$IMPl$
(5)$\neg Rxx$	(4)$Taut$
(6)$(\forall x)\neg Rxx$	(5)UG

关系的各种性质之间究竟具有什么样的联系，这些问题并不是我们讨论关系性质所希望解决的。我们所以要讨论关系的性质，是因为在关系推理中这些性质发挥着十分重要的作用。对于有些关系推理，这些性质是作为隐涵的前提包含在推理之中的，因此，仅仅运用前面所讨论过的推理规则还不能建立其推理有效的形式证明。只有把这些隐涵的前提补充出来，才能建立正确的形式证明。例如：

王健比李强高。李强比张锋高。所以，王健比张锋高

设“Rxy”为“x 比 y 高”，则上述推理有效形式证明如下

(1) Rwn	
(2) Rnf	/ ∴ Rwf
(3) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)((Rxy \wedge Ryz) \to Rxz)$	（补充前提）
(4) $(\forall y)(\forall z)((Rwy \wedge Ryz) \to Rwz)$	(3) UI
(5) $(\forall z)((Rwn \wedge Rnz) \to Rwz)$	(4) UI
(6) $(Rwn \wedge Rnf) \to Rwf)$	(5) UI
(7) $Rwn \wedge Rnf$	(1)(2) ∧+
(8) Rwf	(6)(7) MP

证明中第(3)行引入的附加前提描述的是关系“比……高”所具有的传递性质。只有加入这个附加前提，才能证明由前提可以有效地推出结论。

有些情况下，需要补充的前提不仅是关系的性质，还有其他条件。例如：

“任何人都比猩猩聪明。有些经过特殊训练的猩猩能学会做算

术。所以，所有人都能学会做算术。”

设“Px”表示“x是人”，“Ox”表示“x是猩猩”，“Tx”表示“x经过特殊训练”，“Mx”表示“x能学会做算术”，“Cxy”表示“x比y聪明”。该推理有效的形式证明为：

(1) $(\forall x)(\forall y)((Px \wedge Oy) \to Cxy)$

(2) $(\exists x)(Ox \wedge Tx \wedge Mx)$ / ∴ $(\forall x)(Px \to Mx)$

(3) $(\forall x)(\forall y)((Cxy \wedge My) \to Mx)$ 附加前提

(4) $Ov \wedge Tv \wedge Mv$	
(5) $(\forall y)((Px \wedge Oy) \to Cxy)$	(1) UI
(6) $(Px \wedge Ov) \to Cxv$	(5) UI
(7) $(Ov \wedge Px) \to Cxv$	(6) Com
(8) $Ov \to (Px \to Cxv)$	(7) Exp
(9) Ov	(4) $\wedge-$
(10) $Px \to Cxv$	(8)(9) MP
(11) $(\forall y)((Cxy \wedge My) \to Mx)$	(3) UI
(12) $(Cxv \wedge Mv) \to Mx$	(11) UI
(13) $(Mv \wedge Cxv) \to Mx$	(12) Com
(14) $Mv \to (Cxv \to Mx)$	(13) Exp
(15) Mv	(4) Com, $\wedge-$
(16) $Cxv \to Mx$	(15)(14) MP
(17) $Px \to Mx$	(10)(16) HS
(18) $Px \to Mx$	(2)(4)－(17) EI
(19) $(\forall x)(Px \to Mx)$	(18) UG

证明中的第(3)行引入了一个附加前提，该前提表达的意思是，对于任何两个事物x,y来说，如果x比y聪明，并且y能学会做算术，那么x就一定能学会做算术。显然，这是该推理成立的一个

必要条件，它隐涵在推理前提中，如果不将它明确补充出来，形式证明就无法建立。

第四节　等词逻辑

4.1　等词推理

等词推理就是包含有等同关系的推理。

等同关系在日常思维活动中应用很广泛。例如，下列命题：

北京是中华人民共和国首都

珠穆朗玛峰是世界最高峰

在这些命题中，主项和谓项指称的是同一个对象，这样两个词项间的关系就是等同关系。

我们用符号“＝”表示等同关系，词项 a 与 b 之间的等同关系可表示为“$a = b$”。而两个词项具有等同关系，当且仅当它们指称的是同一个对象。显然，我们是根据词项的外延来讨论等同关系的。

那么怎样的两个词项才指称同一对象，因而具有同一关系呢？莱布尼茨著名的“不可分辩物同一”的原则是一个较好标准。这条原则的内容可表述如下：

$x = y$，当且仅当 x 具有属性都是 y 所具有的，并且 y 所具有的属性都是 x 所具有的。

根据这个原则，我们有以下关于等同关系的推理规则，称这些规则为“Id”规则：

$$\frac{\Phi x \quad x = y}{\therefore \Phi y} \qquad \frac{\Phi x \quad \neg \Phi y}{\therefore x \neq y} \qquad \frac{x = y}{\therefore y = x} \qquad \frac{p}{\therefore x = y}$$

除上述推理规则外，我们还看到，等同关系显然是对称的、传递的、和自返的。即有：

$(\forall x)(\forall y)(x = y \rightarrow y = x)$
$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z)$
$(\forall x)(x = x)$

根据等同关系的这些性质，运用上述推理规则，我们就可以为包含有等同关系的推理建立有效性形式证明。例如：

鲁迅是文学家。鲁迅就是周树人。周树人是绍兴人。所以，有绍兴人是文学家

我们用“Lx”表示“x 是文学家”，“Sx”表示“x 是绍兴人”，用“n”和“s”分别表示“鲁迅”和“周树人”。上述推理的形式证明如下：

(1) Ln	
(2) $n = s$	
(3) Ss	$/\therefore (\exists x)(Sx \wedge Lx)$
(4) Ls	(1)(2) Id
(5) $Ss \wedge Ls$	(3)(4) $\wedge +$
(6) $(\exists x)(Sx \wedge Lx)$	(5) EG

如下也是包含等同推理的一个例子：

> 罪犯当时是在数百公里外的作案现场。所有参加当晚舞会的人都不可能在作案现场。不可能有谁没参加当晚舞会却有人看见了他。事实上有人在舞会上看见了李某。所以，李某不是那个罪犯

设"c"和"n"表示"那个罪犯"和"李某"；"Px"、"Ax"、"Wx"分别表示"x是人"，"x在作案现场"，"x参加舞会"；"Lxy"表示"x看见了y"，则上述推理的形式证明如下：

(1) Ac	
(2) $(\forall x)(Wx \rightarrow \neg Ax)$	
(3) $(\forall x)(\forall y)((\neg Wx \wedge Py) \rightarrow \neg Lyx)$	
(4) $(\exists x)(Px \wedge Lxn)$	/ $\therefore n \neq c$
(5) $Px \wedge Lxn$	
(6) $(\forall y)((\neg Wn \wedge Py) \rightarrow \neg Lyn)$	(3) UI
(7) $(\neg Wn \wedge Px) \rightarrow \neg Lxn$	(6) UI
(8) $(Px \wedge \neg Wn) \rightarrow \neg Lxn$	(7) Com
(9) $Px \rightarrow (\neg Wn \rightarrow \neg Lxn)$	(8) Exp
(10) Px	(5) $\wedge -$
(11) $\neg Wn \rightarrow \neg Lxn$	(10)(8) MP
(12) $Wn \rightarrow \neg An$	(2) UI
(13) $An \rightarrow \neg Wn$	(7)(8) $Tran$
(14) $An \rightarrow \neg Lxn$	(11)(13) HS
(15) Lxn	(5) Com，$\wedge -$
(16) $\neg An$	(14)(15) MT
(17) $n \neq c$	(16)(1) Id
(18) $n \neq c$	(4)(5) ～ (17)

4.2 等同关系与命题符号化

等同关系在建立推理有效的形式证明中有重要作用，并且在命题符号化中同样也有重要作用。对于一些命题来说，只有运用等同关系才能正确描述命题的逻辑涵义。

例如，命题：

王健是我们班跑得最快的同学

咋一看这个命题很普通，它的涵义似乎是：

(*a*) 王健是我们的同学，并且他比班上任何同学都跑得快

设"Bx"表示"x是我班同学"，"Rxy"表示"x比y跑得快"。我们可以将(*a*)符号化为：

$$Bw \wedge (\forall x)(Bx \rightarrow Rwx)$$

然而(*a*)没有正确描述原命题的逻辑含义。我们很容易就能证明，由上述表达式必然能推出"Rww"。证明如下：

(1) $Bw \wedge (\forall x)(Bx \rightarrow Rwx)$	
(2) $(\forall x)(Bx \rightarrow Rwx)$	(1) Com, $\wedge-$
(3) $Bw \rightarrow Rww$	(2) UI
(4) Bw	(1) $\wedge-$
(5) Rww	

“Rww”的涵义是“王健比自己跑得快”。这显然是假的。因为关系“比……跑得快”是反自返的，Rww 必假，这就意味着公式“$Bw \land (\forall x)(Bx \rightarrow Rwx)$”表达的总是一个假命题。而原命题显然可以是真的。因此，公式（a）没有正确表达命题的逻辑涵义。

仔细分析原命题，其涵义应当是：

（b）王健是我们的同学，并且他比班上任何其他同学都跑得快

表达式（b）中的“其他任何同学”显然是指除王健自己外的任何同学。将（b）与（a）相对照，（a）中没有“其他”这个重要概念，从而没能正确描述原命题的逻辑涵义。根据（b），原命题的正确符号化应为：

$$Bw \land (\forall x)((Bx \land x \neq w) \rightarrow Rwx)$$

例如，命题：

王健只比李强跑得快

可符号化为：

$$Rwn \land (\forall x)(x \neq n \rightarrow \neg Rwx)$$

而命题：

只有王健比李强跑得快

则需符号化为：

$$Rwn \wedge (\forall x)(x \neq w \rightarrow \neg Rxn)$$

对包含“至多”、“至少”等这样一些字眼的命题，其符号化也需要运用等同关系。例如，命题：

这次会议至多有一个机动名额

这个命题中的“至多有一个”所表达的并不是“有一个”的涵义，而是“如果有的话也只有一个”，即不排除一个也没有的可能性。因此，该命题的正确符号表达式为：

$$(\forall x)(\forall y)((Jx \wedge Jy) \rightarrow x = y)$$

而命题：

推举的代表不得多于二人

则可符号化为：

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)((Dx \wedge Dy \wedge Dz) \rightarrow (x = y \vee y = z \vee x = z))$$

对于“至少有一个”这样的概念则不需要使用等同关系来描述。例如，“至少有一名男同学”可符号化为：

$$(\exists x)Mx$$

但对于命题：

至少有两名男同学

对其的符号化则需运用等同关系：

$$(\exists x)(\exists y)(Mx \land My \land x \neq y)$$

把“至多”和“至少”的表达方式结合起来，就可表达含有限定数值的命题。例如：

我们班只有一名男同学

可符号化为：

$$(\exists x)\{Bx \land Mx \land (y)[(By \land My) \rightarrow y = x]\}$$

而命题：

我们班有两名男同学

则需符号化为：

$$(\exists x)(\exists y)\{Bx \land By \land Mx \land My \land (z)[(Bz \land Mz) \rightarrow (z = x \lor z = y)]\}$$

思考题

一、什么是关系命题?关系命题与性质命题在形式上有什么区别?

二、分析对量化推理规则 *EI* 的解释。

三、什么是自返关系、反自返关系和非自反关系?

四、什么是对称关系、反对称关系和非对称关系?

五、什么是传递关系、反传递关系和非传递关系?

六、分析“等同关系”逻辑特征。

练习题

一、用给定的符号将下列语句符号化:

1. 只有尊重别人的人才会尊敬自己。(Px:x 是人;Jxy:x 尊重 y)

2. 每一个人都能做某些事,但没有人能做每一件事。(Px:x 是人;Tx:x 是事;Dxy:x 做 y)

3. 有人在书店里买到了口香糖。(Px:x 是人;Bx:x 是书店;Kx:x 是口香糖;$Sxyz$:x 在 y 买到 z)

4. 有些商店只出售儿童玩具。(Sx:x 是商店;Cxy:x 出售 y;Jx:x 是儿童玩具)

5. 如果一个孩子只说谎话,那么他说的话谁也不相信。(Bx:x 是一个孩子;Lx:x 是谎话;Txy:x 说了 y;Bxy:x 相信 y。)

6. 每个学生都解了一些难题,但是没有哪个学生解了全部难题。(Sx:x 是 Tx:x 是难题;Oxy:x 解了 y。)

7. 死的老虎总比活的猫更可怕。(Tx:x 是老虎;Cx:x 是猫;Dxy:x 比 y 更可怕。)

8. 一个为自己做的一切辩护的人是在为一个傻子辩护。(Px：x 是人；Fx：x 是个傻子；Dxy：x 做了 y；Bxy：x 为 y 辩护。)

二、设 Mx：x 是选民；Hx：x 是候选人；Yx,y；x 拥护 y。运用这些给定的符号将下列语句符号化。

1. 有选民拥护所有候选人.
2. 所有选民都拥护有些候选人。
3. 所有选民都有其所拥护的候选人。
4. 所有候选人都有选民拥护.
5. 有些候选人无人拥护。
6. 有些候选人有选民拥护。
7. 有选民不拥护任一候选人.

三、将下列命题符号化。

1.任何不放过每一机会的人必然要失去某些机会。
2.不存在两个完全相同的人。
3.王丹喜欢跳舞,并且只喜欢跳舞。
4.我的书桌上有两本书。

四、建立下列推理有效性的形式证明：

1. $(\exists x)Ax \rightarrow (\forall y)(Bx \rightarrow Cx)$

   $\therefore (\exists x)(Ax \wedge Bx) \rightarrow (\exists y)(Ax \wedge Cx)$

2. $(\forall x)(\exists y)(Ax \vee By)$

   $\therefore (\forall x)Ax \vee (\exists y)By$

3. $(\exists x)Fx \rightarrow (\forall y)(Gy \rightarrow Hy)$

   $(\exists x)Jx \rightarrow (\exists x)Gx$

   $\therefore (\exists x)(Fx \wedge Jx) \rightarrow (\exists y)Hy$

4. $(\exists x)[Fx \wedge (\forall y)(Gx \rightarrow Hxy)]$

   $\therefore (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow (\exists y)(Gy \wedge Hyy)$

5. $(\forall x)[Ax \rightarrow (\exists y)Lxy \rightarrow (\exists z)Lzx)]$

   $(\forall x)(\exists y)Lyx \rightarrow Lxx)$

$\neg(\exists x)Lxx$

$\therefore (\forall x)(Ax \to (\forall y)\neg Lxy)$

6. $(\forall x)[Fx \to (\forall y)(By \to Cxy)]$

$(\forall x)[Dx \to (\forall y)(Cxy \to Ey)]$

$\therefore (\exists x)(Fx \wedge Dx) \to (\forall y)(By \to Ey)$

7. $(\forall x)(Dax \to Cxb)$

$(\exists x)Cxb \to (\exists y)Cby$

$\therefore (\exists x)Dax \to (\exists y)Cby$

8. $(\forall x)[(Ax \wedge By) \to (\exists y)(Rxy \wedge Cy)]$

$(\exists x)(Fx \wedge Ax \wedge (\forall y)(Rxy \to Fy)$

$(\forall x)(Fx \to Bx)$

$\therefore (\exists x)(Fx \wedge Cx)$

9. $(\forall x)(Ax \to Bx)$

$(\forall x)((Cx \wedge Bx) \to Dx)$

$(\forall x)(\exists y)(Cx \wedge Ryx)$

$(\forall x)(\forall y)((Ryx \wedge Dy) \to Dx)$

$\therefore (\forall x)[(\forall y)(Ryx \to Ay) \to Dx]$

10. $(\forall x)[Ax \to ((\exists y)By \to Cx)]$

$(\forall x)[Cx \to ((\exists y)Dy \to Ex)]$

$\therefore (\exists x)(Bx \wedge Px) \to [(\forall y)(Py \to Dy) \to (\forall z)(Az \to Ez)]$

五、建立下列推理有效性的形式证明：

1. 所有马是动物。所以，所有马头都是动物的头。（Mx：x 是马；Dx：x 是动物；Txy：：x 是 y 的头）

2. 所有逻辑经验论者都不喜欢黑格尔哲学。任何逻辑经验论者都至少喜欢一种实证主义观点。而确有人是逻辑经验论者。所以，有些实证主义观点不属于黑格尔的哲学。（Lx：x 是逻辑经验论者；Hx：x 属于黑格尔哲学；Cxy：x 喜欢 y；Sx：x 属实证主义观点）

3. 老李是大李的父亲，大李是小李的父亲。所以，如果小李只喜欢他的父亲，那么他就不会喜欢老李。(a：老李；b：大李；l 小李；Fxy：x 是 y 的父亲，Lxy：x 喜欢 y)

4. 班上跑得最快的是一个男同学。所以，班上的所有女同学都可能被另一个人超过。(Mx：x 是男的；Bx：x 是班上的同学；Fxy：x 比 y 跑得快)

第八章　规范逻辑初步

本章以模态逻辑为基础，结合规范命题，特别是法律规范命题的逻辑特征，讨论规范逻辑的基本理论。

通过本章学习应明确规范命题与一般命题的不同点和共同点，为什么可以把规范词看作特殊的模态算子，以及规范模态算子的逻辑性质。在此基础上理解掌握如何为有效的规范推理建立形式证明。

第一节　模态命题

1.1　模态词与模态命题

“模态”一词译自英文的“*modal*”，它有“形式的、情态的、语气的或模式的”等涵义。从字面上看，模态词是一些表示情态、语气等的特殊语词。例如：

(1) 太阳系有9颗行星是必然的

(2) 火星上有生命是可能的

(3) 9大于7是必然的

(4) 一个有黑眼睛的人没有眼睛是可能的

在上述语句中出现的特殊语词“必然”和“可能”就是模态词。

“必然”和“可能”这两个模态词也是重要的哲学概念，它们的哲学涵义直接关系到对“必然性”和“可能性”这两个哲学范畴的解释。在哲学中，“必然”被解释为一定如此的趋势，那么究竟应该怎样理解“一定如此”呢？进一步的说明则需要对“必然”和“可能”两个概念的哲学涵义作深入的逻辑分析。

从逻辑的角度分析，语句(1)～(4)如果没有模态词，它们都表达一个完整的命题，这些命题都有确定的逻辑值，它们或者是真的，或者是假的，然而模态词的出现则使这些命题的逻辑值发生了变化。如果去掉模态词，语句(1)～(4)分别表达如下命题：

(1*)太阳系有9颗行星

(2*)火星上有生命

(3*)9大于7

(4*)一个有黑眼睛的人没有眼睛

其中的(1*)和(3*)是真的，因为它们所表达的都符合事实，而(2*)和(4*)则不是真的。但是在语句中增添模态词后，语句的真假出现了变化。我们看到，虽然(1*)是真的，但(1)却是假的。17世纪的著名学者开普勒曾用6颗行星和5个等边体来构造太阳系的模型，因此虽然事实上太阳系有九颗行星因此(1*)是真的，但在开普勒理论中(1*)就不是真的，这意味着并不是在任何情况下“太阳系有九颗行星”都真，所以，“太阳系有九颗行星”是个假命题，即(1)是假的。

而命题(2*)“火星上有生命”不是真的，但增添模态词“可能”后得到的命题(2)“火星上有生命是可能的”却是真的。

上述分析说明了两点。首先，模态命题是一般命题加上模态词

而形成的。有两个逻辑模态词，即“必然”和“可能”，我们分别用“L”和“M”表示。因此，模态命题语言是在一般命题语言基础上增添模态符号 L 和 M 得到的。因此，模态命题语言有如下基本符号：

1. 命题变元：　$p, q, r, \cdots$
2. 命题联结词：　$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$，$\neg$
3. 模态词：　L, M
4. 辅助符号：　(，)

其中第 3 类符号模态词与第 2 类符号即联结词一样，都是逻辑常元。

有了新的符号，则需要有新的形成规则。模态命题公式的形成规则如下：

1. 所有 1 类符号是模态命题公式
2. 如果 Φ 和 Ψ 是模态命题公式，那么 $\neg\Phi, \Phi\wedge\Psi, \Phi\vee\psi, \Phi\rightarrow\psi$ 以及 $\Phi\leftrightarrow\psi$ 也是
3. 如果 Φ 是模态命题公式，则 $L\Phi$ 与 $M\Phi$ 也是模态命题公式
4. 只有符合以上 3 条的才是模态命题公式

由形成规则可见，不包含模态词的公式我们也称作模态公式，它们是特殊的模态公式，即包含有 0 个模态词的模态命题公式。

上述讨论还说明，与命题联结词相类似，逻辑模态的出现将使命题的逻辑值发生变化。例如，命题(1^*)“太阳系有 9 颗行星”是真的，增添模态词后得到的命题(1)“太阳系有 9 颗行星是必然的”却是假的。从这个意义上讲，模态词与命题联结词有相同的功能，即它们都是逻辑算子，作用于命题将改变命题的逻辑值。

但是,模态算子与命题联结词有完全不同的逻辑性质。命题联结词是真值函项算子,它的逻辑值是由支命题的逻辑值惟一确定的。例如,由合取联结词作用于支命题得到合取式“$p \wedge q$”,当 p 真且 q 真时,该合取式是真的,否则它就是假的,即“$p \wedge q$”的值是由 p 和 q 的值确定。

逻辑模态词则不同,它作用于支命题得到模态命题,而模态命题的值不由支命题的值确定。例如,上述命题(1^*)“太阳系有 9 颗行星”是真的,增添模态词“必然”后得到的命题(1)“太阳系有 9 颗行星是必然的”是假的,而命题(3^*)“9 大于 7”都是真的,增添模态词后得到的(3)“9 大于 7 是必然的”却仍然是真的。

命题(2^*)“火星上有生命”和(4^*)“一个有黑眼睛的人没有眼睛”都是假的,增添模态词“可能”后得到的命题(2)“火星上有生命是可能的”真,而命题(4)“一个有黑眼睛的人没有眼睛是可能的”仍然是假的。

因此,模态命题公式“Lp”和“Mp”的逻辑值不是由支命题“p”的逻辑值确定的。

1.2 模态命题的逻辑性质

为讨论模态命题公式的逻辑性质,即分析模态命题公式在什么情况下真,在什么情况下假,我们需要引入“可能世界”概念。

我们可运用维特根斯坦的图式论来解释“可能世界”。维特根斯坦指出,命题是现实的图式①。图式在逻辑空间中描述事态,描述存在的原子事态或不存在的事态②。在维特根斯坦那里,事态是与事实相联系但也相互区别的概念。事态只同可能情况相关,事实则是指实际发生的情况。举例来说,命题“李白生活在唐代”与“李

① 维特根斯坦.逻辑哲学论.4.01

② 维特根斯坦.逻辑哲学论.命题 2.11

白并非生活在唐代”描述两个不同事态，前一个符合实际，是真的，因此它描述事实；另一个的内容不是事实，但它并非逻辑不一致，即不是自相矛盾，因此它描述的是一个不存在（非现实）的可能事态。

维特根斯坦指出：世界是事态决定的。世界是事态的总和①。事态可以存在或者不存在，存在的原子事态就是事实②。就是说，可能世界是由事态构成的。如果构成世界的事态都是事实，即都是事实上存在的事态，那么其总和就是一个真实的世界。显然，有若干个可能世界，真实世界只是各种可能世界中的一部分。

对于非模态命题而言，判定其真假我们只需要考虑真实世界的情况。如果命题描述的事态在真实世界中存在，这个命题就是真的；如果它描述的事态在真实世界中不存在，这个命题就是假的。而模态命题就不同，判定其真假必须考虑我们所能想象的其他可能世界的情况。

首先，由于有各种各样的可能世界，我们总是在一个特定世界中讨论形式为“Lp”或“Mp”的模态命题的真假。因此，我们不能泛泛地说“Lp”或“Mp”真或假，而是具体地说“Lp”或“Mp”在世界 w 中真或假。

其次，我们在世界 w 中讨论“Lp”或“Mp”的真假，必须要考虑其他可能世界的情况。但这里所谓的其他可能世界不是任意的，而是与世界 w 有可及关系的可能世界。“可及关系”是一个非常重要的概念，我们可以用“想象”来理解可及关系。命题“Lp”在 w 真，当且仅当我们在 w 所能想象的所有可能世界中 p 都真。如果我们在 w 能够想象一个世界 w^*，p 在 w^* 中为假，“Lp”在 w 就是假的。

---

① 维特根斯坦.逻辑哲学论.命题 1.1，命题 1.11

② 维特根斯坦.逻辑哲学论.命题 1.21

“可及关系”我们用字母“R”表示，用字母“W”表达所有可能世界的集合，w 是 W 的任一元素，即 w 表示任一可能世界。用“$V(p,w)=T$”表示“p 在 w 真”，现在我们可以对模态命题公式的逻辑性质做出如下严格的描述：

命题“Lp”在 w 真，即 $V(Lp,w)=T$，当且仅当，对于所有的 $w^*\in W$，如果 wRw^* 那么 $V(p,w^*)=T$

命题“Lp”在 w 假，即 $V(Lp,w)=F$，当且仅当，存在着 $w^*\in W$，使得 wRw^* 并且 $V(p,w^*)=F$

命题“Mp”在 w 真，即 $V(Mp,w)=T$，当且仅当，存在着 $w^*\in W$，使得 wRw^* 并且 $V(p,w^*)=T$

命题“Mp”在 w 假，即 $V(Mp,w)=F$，当且仅当，对于所有的 $w^*\in W$，如果 wRw^* 那么 $V(p,w^*)=F$

由以上描述我们看到，分析模态命题公式的逻辑性质相对于分析非模态命题公式要复杂得多。我们必须既要考虑可能世界的组合情况，又要考虑可及关系 R 的种种性质。

例如，分析命题公式“$Lp\rightarrow p$”的真假，我们考虑如下两种情况：

(1) 设 W 是所有可能世界的集合，而 R 是一个具有自反性质的关系，即对任一 w，都有 wRw。

在这一解释模型中，命题“$Lp\rightarrow p$”总是真的。证明如下：

假定“$Lp\rightarrow p$”在 w 是假的，根据联结词“$\rightarrow$”的逻辑性质，则有：

①$V(Lp,w)=T$，且

②$V(p,w)=F$

由①根据模态算子“L”的逻辑性质，可推知

③ 对于所有 $w^* \in W$，如果 wRw^*，那么 $V(p, w^*) = T$

由于这里的 R 是自反关系，即对所有的 $w \in W$，都有 wRw。由此根据 ③ 可推出

④ $V(p, w) = T$

② 与 ④ 相矛盾。所以，命题“$Lp \to p$”在该模型中不可能是假的，即它是一个有效式。

这一模型的特征是它的可及关系 R 具有自反性，因此，只要 R 具有自反性，以其为基础建立的模型都使命题“$Lp \to p$”是一个有效式。

(2) 现在对解释模型作些改变。令 $W = \{w, w_1\}$，$R = \{\langle w, w_1\rangle, \langle w_1, w\rangle\}$，即 w 只与 w_1 有关系 R 且 w_1 与 w 有关系 R。显然 R 不再具有自反性，而是具有对称性。

在这一解释模型中，命题“$Lp \to p$”可以是假的。

假设 ① $V(p, w) = F$，且 ② $V(p, w_1) = T$。

由于 w 只与 w_1 有关系 R，由 ② $V(p, w_1) = T$ 可推知：对于所有 $w^* \in W$，都有 $V(p, w^*) = T$。由此根据必然算子“L”的逻辑性质，可推出

③ $V(Lp, w) = T$

由 ① 和 ③，根据“$\to$”的逻辑性质可知，

④ $V(Lp \to p, w) = F$

这意味着我们该模型中找到了一个使“$Lp \to p$”假的解释。该模型的特征是 R 具有对称性，因此命题“$Lp \to p$”在这样的模型中不是有效式。

上述例子说明，分析模态命题公式的真假需要考虑两个因素：可能世界的集合 W 以及可能世界之间的可及关系 R。我们称 W 和 R 一起构成特定的框架，这些框架是分析模态命题公式逻辑特征的基础，我们总是相对特定框架建立模态命题公式的解释模型。

有些模态公式只在特定的框架中有效，如上例所证明的，命题“$Lp \to p$”在自反框架中有效，而在对称框架中非有效。

也有对所有框架而言都是有效公式。如下被称作“K 公式”就是其中的一个

$$(K) \qquad L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$$

证明：“$L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$”相对所有框架都有效。

证：假定“$L(p \to q) \to (Lp \to Lq)$”不是相对所有框架都有效，即有一个框架的某个可能世界 w，使得

①$V(L(p \to q) \to (Lp \to Lq), w) = F$

由①根据“$\to$”的逻辑特征，可推知

②$V(L(p \to q), w) = T$，且
③$V(Lp \to Lq, w) = F$

由①根据“$\to$”的逻辑特征，可推知

④$V(Lp, w) = T$，但

⑤$V(Lq, w) = F$

由②和④根据模态算子"L"的逻辑性质推出，对于所有 $w^* \in W$，如果 wRw^*，那么

⑥$V(p \rightarrow q, w^*) = T$，且 $V(p, w^*) = T$

由⑥根据分离 Mp 规则，可推出

⑦$V(q, w^*) = T$

由⑤根据模态算子"L"的逻辑性质推出，存在 $w^* \in W$，使得 wRw^* 且

⑧$V(q, w^*) = F$

⑧和⑦是矛盾的。因此，假定不成立，即不存在什么框架能使得"$L(p \rightarrow q) \rightarrow (Lp \rightarrow Lq)$"无效。所以该公式在所有框架上有效。

根据模态算子的逻辑性质，可以推知必然模态算子"L"和可能模态算子"M"之间具有如下关系：

$$Lp \Leftrightarrow \neg M \neg p$$
$$Mp \Leftrightarrow \neg L \neg p$$

至于模态命题构造的推理其有效性依赖于模态命题的逻辑特征。由于本教材重在讨论逻辑学的基本知识，对模态推理不做深入分析。

第二节　规范命题

2.1　规范命题概述

规范命题是一种特殊的模态命题，即模态词是规范模态词的命题。规范命题描述的是行为规范，即要求人们在特定条件下必须如此，或者可以如此，或者不准如此行为的规定或命令。因此，规范命题往往以祈使句的形式出现。如下都是规范命题：

(1) 所有教师上课必须讲普通话

(2) 公民、法人可以通过代理人实施民事法律行为(《民法通则》第 63 条)

(3) 公民、法人享有名誉权，公民的人格尊严受法律保护，禁止用侮辱、诽谤等方式损害公民、法人的名誉(《民法通则》第 101 条)

从上面的例子我们看到，作为一个祈使句，规范命题描述的是规定或命令而不是事件，因此它无所谓真假。如“所有教师上课必须讲普通话”不同于“所有教师上课讲的是普通话”，后者依教师上课的实际情况而或者为真或者为假，前者则是对教师行为的规定，与事实无关。正由于描述规范的语句无所谓真假，严格地讲它不表达命题。

是虽然描述规范的语句无所谓真假，但它所描述的规范有一个合法不合法的问题。如果一个学校的教师条例规定了“所有教师上课必须讲普通话”，那么对于每一个在这个学校从教的人来说，这个语句的描述是合法的；恐怕没有哪个学校会规定“所有教师上

课必须先唱歌”，因此这个语句的描述是不合法的。尽管一个描述规范的语句没有真假，但它所描述的规范一定或者是合法的或者是不合法的；并且如果一个规范是合法的它就不可能不合法，如果是不合法的就不可能合法。因此，任一描述规范的语句都必根据其描述的内容而在“合法”与“不合法”中取一个为值。由此，我们可以把“合法”对应于真，“不合法”对应于假，认为描述规范的语句也是或真或假的，因而它们都表达命题，即表达规范命题。

描述规范的命题不同于一般命题。一般命题描述的事件如果符合事实它就是真的不符合事实就是假的，“真”和“假”的涵义非常确定。而规范命题情况就要复杂得多。规范命题描述的是要求人们如此行为的规定或命令，这些规定命令所适用的行为人我们称作规范的承受者。规范命题的“合法”或“不合法”是指它所描述的规范对承受者的效力而言，凡合法规范将对承受者形成约束，使他按规范的要求行事。然而究竟根据什么来判定一个规范命题是否合法却是很复杂的问题。

一个规范命题可能因为人们的价值观而被认为合法或不合法。例如，很多人认为讲信用是人必须具备的基本道德，因此就他们的价值观而论，“人必须讲信用”是合法的，他们愿意自觉地用这一规范约束自己的行为。但是还有一些人并不这样认为，对他们来说，这一规范没约束力。由此，我们称这样的规范是基于价值理由而合法的规范，其特征在于承受者是自觉地接受规范的约束。价值理由是伦理学的范畴，解释伦理规范的合法性显然是伦理学问题。

一个规范命题也可能因为法律的或其他强制性原因而被认为是合法的。这类规范合法是因为它是由特定的权力机构或权力人所制定颁布的。它的强制性表现在，如果规范承受者不遵守命题所描述的规范，就将受到某种惩罚和制裁。我们称有关承受者必须遵守的规范为命令规范，称有关制裁和惩罚的规范为制裁规范。一般

来说,在一个法律体系中,法律命令规范总有一条相关的制裁性规范,如果命令规范的承受者没有履行规范所规定的责任,就将根据后一条规范给予其相应的制裁或惩罚。法律体系中还有所谓“无效性制裁”。这种规范比较特殊,它规定的是,如果承受者不遵守规范所规定的特定行为规则,他的行为结果将得不到法律的保护。

显然,一个伦理规范命题的合法性与规范承受者的价值观相关,命令性或制裁性规范命题的合法性则与特定的法律体系或规章制度体系相关。但规范命题的合法性问题却是与事实无关的,就是说由规范承受者的实际行为推不出一个规范是否合法,并且由一个规范命题是合法的也推不出规范承受者事实上就是如此行为的。例如,绝不能因为事实上有些执法者有贪赃枉法行为就认为“执法者可以贪赃枉法”是一个合法规范,也不能够由“禁止用任何方法对公民进行侮辱、诽谤和诬告陷害”是个合法规范就推出每个公民都不会受到侮辱、诽谤和诬告陷害。

我们在对规范命题进行逻辑分析时必须考虑它们的这些特殊性质。

2.2 规范命题的逻辑形式

一般认为规范模态词有三种:“必须”、“允许”和“禁止”。根据规范词的不同,规范命题也分为三类。

1. 必须命题

这类命题表达是要求承受者一定要如此行为的规范。规范算子“必须”通常可以用这样一些语词来表达:“必须”、“应当”、“有义务”、“有责任”等等。如下语句都表达必须规范命题:

公安机关逮捕人的时候必须出示逮捕证(《刑事诉讼法》第71条)

父母有抚养教育未成年子女的义务，成年子女有赡养扶助父母的义务(《宪法》第 49 条)

企业法人应当在核准登记的经营范围内从事经营(《民法》第 42 条)

当事人对自己提出的主张，有责任提供证据(《民事诉讼法》第 64 条)

我们用“O”表示规范模态算子“必须”，必须命题的逻辑形式是“Op”，读作“必须 p”。

2. **允许命题**

这类命题表达是规范承受者可以，或者说被允许如此行为的规范。规范算子“允许”通常可以用这样一些语词来表达：“允许”、“可以”、“有权”等等。如下语句都表达允许规范命题：

公民、法人可以通过代理人实施民事法律行为(《民法》第 63 条)

中华人民共和国劳动者有休息的权利(《宪法》第 43 条)

原告可以放弃或者变更诉讼请求。被告可以承认或者反驳诉讼请求，有权提起反诉(《民事诉讼法》第 52 条)

我们用符号“P”表示规范算子“允许”，允许命题的逻辑形式是“Pp”，读作“允许 p”。

3. **禁止命题**

这类命题表达是禁止，或者说不允许规范承受者如此行为的规范。规范算子“禁止”通常可以用这样一些语词来表达：“禁止”、“不得”、“不准”、“不可”等等。如下语句都表达禁止规范命题：

公民享有肖像权，未经本人同意，不得以营利为目的使用公民的肖像（《民法通则》第 100 条）

中华人民共和国公民的住宅不受侵犯。禁止非法搜查或者非法侵入公民的住宅（《宪法》第 39 条）

车间内不准抽烟

我们用符号“F”表示规范算子“禁止”，禁止命题的逻辑形式是“Fp”，读作“禁止 p”。

2.3 规范命题的逻辑特征

从前面的分析我们看到，规范命题作为一种特殊的模态命题，它具有如下一些逻辑特征：

1.**“必须 p”相当于要求承受者在符合规范要求的任何情况下都一定要履行 p，没有例外**

我们可以把一种符合规范要求的情况看做一个可能世界，用 w 表示，所有符合规范要求情况的集合即所有可能世界的集合 W。仍然用“$V(Op, w) = T$”表示“Op 在世界 w 真”，即表示“‘必须 p’在情况 w 下是合法规范”，那么：

$V(Op, w) = T$，当且仅当，对于任一 $w^* \in W$，如果 wRw^*，那么 $V(p, w^*) = T$

$V(Op, w) = F$，当且仅当，存在 $w^* \in W$，使得 wRw^* 且 $V(p, w^*) = F$

我们将上述关于必须算子“O”逻辑特征的描述称作“$V(O)$”。由“$V(O)$”可见，在规范逻辑系统中，算子“必须”的性质相当于逻

辑模态算子“必然”。

2.“允许 p”是指允许承受者在符合规范要求的任何情况下都可以履行 p

既然是可以履行,不履行也就没有关系,因此承受者不一定在任何情况都履行 p。所以:

$V(Pp,w)=T$,当且仅当存在着 $w^* \in W$,使得 wRw^* 且 $V(p,w^*)=T$

$V(Pp,w)=F$,当且仅当对于任一 $w^* \in W$,如果 wRw^*,那么 $V(p,w^*)=F$

我们将上述关于允许算子“P”的逻辑特征的描述称作“$V(P)$”。由“$V(P)$”可见,在规范逻辑系统中,算子“必须”的性质相当于逻辑模态算子“可能”。

3.“禁止 p”相当于承受者在符合规范要求的任何情况下都不得行为 p,即一定要履行 $\neg p$

$V(F)$ 的涵义如下:

$V(Fp,w)=T$,当且仅当对于任一 $w^* \in W$,如果 wRw^*,那么 $V(\neg p,w^*)=T$

显然,“对于任一 $w^* \in W$,如果 wRw^*,那么 $V(\neg p^*,w)=T$”意味着“必须 $\neg p$”。因此,“禁止 p”可以用“必须 $\neg p$”来定义,即:$Fp \Leftrightarrow O\neg p$

根据上述对规范命题逻辑特征的分析,我们可以推演出,在规范命题逻辑系统中,如下等值式是普遍有效的。这些等值式描述了

三类规范命题之间的逻辑关系。

(D1)“不必须 p”等值于“允许非 p”,即“$\neg Op \Leftrightarrow P\neg p$”
(D2)“不禁止 p”等值于“允许 p”,即“$\neg Fp \Leftrightarrow Pp$”
(D3)“不允许 p”等值于“禁止 p”,即“$\neg Pp \Leftrightarrow Fp$”
(D4)“允许 p”等值于“不必须非 p”,即“$Pp \Leftrightarrow \neg O\neg p$”

这里,我们只证明(D1),其他几个等值式读者可作为练习自己证明。

证明“$\neg Op \Leftrightarrow P\neg p$”,就是要证明如果“不必须 p”合法,那么“允许非 p”也合法,并且如果“允许非 p”合法,那么“不必须 p”也合法。即证明“如果 $V(\neg Op, w) = T$,那么 $V(P\neg p, w) = T$”,并且“如果 $V(P\neg p, w) = T$,那么 $V(\neg Op, w) = T$”

首先证明“如果 $V(\neg Op, w) = T$,那么 $V(P\neg p, w) = T$”

证:① 假设 $V(\neg Op, w) = T$

由 ① 根据 $V(\neg)$ 可推知

② $V(Op, w) = F$

由 ② 根据 $V(O)$ 推得

③ 存在 $w^* \in W$,使得 wRw^* 且 $V(p, w^*) = F$

由 ③ 根据 $V(\neg)$ 推得

④ 存在 $w^* \in W$,使得 wRw^* 且 $V(\neg p, w^*) = T$

由 ④ 根据 $V(P)$ 推得

⑤ $V(P\neg p, w) = T$

再证明“如果 $V(P\neg p, w) = T$,那么 $V(\neg Op, w) = T$”

⑥ 假设 $V(P\neg p, w) = T$

根据 ⑥ 由 $V(P)$ 推得

⑦ 存在着 $w^* \in W$,使得 wRw^* 且 $V(\neg p, w^*) = T$

根据 ⑦ 由 $V(\neg)$ 推得

⑨ 存在着 $w^*\in W$,使得 wRw^* 且 $V(p,w^*)=F$

由 ⑨ 根据 $V(O)$ 推得

④ $V(Op,w)=F$

由 ④ 根据 $V(\neg)$ 推得

⑩ $V(\neg Op,w)=T$

与分析逻辑模态词的性质相类似,分析规范命题的逻辑特征时,我们运用了“可能世界 w”和可能世界之间的“可及关系”R 这样两个基本概念。关于“可能世界”的涵义前面已经做了解释,它代表符合规范要求的各种情况,而解释规范算子所需要的“可及关系”R 具有怎样的性质,我们首先需要分析规范算子“必须”和“允许”的逻辑关联。

显然,如果一个行为是承受者必须履行的,那么该承受者履行这一行为就是允许的。因此如下蕴涵式一定成立:

(D5)“必须 p”蕴涵“允许 p”,即“$Op\Rightarrow Pp$”

就是说在规范逻辑系统中,“$Op\rightarrow Pp$”是一个普遍有效的公式。

然而,要使“$Op\rightarrow Pp$”普遍有效,解释规范算子所需要的“可及关系”R 一定要具有如下性质:

对于所有的 $w\in W$ 都存在一个 $w^*\in W$,使得 wRw^*

这个性质被称作连续性(*seriality*)。

关于关系 R 性质的严格证明,许多模态逻辑书都有阐述[①],这里不再讨论。直观上看,解释规范命题的 R 具有连续性也很容易理

① 周北海.模态逻辑.中国社会科学出版社,1996

解。既然规范命题描述的是要求承受者如此行为的规范，那么这些规范一定具有可操作性，即它所规定的行为一定是承受者在其他满足特定条件的情况中能够履行的行为。就是说，对使规范合法的任一特定情况 w 而言，都存在情况 w^*，w^* 与 w 类似（即 wRw^*）且规范规定的行为在 w^* 中被承受者履行。

在"可及关系"R 具有持续性的解释模型中，公式"$Op \rightarrow Pp$"是普遍有效的。现证明如下：

假定在 R 具有持续性的解释模型中公式"$Op \rightarrow Pp$"不是有效的。即在这样的模型中有：

①$V(Op \rightarrow Pp, w) = 0$

由 ① 根据 $V(\rightarrow)$，可推得

②$V(Op, w) = 1$　且

③$V(Pp, w) = F$

由 ② 根据 $V(O)$，可推得

④ 对于所有 $w^* \in W$，如果 wRw^*，那么 $V(p, w^*) = T$

由于 R 是连续的，因此对于 w

⑤ 存在 $w^* \in W$，　使得 wRw^* 且 $V(p, w^*) = T$

然而由 ③ 根据 $V(P)$，可推得

⑥ 对于所有 $w^* \in W$，　如果 wRw^*，　那么 $V(p, w^*) = F$

显然，⑤ 和 ⑥ 是矛盾的。因此，假定不成立，即在 R 具有持续性的解释模型中，公式"$Op \rightarrow Pp$"是有效式。

必须指出的是，在规范命题逻辑系统中，由"必须 p"推不出"p"，由"全体党的干部都必须廉洁奉公"是合法规范，推不出"全体党的干部都廉洁奉公"事实上真。因此"$Op \rightarrow p$"不是有效式。

第三节 规范推理

规范逻辑涉及许多复杂的问题，它还没有建立起像命题逻辑和量化谓词逻辑那样具有普遍适用性的推理系统。这里我们不可能对规范逻辑的所有问题进行深入的讨论，我们只是运用比较成熟的理论来讨论规范命题之间的推理问题。

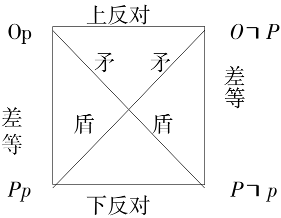
我们讨论的规范推理是指由规范命题推演出规范命题的推理。讨论规范推理的目的是要为有效推理建立形式证明，并给出可行的方法判定什么样的推理是无效的。由于规范命题是对一般命题增添规范算子得到的，规范命题逻辑是命题逻辑的扩张。因此，命题逻辑的所有规则在规范推理中仍然适用。

规范命题逻辑的讨论也包括两方面的内容，一是给出推理规则以建立有效规范推理的形式证明，一是给出特定的方法以判定什么样的规范推理是无效的。

3.1 规范命题的对当关系推理

规范命题作为一种特殊的模态命题，从逻辑的角度看，它是通过对任一命题增添规范算子 O（必须）、P（允许）或 F（禁止）得到的。这意味着给定命题 p，通过增添规范算子可以得到“Op”、“Pp”和“Fp”这样三种形式的命题，再加上否定词还可以得到“$O\neg p$”、“$P\neg p$”和“$F\neg p$”三种形式的命题。我们称这 6 个命题是相同素材的规范命题。所谓规范命题间的对当关系推理，就是讨论在这些相同素材不同规范命题之间存在着哪些有效的逻辑推演关系。

规范命题的对当关系推理如下图的逻辑方阵所示：



（图 8-1）

由上图描述的相同素材规范命题之间的对当关系可知，有如下一些有效推理式：

(1) $Op \Rightarrow \neg O\neg p$（上反对关系，一个真另一个必假）
(2) $O\neg p \Rightarrow \neg Op$（上反对关系，一个真另一个必假）
(3) $Op \Rightarrow Pp$（差等关系，上位真下位必真）
(4) $O\neg p \Rightarrow P\neg p$（差等关系，上位真下位必真）
(5) $\neg Pp \Rightarrow \neg Op$（差等关系，下位假上位必假）
(6) $\neg P\neg p \Rightarrow \neg O\neg p$（差等关系，下位假上位必假）
(7) $\neg Pp \Rightarrow P\neg p$（下反对关系，一个假另一个必真）
(8) $\neg P\neg p \Rightarrow Pp$（下反对关系，一个假另一个必真）
(9) $Op \Leftrightarrow \neg P\neg p$（矛盾关系，一个真当且仅当另一个必假）
(10) $O\neg p \Leftrightarrow \neg Pp$（矛盾关系，一个真当且仅当另一个必假）
(11) $Pp \Leftrightarrow \neg O\neg p$（矛盾关系，一个真当且仅当另一个必假）
(12) $P\neg p \Leftrightarrow \neg Op$（矛盾关系，一个真当且仅当另一个必假）

第五章命题逻辑的 2.4 节指出，一个推理式总有一个与之等价的蕴涵式。证明了与规范对当关系所描述的推理式等价的蕴涵式都是普遍有效式，就证明这些推理是有效的。

证明需要运用在 2.4 节中讨论的几个有效公式，它们是：

(D1) $\neg Op \Leftrightarrow P\neg p$

(D2) $\neg Fp \Leftrightarrow Pp$

(D3) $\neg Pp \Leftrightarrow Fp$

(D4) $Pp \Leftrightarrow \neg O\neg p$

(D5) $Op \Rightarrow Pp$

我们将证明除上述5个已证明在规范逻辑中普遍有效的公式外,我们不需要其他任何前提就可以根据推理规则把这些蕴涵式推演出来。由于根据推理规则从有效式只能推演出有效式,这些蕴涵式就是有效式,因此与这些蕴涵式等价的推理式就是有效推理式。

显然,(3)式"$Op \Rightarrow Pp$"就是(D5),(11)式"$Op \Leftrightarrow \neg P\neg p$"就是(D4),(12)式 $P\neg p \Leftrightarrow \neg Op$ 就是(D1)。

我们这里只证明(1)和(7)。

证明:$Op \Rightarrow \neg O\neg p$

即证明:"$Op \rightarrow \neg O\neg p$"是个普遍有效式

证:

①	Op	假设
②	$Op \rightarrow Pp$	由 D5 推得
③	Pp	①② Mp
④	$\neg O\neg p$	③ 根据 D4 等值替换
⑤	$Op \rightarrow \neg O\neg p$	①～④ $C\cdot P$

再证明:$\neg Pp \Rightarrow P\neg p$

即证明:"$\neg Pp \rightarrow P\neg p$"是个普遍有效式

证:

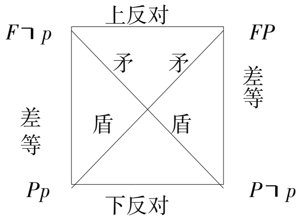
①	$\neg Pp$	假设
②	$Op \rightarrow Pp$	由 D5
③	$\neg Op$	①② MT
④	$P\neg p$	③ D1 等值替换
⑤	$\neg Pp \rightarrow P\neg p$	①～④ $C\cdot P$

由"禁止算子"F 的逻辑性质 $V(F)$ 可知,"禁止 p"等于"必须

非 p",即:

$$(D6)\ Fp \Leftrightarrow O\neg p$$

由 $D6$ 可得到规范对当关系方阵的如下变形:



(图 8-2)

(13) $Fp \Rightarrow \neg F\neg p$(上反对关系,一个真另一个必假)

(14) $F\neg p \Rightarrow \neg Fp$(上反对关系,一个真另一个必假)

(15) $Fp \Rightarrow P\neg p$(差等关系,上位真下位必真)

(16) $F\neg p \Rightarrow Pp$(差等关系,上位真下位必真)

(17) $\neg Pp \Rightarrow \neg F\neg p$(差等关系,下位假上位必假)

(18) $\neg P\neg p \Rightarrow \neg Fp$(差等关系,下位假上位必假)

(19) $Fp \Leftrightarrow \neg Pp$(矛盾关系,一个真当且仅当另一个必假)

(20) $F\neg p \Leftrightarrow \neg P\neg p$(矛盾关系,一个真当且仅当另一个必假)

(21) $Pp \Leftrightarrow \neg Fp$(矛盾关系,一个真当且仅当另一个必假)

(22) $P\neg p \Leftrightarrow \neg F\neg p$(矛盾关系,一个真当且仅当另一个必假)

3.2　复合规范命题的推理

复合规范命题是指其中有二元联结词出现的规范命题。推理涉及复合规范命题,要建立其有效性的形式证明,除了在前面 3.1 节中已运用过的推理规则外,还需要引入一个新的普遍有效式作

为推理的根据，这就是我们在本章1.2节中证明过的 K公式，由于 O相当于全称算子 L，K公式可以变形如下：

$$(K) \qquad O(p \to q) \to (Op \to Oq)$$

既然 K是普遍有效式，由它可以推导出如下规范推理规则：

$$(K^{*}) \qquad O(p \to q) \Rightarrow (Op \to Oq)$$

我们这样定义"⇒"，即(K^{*})可重写为：

$$\frac{O(p \to q)}{\therefore\ Op \to Oq}$$

此外，我们还需要引入一条新的规范推理规则：

(N)如果 p是一个普遍有效式，那么 Op也是一个普遍有效式。即：

$$\vdash p \Rightarrow \vdash Op$$

N规则的合理性不难理解。如果 p是普遍有效的，意味着在任何情况下 p都真，即对于任一 $w \in W$都有 $V(p, w) = 1$。因此，给定任一世界 w_1，对所有 $w_2 \in W$，如果 $w_1 R w_2$ 那么必有 $V(p, w_2) = 1$；根据 $V(O)$即 $V(Op, w_1) = 1$。由于 w_1是任一世界，这意味着 Op也是在任何情况下都真，即 Op是普遍有效的。

由于规范命题逻辑是以命题逻辑为基础的扩张，因此所有命题逻辑的重言式都是规范命题逻辑的普遍有效式。如我们在前面说明的，它们也同其他规范逻辑的普遍有效式一样，在形式证明中有重要作用。

我们用"TP"表示引入命题逻辑的重言式。

现在我们举例说明如何建立复合规范命题推理的有效性形式证明。

〔例〕 证明："$O(p \wedge q) \to (Op \wedge Oq)$"是规范逻辑中的普遍有效式

证：

① $O(p \wedge q)$	假设
② $(p \wedge q) \to p$	TP
③ $O((p \wedge q) \to p)$	② N
④ $O(p \wedge q) \to Op$	③ K^*
⑤ Op	①④ Mp
⑥ $(p \wedge q) \to q$	TP
⑦ $O(p \wedge q) \to Oq$	⑥ K^*
⑧ Oq	①⑦ Mp
⑨ $Op \wedge Oq$	⑤⑧ $\wedge +$
⑩ $O(p \wedge q) \to (Op \wedge Oq)$	①～⑨ $C \cdot P$

〔例〕 证明：$(Op \wedge Oq) \to (O(p \wedge q))$ 是普遍有效式

证：

① $Op \wedge Oq$	假设
② $(p \wedge q) \to (p \wedge q)$	TP
③ $p \to (q \to (p \wedge q))$	② Exp
④ $O(p \to (q \to (p \wedge q)))$	③ N
⑤ $Op \to O(q \to (p \wedge q))$	④ K^*
⑥ Op	① $\wedge -$
⑦ $O(q \to (p \wedge q))$	⑤⑥ Mp
⑧ $Oq \to O(p \wedge q))$	⑦ N
⑨ Oq	① Com，$\wedge -$
⑩ $O(p \wedge q)$	⑧⑨ Mp
⑪ $(Op \wedge Oq) \to (O(p \wedge q))$	①～⑩ $C \cdot P$

由上证的两个公式可推出"$(Op \wedge Oq) \leftrightarrow O(p \wedge q))$"是个普遍有效式，即：

(D7) $O(p \wedge q) \Leftrightarrow (Op \wedge Oq)$

由 D7 可推出“$P(p \vee q) \leftrightarrow (Pp \vee Pq)$”也是个普遍有效式

〔例〕 证明:“$P(p \vee q) \leftrightarrow (Pp \vee Pq)$”在规范逻辑中是普遍有效式。

证:①$(Op \wedge Oq) \leftrightarrow O(p \wedge q)$ 由(D7)

②$(O\neg p \wedge O\neg q) \leftrightarrow O(\neg p \wedge \neg q)$

对 ① 用 $\neg p, \neg q$ 分别代入 p, q

③$(O\neg p \wedge O\neg q) \to O(\neg p \wedge \neg q)$

② Eq,$\wedge -$

④$\neg O(\neg p \wedge \neg q) \to \neg(O\neg p \wedge O\neg q)$ ③ $Trans$

⑤$\neg O(\neg p \wedge \neg q) \to (\neg O\neg p \vee \neg O\neg q)$ ④ DeM

⑥$P\neg(\neg p \wedge \neg q) \to (Pp \vee Pq)$

由 ⑤ 根据(D4)用算子 P 等值替换 O

⑦$P(p \vee q) \to (Pp \vee Pq)$ ⑥ DeM

⑧$O(\neg p \wedge \neg q) \to (O\neg p \wedge O\neg q)$ ② Eq, $\wedge -$

⑨$\neg(O\neg p \wedge O\neg q) \to \neg O(\neg p \wedge \neg q)$ ⑧ $Trans$

⑩$(\neg O\neg p \vee \neg O\neg q) \to \neg O(\neg p \wedge \neg q)$ ⑨ Dem

⑪$(Pp \vee Pq) \to P\neg(\neg p \wedge \neg q)$

由 ⑩ 根据(D4)用算子 P 等值替换 O

⑫$(Pp \vee Pq) \to P(p \vee q)$ ⑪ Dem

⑬$(P(p \vee q) \to (Pp \vee Pq)) \wedge ((Pp \vee Pq) \to P(p \vee q))$

⑦⑫ $\wedge +$

⑭$P(p \vee q) \leftrightarrow (Pp \vee Pq)$ ⑬ Eq

我们还可以证明“$O(p \vee q) \to (Op \vee Oq)$”与“$(Pp \wedge Pq) \to P(p \wedge q)$”也是普遍有效式。留给读者作为练习。

但是“$(Op \vee Oq) \to O(p \vee q)$”与“$P(p \wedge q) \to (Pp \wedge Pq)$”不是普遍有效式,

建立形式证明可以说明规范命题推理的有效性,但却不能说

明一个规范命题推理为什么是无效的。

对于一般的复合命题推理来说，推理的无效性可以用真值表方法来判定，但这种方法不能直接用于复合规范命题推理。因为规范命题作为一类特殊模态命题，对其进行解释需要考虑两个因素：可能世界的集合 W 以及可能世界之间的可及关系 R。W 和 R 一起构成特定的框架，我们总是相对特定框架建立模态命题公式的解释模型。

但是，如果在考虑解释框架基础上运用归谬赋值法，就可以得到对规范模态命题进行解释的方法，我们称其为模态语义图方法。运用模态语义图，我们判定一个规范模态命题推理是否有效。

由于本书是逻辑学基础教材，因此不讨论模态语义图理论。读者若有兴趣可参考专门讨论模态逻辑的教材或专著。

思考题

一、分析规范命题与一般命题的不同点和共同点。

二、为什么可以把规范词看作特殊的模态算子？

三、分析规范模态算子的逻辑性质。

四、如何为有效的规范推理建立形式证明？

练习题

一、令“所有出席者都必须持有邀请函”是有效规范，即这个规范命题为真，根据对当关系可以推出如下哪些规范命题真？如果令这个规范命题为假呢？

1. 所有出席者都允许持有邀请函。

2. 禁止所有出席者都不持邀请函。

3. 所有出席者都不允许不持邀请函。

4. 所有出席者都允许不持邀请函。

5. 禁止所有出席者都持邀请函

6. 并非所有出席者都允许不持有邀请函。

7. 并非所有出席者都必须不持邀请函。

8. 并非禁止所有出席者都不持邀请函。

9. 并非所有出席者都允许持有邀请函。

10. 并非所有出席者都不允许不持邀请函。

二、证明如下推理式是有效式：

1. $O\neg p \Rightarrow \neg Op$

2. $O\neg p \Rightarrow P\neg p$

3. $\neg Pp \Rightarrow \neg Op$

4. $\neg P\neg p \Rightarrow \neg O\neg p$

5. $\neg Pp \Rightarrow \neg F\neg p$

6. $Fp \Leftrightarrow \neg Pp$

7. $Pp \Leftrightarrow \neg Fp$

8. $P\neg p \Leftrightarrow \neg F\neg p$

三、证明如下公式是规范命题逻辑中的普遍有效式：

1. $O(p \vee q) \rightarrow (Op \vee Oq)$

2. $(Pp \wedge Pq) \rightarrow P(p \wedge q)$

第九章　逻辑形式的基本规律

传统逻辑学强调,人们在运用逻辑形式的过程中,只有遵守了相应的逻辑规则,才能获得正确的认识。并且传统逻辑把那些在逻辑形式的运用中具有最为广泛的制约或强制作用的规则称为形式逻辑的基本规律。

然而,虽然形式逻辑的基本规律是存在于人们思维过程中,并最终制约着人们逻辑思维的规律,但它同事物的客观规律却毕竟是有差别的。这正如恩格斯所指出的:“外部世界和人类思维 ……这两个系列的规律在本质上是同一的,但在表现上是不同的”[①]。说本质上总是同一的,是因为逻辑形式的基本规律只是在人的思维表述中形成并发挥作用的规律,而人的思维毕竟是人脑这种高度完善的物质的产物,所以,归根到底,形式逻辑的基本规律还是客观自然界的产物。

其次,如同一律等之所以同客观事物的规律本质上是一致的,还在于“逻辑规律就是客观事物在人的主观意识中的反映”[②]。形式逻辑的基本规律的内容,作为观念的东西不过是移入人脑并在人脑中改造过的物质的东西。这些作为观念而被定格的东西来源于客观事物原本的规律,来源于反映者与被反映者在基本内容上

---

① 马克思恩格斯选集:第四卷.239

② 列宁.哲学笔记.195

的符合一致。最后，形式逻辑的基本规律与事物规律的同一还表现在：形式逻辑的基本规律总是反映和表现着客观事物的某一方面的某种本质联系或必然性，因此归根到底总是客观事物的一定规律的反映，所以形式逻辑的基本规律虽然只能存在并作用于人们的思维表述过程之中，但同客观事物的规律一样，也是具有不以人的意志为转移的客观必然性或强制性。思维的表述一旦违反了这些规律的要求，正确思维所必须具备的确定性、不矛盾性、明确性就会被破坏，人们对客观事物的认识、交流等等，就会发生混乱，思维也就不可能去正确地反映客观事物及其规律。

虽然说形式逻辑的基本规律同客观事物的规律本质上总是同一的，但两者的确又是有区别的。这主要表现为：首先，形式逻辑的基本规律和客观事物的规律发生作用的领域是不相同的，前者仅涉及人们的思维领域，在该领域中，它通过思维的逻辑形式如词项、命题、推论等形式而发生作用；而客观事物的规律则不然，它存在并作用于自然界包括人类社会之中，是通过客观事物自身的运动、变化和发展来表现的。其次，是形式逻辑的基本规律同客观事物的规律起作用的方式也有所不同，前者是人们对自身思维实践的一种自觉，人们可以从自身的思维实践出发去总结它、规范它并且自觉地去应用它；后者则不然，客观事物本身无所谓自觉与否的问题。客观事物的规律总是以某种外部必然性的方式，在无穷无尽的偶然性中为自己开辟道路，它依赖于人们去总结但并不以人们的意志为转移。最后，形式逻辑的基本规律，是正确的表述思维的规律，它有正确与错误之分。但是，客观事物本身无所谓对错，其规律本身也无所谓正确与错误，任何事物都依照自身的规律发展、变化，即令事物本身出现了反常的现象，也能够依照其本身的规律予以解释或说明。

坚持形式逻辑的基本规律同客观事物的规律的同一性，可以使我们在同形式逻辑规律解释上与形形色色的唯心主义观点划清

界限。坚持形式逻辑的基本规律同客观事物的规律的区别性，则可以使我们在对形式逻辑规律的解释中与形而上学的各种观点相区别。这样，能够让我们更加准确地、确定地去把握形式逻辑的各种基本规律的内容和要求，并更加自觉地去遵守、运用这些基本规律，努力地学好逻辑学这门工具学科。

下面，我们对上述逻辑的基本规律作一一的介绍说明。

第一节　同一律

1.1　同一律内容和要求

作为逻辑形式的基本规律，同一律的主要内容历来被认为是：任一思想在同一思维过程中与自身应保持同一。在传统逻辑中，同一律通常是以“A 是 A”的形式来表示的。而在现代逻辑的公式中，它作为一条一般的重言式，被表示为“$p \to p$”。

任一思想的东西，都离不开其物质的外壳，一般来说，都特别地离不开以语言符号来表达或者为之诉说。由此，对同一律的内容我们可以进一步将之具体的表诉为：

> 在表述思想的任一同一思维过程中，凡涉及、使用的逻辑形式都要求，同一个词项应该在此思维过程中前后一致地保持着同样的内涵，指称着相同的外延；而同一个命题则在此思维过程中，要求前后一致地表述相同的陈述内容，并前后一致地保持相同的断定。

对同一律内容的具体表诉，表明了遵守同一律的两个基本要求：第一，对任何一个具体的思维的表述来说，我们所使用的每一

个词项其内涵和外延都应当分别是确定的;第二,对任何一个具体的思维的表述来说,我们所使用的每一个命题其表达的含义和被断定的真或假是确定的。遵守同一律的逻辑要求,是思维被得以正确表达的必要条件之一。只有在同一思维过程中,我们所使用的词项保持了内涵和外延的确定性,才能清楚地表明我们所论及的对象;也只有在同一思维过程中,我们所使用的命题保持了含义和真假上的确定性,才能有效地进行推论。如果在这样的思维表达过程中,词项的内涵是不定的,词项的指称是游移的,命题的真假是前后不一致的,就会引起思维上的混乱,产生表述不清、论证无效等等逻辑方面的错误。

1.2 违反同一律要求产生的逻辑错误

违反同一律的要求,就会产生逻辑错误。从形式方面看,这样的逻辑错误主要是两个方面的。但若考虑犯错误者的动机,则这两方面的错误就有四种表现方式。下面,我们主要分析形式方面的两种错误,而对因动机引起的错误只稍加说明。

1. 混淆词项的逻辑错误

在同一思维过程中,不加说明、定义地用一个使用过或者使用中的词项,去表达或者实际的表达新的含义,指称新的对象所犯的逻辑错误,称为混淆词项。混淆词项之所以能产生,其根本原因就在于语词在表达含义、指称对象时的多义性,同含义、对象之间并无一一对应性。由于使用语言的灵活性和习惯性,同一语词通常能表达多种不同的含义,指称多种不同的对象,从而出现语词同但表达的词项不同的现象,这就为混淆词项的逻辑错误的产生提供了可能。

例如:

普列汉诺夫为了掩盖他自己在土地问题上的叛卖行径，故意把列宁提出的“土地国有化”这一正确主张，与17世纪沙俄彼得一世之前的莫斯科俄罗斯所实行的“土地国有化”混为一谈，以攻击列宁的“土地国有化”的经济基础是亚洲生产方式，从而为他自己提出的土地“市有制”张目。为此，列宁尖锐地指出：“其实在俄国，资本主义生产方式从19世纪60年代就确立起来了，到了20世纪已经占了绝对的优势。”而普列汉诺夫“把以亚洲生产方式为基础的国有化和以资本主义生产方式为基础的国有化混为一谈了。由于字眼相同，他连经济关系即生产关系的根本差别也看不到了”。[①]

列宁在这里揭露的，是以“同一字眼”即同一语词但却表达着不同的词项，或者说是以同一语词混淆不同的含义、对象来掩人耳目的逻辑错误。

又如，在《韩非子》中有这样一则故事：

说的是郑县有一位姓卜的，他常常在外鬼混。有一天，他的裤子被弄出了一个洞，于是，他买了新布，回家后让妻子为他做一条新的裤子。妻子问他如何做，他回答说“照原样”。于是他妻子把裤子照原来的样式做好后，照样在裤子原来的地方剪了一个同样的洞。

这当然是一个笑话，但从逻辑的角度来说，无论他的妻子是有意还是无意，她都违反了同一律。“原样”在其丈夫的含义中是指原来的样式、尺寸的裤子而绝不是带有那个破洞的原样。

在使用语词表达词项、指称对象时，如果是无意地违反了同一

① 列宁全集：10卷.人民出版社，1959.299

律的要求,则所犯的错误就称为“混淆词项”或者“混淆概念”;如果是故意违反同一律要求,以达到某种不正当的目的,就称为“偷换词项”或者“偷换概念”。“偷”的贬义色彩仅仅是指出,两者的区别只在违反同一律的动机上而并不在形式上。

2. 混淆论题的逻辑错误

在同一思维过程中,如果以一个似是而非的论题来代替原来的论题,就会产生“混淆论题”的逻辑错误。“混淆论题”的逻辑错误产生的原因在于,在没有语言环境的限制下,同一命题所陈述的内容完全可能是不相同的。或者说,同一命题所能陈述的内容,在没有语言环境的限制下,完全可能是不惟一的。

例如,鲁迅在其一篇杂文里曾经谈论到一位不懂逻辑的排长:

> 这排长的天真……他以为不抵抗将军下台,‘不抵抗’就一定跟着下台了。这是不懂逻辑:将军是一个人,而不抵抗是一种主义,人可以下台,主义却可以仍旧留在台上的”。[①]

鲁迅提到的这位天真的国民党军队的排长所以错误,就在于把“不抵抗将军下台”和“不抵抗主义下台”混为一谈,违反了同一律的要求,犯了“混淆论题”的逻辑错误。

不自觉地或者无意地以一个似是而非的论题来代替原论题的,称为混淆论题;但如果别有所图,因而故意违反同一律要求混淆论题的,就称为犯有“偷换论题”的逻辑错误。

1.3 同一律的作用

同一律从形式上说,只是关于逻辑形式表述思维时应当遵守

① 鲁迅全集:5卷.116

的规律。只有遵守同一律的要求,才能使思维在表述上具有确定性。因此可以说,遵守同一律是人们正确认识事物的必要条件,它要求我们在表述思维的同一过程中,任何一个词项都要前后一致地保持含义即内涵的相同,并且使指称对象即外延也相同,否则,我们在词项的理解上就要发生混乱;任何一个命题都要前后一致地保持意义即内容上的相同和在真假断定上的相同,否则,我们在命题的理解上就要发生混乱。词项或命题在理解上的混乱,都将导致思维本身的混乱,从而不可能去正确地进行思维以真实地认识客观世界。不能准确无误地去表达、交流思想,也就不可能在思想交流的过程中及时地发现、揭露和反驳谬论或诡辩。

说遵守同一律是正确地表达思维的必要条件,是说违反了同一律,对思维的表达必定是错误的;但遵守了同一律,对思维的表达也未必一定是正确的。例如:

教育是有阶级性的,教育是社会现象,所以,社会现象是有阶级性的

这一推论过程中所表现出来的思维活动,检查其使用的词项和命题,一般来说都被认为是遵守了同一律的,但这个推理活动仍然是错误的。因此,我们应当恰如其分地而不是夸大地把握同一律的认识作用。

说遵守同一律是正确地表达思维的必要条件,还强调着同一律只是在人们运用逻辑形式的过程中起作用的规律,它作用的对象仅仅是人们所使用的逻辑形式,是运用逻辑形式的规律,这显然有别于我们常说的客观世界本身的规律。因此不能把人们对事物的不同观点、不同理解,以及运用词项表示发展并丰富起来的概念,运用命题对同一事物从不同的角度所陈述的不同观点等等都

看成是对同一律要求的违反。这也就是说，不能把同一律和形而上学的世界观一概而论。同一律既不否定客观世界本身的运动性、发展性、丰富多彩性，也不排斥人们在认识客观世界时所持有的辩证唯物主义的观点。

第二节　矛盾律

2.1　矛盾律的内容和要求

矛盾律是关于在运用逻辑形式表达思维时应当具有前后一致无矛盾性的规律。传统逻辑学认为，矛盾律的内容是：在同一思维过程中不能对同一思维对象做出相互否定的断定。传统逻辑所强调的，是在思维的同一过程中，如在同一时间、同一场合、处于同一关系等等条件下，对于思维中的同一对象，我们不能既肯定它是什么，同时又否定它是什么。例如，我们既断定：

这些花是红的

就不能同时再断定：

这些花不是红的

在传统逻辑中，矛盾律被表示为“A 不是非 A”，而在现代逻辑中矛盾律作为一般的重言式的一个公式，被表示为“$\sim(p\wedge\sim p)$”。这里要注意的是，无论是现代逻辑还是传统逻辑，公式表达的矛盾律涉及的显然都只是矛盾关系，不管这样的关系是表现在词项之间还是命题之间，但这显然是不全面的。以上面提到的两个命题为

例，我们完全可以把第二个命题改变为：

这些花是黄的

虽然“黄的”与“红的”不存在矛盾关系，但在同一时间上它却是对同一对象的“红的”属性的否定。可见，在对同一对象的满足上述条件的断定中，矛盾关系固然适合矛盾律，但反对关系也同样是适合矛盾律的。

思维是离不开语言为之表述的。因此，从语言的角度我们可以把矛盾律具体地叙述为：在同一时间、同一场合、同一关系等等条件下，在表述思维的内容时，我们不能用两个具有全异关系的词项去描述同一对象；或者说，对同一事物，我们不能用具有矛盾或反对关系的两个命题去同时加以陈述。这表明，矛盾律的最终作用对象就是思维的命题表述形式。矛盾律在同一思维过程中对我们处理命题的形式要求就是：对具有矛盾关系或反对关系的命题，不应该肯定它们都是真的，否则在思维中就会出现逻辑矛盾。

2.2 违反矛盾律要求产生的逻辑错误

逻辑矛盾是在同一思维过程中对同一对象做出互相否定的表述时所产生的逻辑错误。如上所述，互相否定的表述形式可分为相互矛盾的命题和相互反对的命题，因此违反矛盾律的逻辑错误尽管我们都把它称为“自相矛盾”，但在应用时则应分为两种情况去处理。

首先，是在同一思维过程中对一对矛盾命题的表述同时予以肯定而产生的逻辑错误。矛盾命题在真或者假上总是不相容的，我们不能同时断定它们都真，不妨以命题形式 $p \to q$ 和 $\sim(p \to q)$ 为例，它们的真值表分别是：

$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$
$T\,T\,T$	$F\quad T\,T\quad T$
$T\,F\,F$	$T\quad T\,F\quad F$
$F\,T\,T$	$F\quad F\,T\quad T$
$F\,T\,F$	$F\quad F\,T\quad F$

显然,在对命题形式赋值的同一过程中,$p \rightarrow q$和$\sim(p \rightarrow q)$的真值在任何条件下都是既不同真也不同假的。它表明,只要我们肯定$p \rightarrow q$就要否定$\sim(p \rightarrow q)$,而否定$p \rightarrow q$就要肯定$\sim(p \rightarrow q)$,反之亦然。在传统逻辑中,把违反矛盾律的要求,在同一思维过程中同时肯定一对矛盾关系的命题产生的错误称为“自相矛盾”,我国先哲韩非子在《韩非子·难一》中所讲的一个寓言故事,最为生动地反映了自相矛盾的这种错误。

> 该故事描写了一个既卖矛又卖盾的楚国人,他吹嘘自己的矛是世界上最为锋利的,以至于“任何东西都能被它扎透”;继而,他又炫耀自己的盾,是世界上最为坚固的,是“没有任何东西能扎透它的”。旁边有好事者问他,“若以你的矛扎你的盾,其结果又如何呢?”这个卖矛又卖盾的楚国人只好张口结舌,无以为答了。

其所以不能对答,就在于他在宣传自己的矛与盾的过程中所陈述的两个命题“任何东西都能被它扎透”和“没有任何东西能扎透它的”,它们构成了一对逻辑矛盾,因而犯了“自相矛盾”的逻辑错误。

我们在说话、写文章等等过程中,如果不注意思想的前后一贯性,就可能出现逻辑矛盾。例如,有人说:“实践是检验真理的惟一标准,但马克思列宁主义也是检验真理的标准”这肯定是自相矛

盾的。因为既然说前者是“惟一的”，那么其他的标准又从何而来呢？又如“大家相互作了自我批评”，显然，是“自我批评”就不是“相互”的，而是“相互”的也绝不是“自我批评”，尽管这里只出现了一个命题，但却是一个自相矛盾的命题。

其次，违反矛盾律的错误，是在同一思维过程中对一对表述反对关系的命题同时予以肯定而产生的逻辑错误。把在同一思维过程中对一对表述为反对关系的命题同时予以肯定依旧归结为“自相矛盾”，这是符合矛盾律的要求的，因为具有反对关系的一对命题本质上是相互否定的，在同一思维过程中对它们都肯定显然是错误的。但是，矛盾律对具有矛盾关系和反对关系的命题在如何制约上是有区别的。对矛盾关系的命题来说，矛盾律肯定其一真一假，当其中一个命题为真时，另一个命题则必然是假的，反之亦然；而对具有反对关系的命题来说，矛盾律尽管可以由其中一命题的真肯定另一命题的假，但反之却不成立，因为具有反对关系的命题是可以同假的。我们以命题形式 $p \wedge q$ 与 $p \wedge \sim q$ 的真值表来比较说明。

(1)	p	$\wedge$	q	p	$\wedge$	$\sim$	q
(2)	T	T	T	T	F	F	T
(3)	T	F	F	T	T	T	F
(4)	F	F	T	F	F	F	T
(5)	F	F	F	F	F	T	F

从上述真值表的第(2)、(5)两列可以看出，虽然 $p \wedge q$ 取真时 $p \wedge \sim q$ 必然取假，$p \wedge \sim q$ 取真时 $p \wedge q$ 必然为假，但当 $p \wedge q$ 取假时，$p \wedge \sim q$ 是可以同时为假的，反之也一样。这表明，当矛盾律作用的对象是具有反对关系的一对命题时，我们不能由其中一个命题的假去推断另一个命题的真。因此，我们把上述两类情况概括

为:矛盾律要求互为否定的两个命题不能同真。

2.3 矛盾律的作用

遵守矛盾律的要求,同样是思维得以正确表达的必要条件。换言之,只有遵守了矛盾律的要求,思维在由逻辑形式的表述过程中才能首尾一贯,前后一致,表达准确。而违犯矛盾律的要求,在思维的表达上必然是相互矛盾的,因此,最终导致思维也是混乱的。例如,如果我们在同一时间去既肯定命题“我们班的同学现都在军训”,又肯定命题“我们班第一小组的同学现正在上心理学课”,这就违反了矛盾律的要求,在命题的表述上是自相矛盾的。但如果我们同时肯定“我们班有的同学是党员” 和“我们班有的同学是非党员”,尽管此时的谓项是一对具有矛盾关系的词项,但两个命题既无矛盾关系又无反对关系,因此并不违犯矛盾律的要求。矛盾律也是我们进行反驳的一个重要理论依据,人们在反驳一个假命题时,常常是间接地去证明这个假命题的矛盾命题或反对命题为真,从而根据矛盾律去说明原命题的假。而在确立某个命题的真时,也可以去证明该命题的矛盾命题的假,从而根据矛盾律去说明原命题的真,但此时应当注意的是,所涉及的两命题现在必须是矛盾关系而不是反对关系。

对于矛盾律所能起到的作用,应当特别注意同一时间、同一场合、同一对象、同一关系等等这些反映同一思维过程的条件,离开了这些条件,矛盾律对逻辑形式的制约作用是不存在的。例如,离开了同一时间,我们断定某个确定的人既是青年又是老年又何尝不可,离开了同一关系如逻辑真值的二元性,说某个命题既不是真的又不是假的,这同样不会出现矛盾。此外,亦如本章开头所言,矛盾律同事物的客观规律是有区别的。矛盾律作用的对象是表述思维的逻辑形式,它所排斥的是思维表述中的矛盾,但并不因此而否定事物矛盾的普遍存在;它所解决的是思维表述的首尾一贯、前后

一致性问题,不解决也不可能解决辩证思维的矛盾运动的问题;它是思维表达的方法而不是世界观。因此,它和辩证唯物主义的矛盾运动观不是对立的理论;相反,矛盾律同样是人们表述辩证思维的必不可少的工具。

第三节　排中律

3.1　排中律的内容和要求

排中律是关于思维表述的明确性的规律。传统逻辑认为,排中律的内容是:在同一思维过程中,对于同一事物的两个相互矛盾的论断必须做出明确的选择。或者必须肯定其中之一。在传统逻辑中,排中律常用公式"A 或者非 A"来表示,而在现代逻辑中,作为一般的重言式之一,它被表示为"$p \vee \sim p$"。

注意到排中律的内容中的条件"对于同一事物的两个相互矛盾的论断"与矛盾律中"对于同一事物的两个相互否定的论断"的不同点,可见,排中律所适用的命题一般来说,是具有矛盾关系的命题。于是,我们将排中律结合命题可具体地描述为:在同一思维过程中,陈述同一对象的两个相互矛盾的命题,不能都假,或者必有一真,这个具体的描述,也可称之为排中律的逻辑要求。虽然排中律涉及的命题一般指具有矛盾关系的命题,但也不排出特殊情况。事实上,既然排中律所适用对象是矛盾的命题,而矛盾命题的特点是不同真也不同假,因此,利用矛盾命题既可由假推真,也可由真推假这一推断上的必然性,对传统逻辑中具有下反对关系的特称命题,也可以限制在以假推真上以适用于排中律,我们可以把排中律的这一应用称为排中律的弱应用。如对命题"有的人是恐怖主义者或者有的人不是恐怖主义者",若断定"有的人是恐怖主义

者”为假,则由排中律,必然地断定“有的人不是恐怖主义者”为真(当然,并不排斥有更有效的断定方法如利用同一素材的下反对关系进行的断定)。推而广之,对任意两命题形式来说,只要它们构成下反对关系,具有可同真不可同假的特征,那么尽管它们不是矛盾关系的命题形式,在实用中应该说也是排中律所适应的对象。

3.2 违反排中律要求产生的逻辑错误

在同一思维过程中,如果对表述的两个互为矛盾的命题,或者两个具有下反对关系的命题,既不肯定这个,又不肯定那个就要违反排中律的要求。违反排中律的要求而产生的逻辑错误,称为“模棱两可”或“模棱两不可”。

例如:

> 历史上托洛茨基在混入布尔什维克党内的时候,对自己过去那些反对党的思想所作的声明:“我加入布尔什维克党这件事实本身……,已经证明,我已经把过去所有那些使我和布尔什维克主义分开的东西放在党的门口了”。

托洛茨基既不说“把过去所有那些使我和布尔什维克主义分开的东西”抛掉了,也不说对那些东西不抛掉,而只是给出一个含糊不清的描述“放在党的门口”,这样的表述就违反了排中律的要求,犯有“模棱两可”的逻辑错误。这是一种以含混的语句违反排中律的方式。又如:

> 有人陈述自己的思想说,“说任何事物都不是绝对静止的,这我不同意。但说有的事物是绝对静止的,恐怕也不正确”。

这种说法,显然是对“任何事物都不是绝对静止的”和“有的事物是绝对静止的”这两个矛盾命题的同时否定,当然是违反排中律,犯有“模棱两不可”的逻辑错误。应当注意的是,在排中律的实际运用中,对具有矛盾关系的两个命题固然可以由肯定推否定,并且由否定推肯定,但对具有下反对关系的命题,却只能由否定推肯定,而不可由肯定去推否定。

3.3 排中律的作用

排中律的作用在于保证思维表述的明确性。只有遵守排中律的要求,才能正确地进行思维表述,才能正确地进行思维。因此,排中律是正确思维的必要条件。此外,排中律也是间接论证的逻辑依据,当我们难以从正面去证明某个命题时,常常可以通过证明该命题的矛盾命题或具有下反对关系的命题为假,从而由不能都假的特征推出原命题的真。

要正确地运用或理解排中律,应当注意下述几点。

首先,从形式上说,排中律仅仅是正确的思维表述从而是正确思维的必要条件。因此,遵守了排中律的要求,思维表述才能是正确的,从而保证可能正确,但思维最终是否正确还要取决于正确思维的其他必要条件。

其次,排中律同逻辑形式的其他基本规律一样,都是在一定的条件下才能产生影响的。固然每一条基本规律都有自己特殊的条件,但决不可以此忽略它们的共有前提,即同一时间、同一场合、同一关系、同一对象等等,这些反映同一思维过程的因素。

第三,排中律反映的是思维表述的方法而不是世界观。因此,排中律并不否认客观事物本身状态的多样性,排中律所要排除的,只是人们在思维表述上的居中骑墙,模棱两可,使我们关于对象的思想表述成为明确的表述。

第四,排中律在其实际应用中,对那些因客观或主观条件尚不

成熟,因而不能断定的问题,并不排除采取“二不择一”的表述方式。所谓客观条件不成熟,是指认识对象还处于发展变化的过程中,人们从某一角度对其认识因此还不可能有定论。例如,对“非典”的预防,我们对命题“非典的预防有特效药或者没有特效药”的任何一支,都不能如排中律所要求那样做出明确的回答,但此时的“二不选一”的回答是并不违反排中律的。所谓主观条件不成熟,是指认识对象的发展变化虽然已处于相对静止的阶段,事物本身的属性、与其他事物之间的关系等等,都已经是可以确定的了,但人们本身的认识水平并没有跟上事物的发展,人们对事物的认识还处于不能断定的状态。例如,对“火星上有生命还是无生命?”的回答,它实际上涉及对命题“火星上有生命或者无生命”支命题的选择,当然是一个涉及排中律的问题。但这里的回答却不能简单地是“有”或者“没有”,因为从主观来说,火星的情况虽说是处于相对稳定的阶段,但人们的认识水平则因科学技术的限制尚不能达到对火星真实情况的认识,所以在上述问题的回答中我们只能“二不选一”。

最后,排中律在复杂问语的处理上是没有制约作用的。所谓复杂问语,是在疑问句中隐含了某种假设的问句,如:

你杀了他是不是心里特高兴

此时,无论是回答“是”还是“不是”,你都实际上承认了那个隐含的假设,即“你杀了他”。对这样的问句,我们避开问题的肯定和否定,而针对问题中的假设予以说明,就不能说是违反了排中律。

3.4 排中律与矛盾律的区别

在现代逻辑的演算系统中,表达排中律和矛盾律的公式是两

个等值的公式，在形式上它们是可以互相转换的。在传统逻辑中，这两个基本规律所规范的对象又都是命题，这表明它们之间的联系是非常密切的。因此，在自然语言的逻辑应用中区分二者的差别对正确地理解和应用这些规律来说是非常必要的。它们的主要区别在于：

首先，是规律的具体要求不相同。排中律要求对所适用的命题不能都肯定为假，必须指出其中一个为真；而矛盾律则要求对所适用的命题不能都肯定为真，必须指出其中一个为假。

其次，是规律所适用的范围不相通。这是由二者要求上的区别所决定的。即排中律所适用的是矛盾关系的命题和广义的具有下反对关系的命题，它们都具有不可同假的特征；而矛盾律所适用的是矛盾关系的命题和广义的具有反对关系的命题，它们都具有不可同真的特征。

再次，是对应各规律所产生的逻辑错误不相同。违反排中律要求的逻辑错误为“模棱两可”或“模棱两不可”，违反矛盾律的要求所导致的逻辑错误是“自相矛盾”。

最后，是在自然语言的应用中，两者的作用不相同。由排中律所适应命题的不能都假，因此可由假推真，于是排中律成为间接论证或证明的理论依据。由矛盾律所适应命题的不能都真，因此可由真推假，于是矛盾律成为间接反驳的理论依据。

练习题

一、思考题

1. 逻辑形式的基本规律有哪些？为什么称它们是基本的？它们与事物的客观规律有何联系与区别？

2. 逻辑形式的基本规律与思维的基本规律的区别是什么？在

逻辑学中为什么不提思维的基本规律？

3. 为什么说逻辑形式的基本规律都只能是正确的思维表述的必要条件？

4. 说说应用在自然语言中的同一律与排中律的联系和差别，并从现代逻辑的公式形式变换这一角度，看看这些差别是否继续存在。

二、填空题

1. 逻辑形式的基本规律有__________、__________或__________。它们分别是关于思维表述的__________、__________和__________的规律。

2. 同一思维过程对认识对象来说，包含的因素主要有__________、__________、__________、__________等等。

3. 同一律要求人们在使用词项时，必须保持词项______和______的__________；而在使用命题时，必须保持命题______和______上的__________。

4. 矛盾律的规范对象是具有__________关系和__________关系的命题，其特征是它们不可以同______；排中律的规范对象是具有__________关系和__________关系的命题，其特征是它们不可以同______。

5. 从逻辑形式的基本规律的角度看，三段论的“四名错”本质上是违反__________律要求的逻辑错误。

三、单项选择题

1. 若既肯定 A 命题又肯定同一素材 E 命题，则（　　）

A.违反同一律。　　B.违反矛盾律。

C.违反排中律。　　D.不违反逻辑形式基本规律。

2. 若既否定 $\Box\sim p$ 又否定 $\Diamond p$，则（　　）

A.违反同一律。　　B.违反矛盾律。

C.违反排中律。　　D.不违反逻辑形式基本规律。

3. 在指派相同真值的条件下，既断定 $p \leftarrow q$ 为真，又断定 $p \wedge \sim q$ 为假，则(　　)

A.违反同一律。　　　　*B*.违反矛盾律。

C.违反排中律。　　　　*D*.不违反逻辑形式基本规律。

4.“要说如果打击恐怖主义就要武装占领伊拉克，这当然不对，但要说打击恐怖主义却不能武装占领伊拉克这也不对.”这段议论犯有(　　)的逻辑错误。

A.混淆词项。　　　　*B*.转移论题。

C.自相矛盾。　　　　*D*.模棱两不可。

5. 若“这件商品既物美又价廉”为假，则下列命题中为真的是(　　)

A.这件商品或物美，或价廉。

B.这件商品不物美也不价廉。

C.这件商品要么物不美，要么价不廉。

D.这件商品如果物美，那么价就不廉。

四、多项选择题

1.“能否理顺工资、价格的关系是改革成功的关键”，这句话在表述上是(　　　)

A.没有违反逻辑形式基本规律的要求。

B.犯有“模棱两不可”的逻辑错误。

C.违反了关于矛盾律的逻辑要求。

D.违反了关于排中律的逻辑要求。

E.犯有“自相矛盾”的逻辑错误。

2. 下列复合命题中违反逻辑形式基本规律要求的有(　　　)

A.这架飞机上所有乘客都是外国人，但也有一位中国人。

B.这架飞机上所有乘客都不是外国人，但也有一位英国人。

C.这架飞机上并非所有乘客都是外国人，但也并非所有乘客

都不是外国人。

D.这架飞机上并非有的乘客是外国人,但也并非有的乘客不是外国人。

E.这架飞机上所有乘客都是外国人,但也有乘客不是外国人。

3. 若命题 p 和命题 q 具有矛盾关系,则下列断定中违反逻辑形式基本规律要求的有(　　)

A.$p \wedge \sim q$。　*B*.$\sim p \wedge q$。　*C*.$p \vee q$。

D.$p \wedge q$。　*E*.$\sim p \wedge \sim q$。

4. 违反同一律要求所犯的逻辑错误有(　　)

A.混淆词项。　*B*.偷换词项。　*C*.转移论题。

D.偷换论题。　*E*.模棱两可。

5. 下列各复合命题形式违反排中律要求的有(　　)

A.并非有 S 是 P 并且并非 S 都不是 P。

B.并非 S 都不是 P 并且并非 S 都是 P。

C.并非必然 $\Box p$ 并且并非 $\Diamond p$。

D.$\Diamond \sim p$ 并且 $\Box p$。

E.$\sim(\sim p$ 并且 $q)$ 并且 $\sim(p \vee \sim q)$。

五、应用分析题

1. 下列各题有无逻辑错误?如有,指出它主要违反了哪条逻辑形式基本规律的何种要求?

A.我基本上完全同意他的意见。

B.价值观念是永恒的历史范畴。

C.南极沿海地带鸟的种类虽然少,鸟却很多。

D.北碚的风景区不是一天能游完的,北温泉是北碚的风景区,北温泉不是一天能游完的。

E.对于是否有外星人的问题,在科学未证实之前,我们的态度是既不肯定又不否定。

2. 综合应用题

A.小赵、小钱、小孙和小李都是某高校数学系的学生。某一天,小赵、小钱做完一道数学题后,发现答案不一样。小赵说:"如果我的不对,那你的就对了。"小钱说:"我看你的不对,我的也不对。"旁边的小孙看了看他俩的答案说:"小赵错了。"这时候,恰好班上数学成绩最好的同学小李走过来,听到了他们三人的话。小李看了看小赵、小钱的答案笑着说:"刚才你们三人的话,只有一人是对的。"请问,小赵和小钱谁的答案正确?

B.第25届奥运会足球赛经过一番激烈的厮杀,最后留下*A*、*B*、*C*、*D*四国球队进入了半决赛。球迷甲、乙、丙、丁碰巧聚在了一起,就来推测这四国中的哪个国家能在最后的决赛中获胜,从而夺取金牌。

甲说:"*A*国队在预赛和复赛中胜得艰苦,想得到金牌是不可能的。"

乙说:"*D*国队员年青气盛技术好,又有足智多谋、善于调兵遣将的教练,*D*国拿走金牌没有问题。"

丙说:"*C*国队员配合默契,全队攻守平衡,最应该拿金牌。"

丁说:"因为*D*国队员年青比赛经验不足,不能拿金牌,其他三国拿金牌都是可能的。"

后来的结果表明,四人中只有一人的推测是正确的。那么,这个人是谁?又是哪一国拿走了金牌?如果假定后来的结果是四人中只有一人的推测是错误的。那么,这个人是谁?又是哪一国拿走了金牌?

第十章　非演绎逻辑——归纳与类比

人们的思维或者是从一般到特殊、个别，或者是从特殊、个别到特殊、个别，或者是从个别、特殊到一般。这是人类在认识上的三种不同的方式。表述第一种方式的在逻辑上称为演绎推理的方式，而表述第二种方式和第三种方式的在逻辑上被分别称为类比和归纳的推理方式。本章我们分别介绍归纳推理和类比推理。

第一节　归纳推理概述

归纳推理是归纳逻辑所研究的对象。词项“归纳逻辑” 在人们的应用中通常有两个含义：一是作为一种逻辑经验，它主要涉及的对象是归纳推理；二是作为现代逻辑学的一个重要的分支，它所包含的内容除了归纳推理的系统化研究外，还包括在进行归纳推理过程中涉及的其他的科学方法，如在形式上如何使归纳推理尽可能地向形式化、公理化转换等等。由此可见，第二种含义上的“归纳逻辑” 较归纳推理在内容上要丰富得多。当然，考虑到高校教材的教学时间性或应用性，我们一般的在第一种含义上使用“归纳逻辑”。因此，我们在本节中主要介绍、讨论的是归纳推理。

1.1　归纳推理的定义及其特征

什么是归纳推理?由逻辑学的传统看法,是指表述关于思维对象的某些对象具有某种属性或者关系的命题为前提,而断定该类对象的全体都具有该种属性或者关系的命题为结论的推理。在人们认识客观世界的过程中,任一认识对象一般来说总是构成一个类,人们经常通过对这个类中个别的、某些特殊的对象的认识从而达到对该类对象的全体的认识。在逻辑上,与此相适应的,就是以表述认识对象的个别性或者特殊性知识的命题为前提,一般性知识为结论的归纳推理。例如,在人们观察树的生长过程中,发现:

松树要进行光合作用
槐树要进行光合作用
松白杨树要进行光合作用
柳树要进行光合作用
……
所以,凡树都要进行光合作用

显然,在上述推理过程中,前提中的每一个已知命题涉及的对象,都是树的外延类中的某些特殊的对象,它们所分别表达的都是关于某些特殊的树的知识,而结论涉及的则是一般的树,它所表达的是关于一般的树的相同的知识。

归纳推理的认识论基础和推理过程表明,作为结论的命题所断定的知识范围,是大于前提中任一命题所断定的知识范围的,因此,结论命题的真成为前提中任一命题为真的充分条件,而前提中任一命题的真只不过是结论为真的必要条件。所以,归纳推理只能是一种或然性推理。

归纳推理的或然性性质决定了研究归纳推理的目的,即它所

要解决的问题不再是演绎推理的形式有效性问题,而是归纳推理自身的合理性问题,或者也称结论真实的可靠性、结论真实的程度性问题。我们在归纳推理的过程中,究竟需要使用什么样的形式,这些形式究竟需要满足什么样的条件,才能使归纳推理的结论的真实性是可靠的,或者其真实性的程度更高一些。

1.2 归纳推理与演绎推理的关系

归纳推理和演绎推理的认识论基础的不相同,解决问题的不相同,在逻辑理论的发展史上曾导致两种不同的观点,即归纳万能论和演绎万能论。归纳万能论者认为,演绎推理不能提供新的知识,因为演绎推理的结论早已包含在前提之中。而只有归纳推理的结论对于推理的前提来说才是新的,所以,归纳推理才能成为逻辑学的中心。演绎万能论者却相反,认为只有通过演绎推理获得的结论才是真实可靠的,而归纳推理的结论明显的缺乏真实可靠性,因此它是无用的方法,不能成为逻辑学的中心。事实上,在认识客观真理的过程中,归纳的方法总是和科学的分析方法特别是演绎法紧密联系在一起的。恩格斯对此评论说:“归纳和演绎,正如分析和综合一样,是必然相互联系的。不应当牺牲一个而把另一个捧到天上去,应当把每一个都用到该用的地方,而要做到这一点,就只有注意它们的相互联系,它们的相互补充。”[①] 从逻辑学的角度来说,只有弄清归纳推理和演绎推理的联系和区别,才能更好地理解两者的不同特征,有利于我们的实践。

归纳和演绎推理的联系,表现在两者的相互依赖不可分割的属性上。说两者是不可分割的,是因为演绎推理离开了归纳,就不可能存在有一般性原理的前提。如果我们不断地追问演绎推理某一前提的来源,最后它必定是某一归纳推理的结果。同样地,归纳

① 恩格斯.自然辩证法.人民出版社,1971.206

推理也离不开演绎，这是因为对任何一个归纳来说，都需要采用如观察、实验等一些科学的手段，在选择这些手段之前，人们对为什么选择甲而不选择乙之类的论证就必须使用演绎的方法来进行。退一万步说，即令是归纳万能论者对“归纳中心论”的证明，使用的也是演绎的方法。

归纳和演绎推理的区别，主要表现为以下几点。首先是两者的认识论基础不相同，前者是以个别的、特殊对象的知识为前提，去推论关于一般的、普遍的对象的知识，而后者则是以关于一般的、普遍的对象的知识为前提，去推断其中个别的、特殊的对象的知识。在推理的思维方向上，我们简单地称前者是由个别、特殊到一般的推理，而后者是由一般到个别，特殊的推理。

其次，是前提命题和结论命题所断定的知识范围不相同。归纳推理的前提命题所断定的知识范围，一般来说是小于其结论命题所断定的知识范围的，而演绎推理却恰好相反，其前提命题所断定的知识范围，总是大于结论命题所断定的知识范围。由此可见，归纳推理的结论命题为真，是前提中每一个已知命题为真的充分条件，而前提中每一个已知命题的真，仅仅是其结论命题真的必要条件。而演绎推理前提命题的真，却总是结论命题真的充分条件，结论命题的真，仅仅是前提命题真的一个必要条件。

最后，是作为推理形式，两者的性质不相同。既然归纳推理的结论命题为真，是前提中每一个已知命题为真的充分条件，而前提中每一个已知命题的真，仅仅是其结论命题真的必要条件，因此，当其前提命题都真时，其结论并不必然地真，其结论对其真实的前提来说仅仅是可能的，逻辑上称这样的推理为或然性推理。而既然演绎推理前提命题的真，是结论命题真的充分条件，因此，当演绎推理的前提命题为真时，其结论命题的真就是必然的了，逻辑上因此称演绎推理为必然性推理。

1.3　归纳逻辑的产生和发展简介

古希腊逻辑学家亚里士多德，在其逻辑著作中曾涉及过某些归纳理论的问题，但他是把归纳推理作为直言三段论推理的一种特殊的情况来处理的。归纳推理真正的成为逻辑学的重要内容，应该是始于17世纪。

17世纪左右，英国正处于工业革命爆发的前夜。挣脱传统观念的束缚，追求新的认识方法以开阔眼界、开阔思想，从而去获取对自然更新、更多的知识，成为学者们一时的风尚。英国哲学家、逻辑学家佛兰西斯·培根(*Francis Bacon*，1561年～1621年)顺应历史潮流，在对传统的即亚里士多德逻辑的批判基础上，提出了归纳逻辑的思想。1620年，在他所发表的《新工具论》一书中，他详细地论述了他的以“三表法”和“排斥法”为基础的归纳方法，从而奠定了古典归纳逻辑的基础。后来，经过英国数学家、逻辑学家惠威尔(*William Whewell*，1794年～1866年)等人的继续努力，到19世纪，由英国哲学家、逻辑学家穆勒(*John Stuart Mill*，1806年～1873年)著成《逻辑体系》一书。在该书中，他全面系统地表述了探求因果关系的5种方法，并把归纳逻辑完全纳入了传统逻辑体系之中。

自20世纪30年代以来，对归纳逻辑的研究有了新的发展。人们除了在古典归纳逻辑的意义上去继续寻求从经验事实中推出相应的普遍原理的逻辑方法之外，更主要的是试图运用公理化、形式化和概率论的方法，对归纳推理或归纳方法进行研究。由于归纳推理本身形式上的多样性，也由于人们对概率的解释在理论上的分歧性，现代归纳逻辑基本上是本质不同的多种系统同时并存的。

1.4　归纳推理的分类

由于现代归纳逻辑基本上处于本质不同的多种系统同时并存

的状态，因此，它不是本教材所要介绍、讨论的对象。本教材仅以古典归纳逻辑为对象，在此意义上，把归纳推理首先依据在前提中，已知命题所断定的，是否涉及结论命题主项外延类中的全部元素，分为完全归纳推理和不完全归纳推理两类。对不完全归纳推理，又依据得出结论的根据，分为简单枚举法和科学归纳法。以下，我们来分别介绍这些方法。

第二节　完全归纳推理

2.1　完全归纳推理及其特征

完全归纳推理，是在前提中的各已知命题所断定的对象之和，恰好等于结论命题主项的外延的归纳推理。例如，在证明三段论规则“两特称前提推不出结论”时采取的证明方法，即：

(1) 大前提特称肯定并且小前提特称肯定……是推不出结论的；

(2) 大前提特称肯定并且小前提特称否定……是推不出结论的；

(3) 大前提特称否定并且小前提特称肯定……是推不出结论的；

(4) 大前提特称否定并且小前提特称否定……是推不出结论的；

所以，两特称前提推不出结论.

在上述证明过程中，结论主项“两特称前提”的外延，恰好是前提中 4 个已知命题主项外延之和，并且推理是由肯定个别、特殊到一般、普遍的推理，所以，上述推理就是一个完全归纳推理。又如，科学家对命题“太阳系的行星都是以椭圆形轨道绕太阳运转

的”的推断,即:

1.水星是以椭圆形轨道绕太阳运转的
2.金星是以椭圆形轨道绕太阳运转的
3.地球是以椭圆形轨道绕太阳运转的
……
9.冥王星是以椭圆形轨道绕太阳运转的
所以,太阳系的行星都是以椭圆形轨道绕太阳运转的

显然,这一推断使用的推理方法是归纳推理,并且前提中9个已知命题主项外延之和,由科学证明正好等于结论主项的外延,所以,它还是一个完全归纳推理。

完全归纳推理的形式可以由符号一般的表示如下:

S_1——P
S_2——P
S_3——P
…………
S_n——P
$S_1 \cdots Sn$ 是 S 类的全部元素

∴ S—P

完全归纳推理的形式,反映了它的两个重要的特征。第一,在前提中必须考察某类事物的全部对象,即结论中主项的全部外延。当然,考察的方式可以是灵活多样的。如在上述第一例中,把考察落实到结论主项外延类中每一个元素上是一种方法,但把前提中的(1)和(4)作为一类:即都是直接违反一般规则的;把(2)和(3)

作为一类;证明其是间接违反一般规则的,同样可以达到推理的结论。第二,结论所断定的知识范围,恰好等于前提所断定的知识范围。就第二个特征,对完全归纳推理形式的性质在归属上存在有一些争论。有的学者认为,既然完全归纳推理的结论所断定的知识范围没有超过前提所断定的知识范围,所以,完全归纳推理应该属于演绎推理,或者至少是演绎推理在归纳形式中的体现。这种观点实际上是不能成立的。除开思维方向上的特点不说,但就形式上而言,完全归纳推理实际上是依赖于科学能力本身的发展,对客观事物的观察所带来的广度和深度而言的。当科学的发展使"$S_1 \cdots S_n$是S类的全部元素"不真时,"$S—P$"也就可能不会有真的值。这表明,完全归纳推理的结论对其前提来说,并不依赖其形式而就具有必然性。但演绎推理形式却不然,无论科学本身的能力是如何地发展,其结论对于形式来说必然性是不会改变的。

完全归纳推理的两个特征,在应用中被引用为推理中的两个规则,即:一是前提中出现的每一个命题,都必须是真实的;二是前提中的考察,必须穷尽被推断事物类中的每一对象,即结论主项外延类中的每一个元素。

2.2 完全归纳推理的局限

完全归纳推理虽然就科学的现实条件来说,是一种极为可靠的推理方式,但究其推理规则二,却不可避免地包含有两个致命的弱点。首先是当被推断的事物类中的元素为无穷数时,显然不具备使用完全归纳推理的条件。退一步说,即令被推断事物类中的元素是有限数,但当这个数较大时,也只能是理论上适用于但实际上不适于完全归纳推理。其次是,即令被推断事物类中的元素有限并且数量不大,但我们对其每一个别元素的观察、实验是带有破坏性时,显然也不适宜使用完全归纳推理。例如,对兵工厂产品炮弹的检验,倘若使用完全归纳推理,当我们的前提命题都已经通过实验

肯定的获得时,结论事实上已经不是很重要的了。

完全归纳推理在应用上的局限性,可以用另外的推理方法去弥补,这就是下面所要介绍的不完全归纳推理。

第三节　不完全归纳推理

3.1　不完全归纳推理及其分类

不完全归纳推理,是在前提中的各已知命题所断定的对象之和,少于结论命题主项的外延的归纳推理。或者可以说,是以被推断事物外延类中部分元素具有属性 P,去推断外延类中所有元素都具有属性 P 的归纳推理。例如,前面所提到的:

松树要进行光合作用
槐树要进行光合作用
白杨树要进行光合作用
柳树要进行光合作用
……
所以,凡树都要进行光合作用

就是一个不完全归纳推理。它是以树的外延类中的松、槐、柳和白杨这些特殊类的树要进行光合作用,从而推断树的任一外延即所有的树都要进行光合作用。

不完全归纳推理在人们的实践中,是一种使用非常广泛的推理形式。例如,一些重要的科学原理如"野生动物之间都保持有一定的警戒距离","超声波照射种子能促进植物的生长并促进产量的增加"等等。一般来说人们的许多的生活经验,粗略地说,都是

不完全归纳推理的结果。

不完全归纳推理依据得出结论的根据，即是“没有反例”还有“科学的分析”又被分为两种，即简单枚举法和科学归纳法。

3.2 简单枚举法

简单枚举法是在观察、实验等经验认识的基础上，由被推断事物外延类中部分元素具有属性 P，并且在观察、实验中没有出现过反例，从而去断定该事物外延类中的所有元素都具有属性 P 的归纳推理。上述关于“凡树都要进行光合作用”的推理，使用的就是简单枚举法，而在物理学中的牛顿万有引力定律“宇宙中任何两个物体之间相互吸引”最初的得出，使用的依然是简单枚举法。

简单枚举法的形式可以由符号一般的表示如下：

S_1——P

S_2——P

S_3——P

……

S_n——P

……

$S_1 \cdots S_n$ 是 S 类的部分元素，并且在观察实验中没有反例

∴ S—P

简单枚举法是以在考察队对象类的部分元素中没有发现、遇到相反的情况为依据来推出结论的，但这样的依据在理论上是没有说服力的。对于元素无限多的对象类，某人的考察没有发现例外，并不意味着他人也不会发现例外，考察队的当时没有发现例外，也不能意味着以后没有发现例外。例如，欧洲人通过对本洲、对

非洲、对美洲等地天鹅的考察,遇到的都是白色的,于是推断“天鹅都是白的”,它也较长时间地支配了人们对天鹅的认识。但后来在奥洲沿海的考察中发现了黑色的天鹅,证明了原来的推断是错误的。理论和事例都表明,简单枚举法的结论对于前提来说并不具有必然性,因此,简单枚举法推理在性质上只能是一种或然性推理。

然而,虽然简单枚举法的结论对其前提来说不具有必然性,但在实践中(尽管不是在科学的理论构建中),它因其推理方式的初级、简单性,却是一种被广泛使用的推理方式。既然如此,考虑如何提高其结论的真实性程度,使其结论的真更为可靠一些,就是非常有必要的了。

传统逻辑学认为,要提高简单枚举法结论的真实性程度,应当做好两方面的工作。第一,要尽量地多考察一些个别的、特殊的对象,或者说在对个别对象的考察过程中,应当尽量地扩大考察的范围。这是因为结论主项外延类中被考察的对象,在具有属性 P 上一致的情况越多,结论的真实性程度也就越高,结论真也就越可靠。第二,在对结论主项外延类的考察过程中,要尽量地去寻找相反的事例,但如果确实从各个角度都不能发现有例外,则结论的真实性程度也就越高,结论真也就越可靠。这是因为,归纳推理的结论一般来说都是全称命题,所以在前提命题的考察过程中只要发现有一个反例,就足以说明这个全称命题的矛盾命题是真的,也就否定了这个全称命题即结论的真实性。反之,如果在前提命题的认真考察过程都不能发现有相反的事例,断定结论的真是符合人们对事物的认识规律的。

其实,就上述两个方面来说,第二方面才是最为重要的。因为当结论主项的外延类元素无穷多时,无论我们如何增加被考察对象的数量,扩大被考察对象的范围,从逻辑上说,对结论的真都是无济于事的。因为有限的量、有限的范围对于无穷来说,都不过是沧海一粟,对结论为真的决定来说,是无关紧要的。第二方面的要

求则不同，当我们特别地，从各个方面都不能寻找出一个与结论矛盾的事例时，断定结论为真至少符合人们的认识规律，符合人们当前的认识水平，使命题具有“现实真”的特点。并且，由此而论，传统逻辑学关于第一方面的要求，最终也只能是为第二方面的要求服务的：尽可能地去增加考察对象的数量和扩大其范围，就是尽可能地去发现是否有相反的事例。

在传统逻辑学中，在使用简单枚举法时，违反上述两个要求，轻易得出错误结论的，被称为犯有“轻率概括”的逻辑错误。例如，有的同学一两次没有做好逻辑学作业，就认为自己学不好逻辑，从而动摇了学习逻辑的信心，这在推理上就犯了“轻率概括”的逻辑错误。没做好逻辑作业的原因是多方面的，一次两次没做好，是不能证明学不好逻辑的，只要努力，就能掌握好逻辑。

在科学研究中，通过观察、实验，应用简单枚举法推理所获得的结论，一般可以形成初步的假说。当然，这种假说的证实还是证伪，还有待于其他的认识和推理的方法。

3.3 科学归纳法

科学归纳法是在观察、实验等经验认识的基础上，通过科学的分析，由被推断事物外延类中部分元素同属性 P 具有内在联系，从而去断定该事物外延类中的所有元素都具有属性 P 的归纳推理。例如，长期生活在又咸又涩的海水中的鱼，它们的肉却不是咸的，这是为什么呢？科学家为此考察了一些生活在海水中的鱼，发现它们虽然在体形、大小、重量、种类等等方面有不同，但在它们的鳃片上都有一种能排盐分的特殊构造，叫做“氯化物分泌细胞组织”，科学家又考察了一些生活在淡水中的鱼，发现它们虽然也在体形、大小、重量、种类等等方面有不同，但在它们的鳃片上都没有这种“氯化物分泌细胞组织”，由此看来，具有“氯化物分泌细胞组织”是鱼在海水中长期生活而肉不咸的真正原因，或者说，“氯化物分泌细

胞组织”和海水中生活的鱼肉不咸有内在的联系。

科学归纳法的形式可以由符号一般的表示如下：

S_1——P

S_2——P

S_3——P

……

S_n——P

……

$S_1 \cdots S_n$是S类的部分元素，并且同属性P都有内在联系，

$\therefore S$—P

上述事例由此形式可以整理为：

海水鱼甲的肉是不咸的

海水鱼乙的肉是不咸的

海水鱼丙的肉是不咸的

……

海水鱼甲、乙、丙是海水鱼的一部分，它们在鳃片上都有一种能排盐分的特殊构造，叫做“氯化物分泌细胞组织”，因而使海水鱼的肉是不咸的

所以，海水鱼的肉都不是咸的

科学归纳法同简单枚举法一样，都是通过结论主项外延类中部分对象具有属性P，去推断全部对象都具有属性P，因此，它们都属于或然性推理。但科学归纳法和简单枚举法又有较大的差别，这主要表现在：第一，推出结论的依据不相同。科学归纳法除了以

经验事实为依据，除了在观察、实验的过程中没有发现反例外，更主要地是以科学的分析为依据。因此，科学归纳推出的结论，是人们认识了事物内在联系的结果，对这样的结论，人们不但知其然，而且知其所以然。但使用简单枚举法所推出的结论，仅仅反映了事物表象之间的联系，不能揭示这种联系的根本原因。第二，简单枚举法对前提中所涉及的经验事实有数量或者范围的要求，希望通过在数量更多或者范围更大的观察、实验中不会出现反例，以保证结论的真实性。而科学归纳法则不然，前提中所涉及的经验事实的数量或者范围对科学归纳法结论的真实性是意义不大的，这正如恩格斯所说："蒸汽机已经最令人信服地证明，我们可以加进热而获得机械运动。十万部蒸汽机并不比一部蒸汽机能更多地证明这一点"。[①]科学归纳法要求的是前提中被考察对象的一般性，而数量、范围都不是主要的。最后，科学归纳法同简单枚举法在结论上真实的可靠性程度也不同。虽然它们都是或然性推理，但科学归纳法的结论在真实性上比简单枚举法推出的结论要可靠得多。

在人们的认识实践中，科学归纳法是一种非常重要的方法。人们去探求事物的规律、本质，把对事物的感性认识提高到理性的认识，通常都离不开科学归纳法。尤其是在自然的科学研究中，人们通过观察、实验，应用科学归纳法推理所获得的结论，一般经过补充、修改等等，都可以形成较为成熟的假说。

第四节　探求因果联系的五种方法

探求因果联系五法，可以看成是科学归纳理论的一种深入。科学归纳推理得出结论的依据是通过科学的分析，寻找被研究对象

① 自然辩证法.马克思恩格斯选集：三卷.549

和属性 P之间的内在联系。而自然界本身就是一个有内在联系的统一体,其中,各种现象都是紧密联系在一起的。它们相互依赖,互相制约。如本质和现象,内容和形式,偶然与必然,原因与结果等等。这些种内在联系中,因果联系是一种具有普遍意义的、十分重要的联系。在本节中,我们就从形式上来介绍寻求因果联系的五种基本方法。

4.1 现象间的因果联系

什么是事物或者现象间的因果联系呢?因果联系是客观事物普遍联系和相互作用的形式之一。在一连串相互联系的现象中,如果由于某一现象 A 存在,一定会引起另一现象 B 的存在或者发生,则称前一现象 A 是后一现象 B 的原因,并把现象 B 称为现象 A 的结果,一般地称现象 A、B 之间存在因果联系。例如,日照的长短变化和候鸟的迁徙是两个相互联系的现象,每当日照的时间变到某一个固定的长度时,候鸟就会进行迁徙。因此,日照时间的变化就是候鸟迁徙的原因,而候鸟的迁徙就是日照时间变化的结果。事物之间的因果关系是错综复杂的,寻求因果联系当然也是一个复杂的过程,为此,我们需要首先对因果联系的性质,一般表现形式作一个了解。

辩证唯物主义认为,世界上出现的任何一个现象都是有产生它的原因的,而任何一个原因,也总会有它的结果。客观世界是一个有机联系的整体,任何现象都只能是这个有机联系的整体中的现象。有些现象看上去好像没有原因,这只不过是它的原因还没有被发现而已,而有些现象看上去好像没有产生相应的结果,其实这也只不过是它的结果或者还在产生的过程之中,或者是结果还没有被人们发现罢了。大到天体的运行,小到原子的聚散,一叶的偶然飘落,生物类群的繁衍滋生,无不是没有原因的。客观世界中的因果联系是错综复杂的,在某种链条中的因,或许就是另一链条中

的果;或者相反,此时此地的果,却又恰好是彼时彼地的因。因果转换,因果相互关联。逻辑学从自己的工具性出发,仅关注下述对各门具体科学都有应用意义特点:

首先,因与果在时间上总是具有先后相继性的。因在时间上是在先的现象,果是时间上发生在后的现象,因此,在时间上我们总是在先行的事物情况中去寻找被研究现象的因。但与此同时,我们也特别地要防止以时间的先后去判定因果联系的逻辑错误。

其次,因与果的联系具有确定性。虽然因果链条是复杂的,但对任何一条具体的链条来说,因都必然地从两个方面确定着果,即相同质的因确定着相同的果,相同量的因确定了相同的果。这意味着,当同一因的质或者量发生变化时,其原本相应的果也要发生变化。

最后,因与果的联系在方式上也是复杂多样的。通常表现为一因一果,一因多果,多因一果和多因多果。

客观世界中的因果联系是错综复杂的,对因果联系的寻求也是错综复杂的。人们在长期的认识实践中,根据因果联系的一般规律特别是上述特点,逐步形成了一些确定因果联系的逻辑方法,这首先表现为由近代英国逻辑学家穆勒(*John Stuart Mill*,1806～1873)所总结的五种归纳方法,即"穆勒五法"。下面,我们来逐一介绍这些方法。在下述考察过程中,对个别事物的每一次考察都相应地称为一个"场合",而在每一个场合中,使得被研究现象 a 出现的每一个可能的原因都称为一个"先行情况",分别记为 A、B、C 等等。

4.2 求同法

求同法又称为契合法。求同法的基本内容是:在被考察、被研究的现象 a 出现的若干个场合中,只有一个先行情况是相同的,那么,这个相同的先行情况可以判定为被研究现象 a 的原因。例如,

在科学的发展上，本生用本生灯对“钠使火焰变黄”的推断就是如此。本生灯的火焰本来是无色的，但加入食盐、碳酸钠、或者硫酸钠都会使火焰变黄。但在这三种物质中，只有含钠这一点是相同的，其余成分都不同，故本生可以由此推出结论来。

求同法在结构上可以用下面的形式来表示：

场合	先行情况	被研究现象
1	A、B、C、D……	a
2	A、D、F、G……	a
3	A、C、H、K……	a
…	A、……	a

所以，A 是 a 的原因。

如我们以科学上对命题“阳光照射密集水珠是虹产生的原因”的推断为例：

场合	先行情况	被研究现象
1	雨过天晴，空气湿润，阳光照射湿润的空气；	天空中出现彩虹。
2	飞瀑奔泻，湿气蒸腾，阳光照射湿润的空气；	天空中出现彩虹。
3	喷雾器喷射，空气中水珠密集，阳光照射；	水珠密集处出现彩虹。
…	……	……

所以，阳光照射密集水珠是虹产生的原因。

求同法的特点是异中求同。它依赖于在被研究现象 a 出现的若干场合中，只有一个先行情况相同而其余的情况都不同。求同法的这一特点，也带来了求同法在应用中的局限性，即它是必须在具有一个以上的观察、实验场合的前提下才能使用的方法。

作为科学归纳法的一种表现形式，求同法的结论对其前提来说，只能是或然的。就具体的方法来说，它不能保证我们在前提各场合的分析比较中不犯错误。在人们的认识过程中，表述形式不同的先行情况，其表述的内容却可能在本质上是相同的，而表述内容相同的先行情况，同被研究的现象 a 也可能是毫不相干的，这些现象，都不是求同法本身所能够排除的。如有一则笑话：

> 说某人第一天喝了竹叶青，吃了花生米和糖醋鱼，结果醉了；第二天喝了五粮液，吃了花生米和炒肉片，还是醉了；第三天喝了贵州茅台，吃了花生米和烤鸡，结果也醉了。于是某人根据求同法，推出吃花生米是他醉酒的原因。

这当然只是一则笑话，但它的确也表明，求同法只能是探求因果关系的一种初步的方法，在运用中必须配以科学的分析，才能求出被研究现象 a 的真正原因。

在使用求同法确定因果联系时，为了提高结论的真实性程度，我们应当注意以下两个方面。第一，尽可能地多考察一些场合，场合越多，先行情况中那个相同情况作为被研究现象 a 的原因就越可靠。第二，除开各场合中的那个相同的情况外，要科学地分析是否还有其他的共同情况，以肯定不同先行情况的非决定作用，而突出相同情况对被研究现象 a 的决定作用。

4.3 求异法

求异法又称为差异法。求异法的基本内容是：在被考察的两个

场合中，只有一个先行情况是不同的，其余都相同，并且，当这个不同的先行情况出现时，被研究、被考察的现象 a 出现，否则 a 不出现，那么，可以断定，这个不同的先行情况是被研究现象 a 的原因。例如：

某人曾饲养了一只主翼残缺的小母鸡，却发现这小鸡较其他肢体健全的小鸡来说长得更快，更大一些。尤其是产卵后，产卵的数量比其他的鸡多，鸡蛋的重量也比其他鸡的重。这一事实为科学研究人员知道后，科学研究工作者做了一个实验：他们把一批同样大小的小鸡随机地分为两组，甲组的小鸡全部把主翼剪断，乙组的保持自然状态，然后把两组小鸡放在一起，在相同的条件下进行饲养。100 天后，甲乙两组鸡的肉重量比是 1 477.5 克比 1 397 克；而鸡脯肉重量比是 199.5 克比 170.9 克。产卵后，甲乙两组鸡的蛋重比是 60 克比 47 克，并且甲组鸡产卵数远远地多于乙组鸡。这一分组实验表明，“剪断小鸡主翼，是使小鸡快速生长并且多产蛋的原因”，这里所使用的，就是求异法推理。

求异法在结构上可以用下面的形式来表示：

场合	先行情况	被研究现象
1	A、B、C、D……	a
2	/ B、C、D……	/

所以，A 是 a 的原因。

求异法的特点是同中求异。它要求在被研究现象 a 分别出现

和不出现的两个场合中，只有一个先行情况不同而其余的情况都相同。求异法的这一要求在被研究现象 a 处于自然状态的条件下是很难实现的，因此，它更主要的是一种在人工的控制下，以实验为基础来推理认识事物的方法。例如：

> 贝克勒尔对“铀钾硫酸盐可以使照片底片感光”的认知。他把照相底片用不透光的黑纸包好，放在实验室的柜中，柜子里还有一些其他的物品，但后来他却发现照相底片感光了。那么，是什么东西使底片感光的呢？为此，贝克勒尔重新一次又一次地在柜子里放入新的底片，并每次也相应地从柜子里取出一样东西。当取铀钾硫酸盐时，他观察到底片不再感光，于是他推出了上面的结论，这一推理过程，就是求异法的过程。控制好观察、实验的两个场合，使得相同的每一个先行情况都分别真正地相同，排除掉其他可能的干扰因素，以突出那个惟一的、不同的先行情况的决定作用。而要排除掉其他可能的干扰因素，一般来说，就只能在人们的实验状态下才能完成。

与求同法相比，求异法的优点在于：求同法更主要的是在被研究对象处于自然状态下人们进行观察的方法，而求异法则主要是在被研究对象处于人为的严格控制状态下进行实验的方法，因此，对所推出的结论来说，由于求同法所受到的其他不确定因素的干扰多一些，而求异法受到的其他不确定因素的干扰少得多，故求异法的结论的真实性较求同法可靠得多。并且，由于求异法两个场合的先行情况中，只有惟一的一种先行情况不相同，其余的都相同，因此，不具有那个惟一不同的先行情况的场合，事实上是为被推测的研究现象 a 的原因做了一个反证，这也表明，求异法结论的真实性较求同法更为可靠。

尽管求异法结论的真实性较求同法更为可靠，但它依然是一

种或然性推理,因为人们在实验、分析的过程中不能绝对地避免错误。这就要求我们在运用求异法时,注意方法的各个环节,主要表现在以下几个方面:

首先,要注意两个场合的先行情况中,不相同先行情况的惟一性要求。如果两个场合的先行情况中,不相同先行情况并不惟一,而恰好被我们所忽略的某些现象才是 a 的真正原因,那么,推出的结论就一定是错误的。例如:

> 英国某生理学家对"生理盐水可延长心脏的跳动时间"的认知。他长期在实验室进行青蛙的心脏离体实验,每一次都是他把从青蛙体内摘得的青蛙心脏,放入助手事先准备的蒸馏水中,观察其能继续跳动的时间。但有一次,他发现青蛙的心脏在水中跳动的时间竟然是平常一般情况的四倍。他仔细地检查了自己的实验情况,觉得没有什么情况与往日不同,除开青蛙正生长在秋天这一点外。于是,他得出"秋天生长的青蛙心脏离体后继续跳动的时间较长"。但不久,他就发现这一结论是错误的,因为其他的也是秋天的青蛙并不具有这一特征。并且在检查实验条件的过程中发现,那一次助手在准备蒸馏水时由于时间来不及,因此使用的是自来水,而正是自来水中的盐,使得青蛙心脏延长了跳动的时间。

其次,在发现了两个场合的那个惟一不同的先行情况后,也不应当匆忙地下结论,而应当首先把包含在那个惟一不同先行情况中和被研究现象无关的因素加以清除,否则,我们的结论仍然是不清楚不准确的。如在上述关于青蛙心脏的分析中,自来水中肯定还有其他多种多样的物质,因此是自来水还是生理盐水,对促进、延续心脏的跳动在意义上最终肯定是有区别的。

最后,在发现了两个场合的那个惟一不同的先行情况后,即令

它是被研究现象的原因,也不应当匆忙地下结论,而应当进一步地分析,它是被研究现象的全部原因还是部分原因。当然,这一要求不是求异法推理方法本身的问题,而是在运用中如何找出被研究现象的全部原因的问题,它不是求异法就能解决的问题,在此不必赘述。

4.4 求同求异并用法

求同求异并用法又称为契合差异并用法。在讨论具体内容之前,为了叙述上的方便,我们先定义两个词项,即“正事例组”和“负事例组”。所谓正事例组是指由被研究现象 a 都出现的若干个场合所构成的一个命题组;而所谓负事例组则是指由被研究现象 a 都不出现的若干个场合所构成的一个命题组。

那么,什么是求同求异并用法呢?求同求异并用法是指,在正事例组的各个场合中,都有一个相同的先行情况 A 出现,而在负事例组的各个场合中,都没有那个相同的先行情况 A 出现,那么,可以断定,A 是被研究现象 a 的原因。求同求异并用法是在科学研究中经常使用的方法。例如:

> 青霉素从被发现到临床运用,其中间就经历了一个求同求异并用推理的过程。青霉素被发现后,它对各类病菌如链球菌的致命杀伤性是明显的,但问题是,当它被临床应用时,它还具有这样的作用吗?并且,当它被临床应用时,它是否导致其他的负作用?这些都是在应用前所必须考虑的。美国的一位病理学家做了这样一个观察实验:他把 50 只健康的小白鼠都注射了可致命的链球菌,然后随机地分为两组,每组 25 只。甲组每只小白鼠都每隔 3 小时注射一次青霉素,而乙组小白鼠保持自然状态。结果,甲组小白鼠除一只在第一次注射了青霉素不久后死亡以外,其他的都在 24 小时后恢复了健康。乙组

小白鼠在24小时后无一例外地全部死亡。而在随后的分析中,他发现甲组中那只死掉的小白鼠表明,某些生命个体对青霉素来说,是存在过敏反映的。于是他得出结论,对青霉素无过敏反映的生命个体来说,青霉素在临床上是完全有效的。

在结构上,求同求异并用法可以用下面的形式来表示:

场合	先行情况	被研究现象
1	A、B、C、D……	a
2	A、D、F、G……	a
3	A、C、H、K……	a
…	A、……	a
(1)	/、B、M、N……	/
(2)	/、M、O、P……	/
(3)	/、R、S、T……	/
…	/、……	/

所以,A是a的原因。

在上述形式中,由1～3等构成正事例组,而由(1)～(3)等构成负事例组。从构成形式上容易看出求同求异并用法的特点,即所谓的“两求同一求异”。两求同是指,在正事例组中,用求同法可知,先行情况中的A是被研究现象a的原因。而在负事例组中,用求同法也可知,没有先行情况中的A是被研究现象a不出现的原因。同时,正负两事例组分别构成了求异法的两个场合,对其使用求异法推出A和a之间的因果关系。我们通常把“两求同一求异”称为求同求异并用法的三个步骤。

求同求异并用法在推理过程中虽然既使用了求同法,又使用

了求异法,但它和求同求异相继应用的方法是不相同的。求同求异相继应用是在对正事例组使用求同法的基础上,由去掉正事例组中每一个场合中那个相同的先行情况 A 所构成的那些相应场合,组成负事例组,在形式上表现为:

场合	先行情况	被研究现象
1	A、B、C、D……	a
2	A、D、F、G……	a
3	A、C、H、K……	a
…	A、……	a
(1)	/、B、C、D……	/
(2)	/、D、F、G……	/
(3)	/、C、H、k……	/
…	/、……	/

所以,A 是 a 的原因。

从上面的形式表达中可以看出,形式上求同求异相继应用法的负事例组和并用法的负事例组是有差别的。相继应用法的负事例组中的每一个场合,都是在其正事例组中的相应场合中去掉那个相同的先行情况,而其他的先行情况保持不变来构成的;并用法则不然,负事例组的每一个场合除开没有那个相同的先行情况外,其他的先行情况可以是任意的。由此可见,相继应用法的特点严格地说是先求同再求异,即在正事例组中求同,然后对正事例组的每一个场合使用求异法,这后一步骤可以说实际上是对前一步骤的验证。正因为如此,求同求异并用法才被称为一种独立的方法。

与求同法和求异法等相比,求同求异并用法的优点在于:它同时兼有求同法和求异法的优点,但由于在求同求异的过程中它涉

及的范围更大,反映的实际情况更为客观,因此,它的结论应当说更为可靠。

尽管求同求异并用法的结论更为可靠,但它依然是一种或然性推理。因为人们在求同求异的过程中不能绝对地避免错误。这就要求我们在运用求同求异并用法时,注意方法的各个环节,主要表现在以下两个方面:

一是在正事例组中,要求包含的场合应尽可能地多一些,涉及的范围尽可能地宽一些,以尽可能地排除偶然的因素。当然,即令是出现了个别的偶然现象,也不能简单地放弃,而应当对此进行认真地分析,从而在条件上对被研究现象的出现做出较为准确的限制。

二是在负事例组的各个场合中,先行情况除开那个在正事例组中相同的 A 外,其他的先行情况,应尽量选择与正事例组中各相应场合较为相似甚至相同的先行情况,通过这样的比较,更有利于说明先行情况 A 的决定作用,结论的可靠性程度也才能更高。

4.5 共变法

探求因果联系的另外一种重要方法是共变法。它的基本内容是:如果在被研究现象 a 发生某种程度的变化的各个场合中,只有一个先行情况有量的变化,而其他先行情况都不变,那么可以断定,这惟一发生变化的先行情况与 a 有因果联系。

共变法的理论依据是建立在因果之间的量也会相互制约的基础之上的。而量是人们认识世界的一个重要的范畴,因此,共变法为人们在科学研究中去寻找因果联系具有重要的意义和广泛的应用价值。例如:

> 某农科所曾做过这样一个实验:把一片条件相同的农田分为三块,然后栽植同样的水稻,以后的各种管理,除开在施

用氮肥的数量上有区别外，其余的都相同。结果，在水稻收获以后的统计中发现，按每亩施氮肥5公斤的，亩产水稻600公斤；按每亩施氮肥6公斤的，亩产水稻700公斤；按每亩施氮肥7公斤的，亩产水稻800公斤。于是，该农科所得出结论：多施氮肥可以提高水稻的产量。

共变法在结构上可以用下面的形式来表示：

场合	先行情况	被研究现象
1	A、B、C、D……	a
2	$A1$、B、C、D……	a_1
3	$A2$、B、C、D……	a_2
4	$A3$、B、C、D……	a_3
…	An、……	a_n

所以，A是a的原因。

质变和量变是人们认识客观事物的一对重要的范畴，共变法是从量的角度去观察认识事物的，人们确信，任何事物所以会出现量变，必然是其原因发生了量的变化。

共变法的这一特点，决定了共变法仍然是一种或然性推理，因为在人们观察、认识事物的过程中难免有失误的出现。例如：

人们在长期观察雷鸣和闪电的过程中，总是发现闪电在先，雷鸣在后，并且，闪电越强，雷鸣越响，于是认为闪电是雷鸣的原因。

这当然是错误的。其实雷鸣和闪电都是积雨云层摩擦相撞的结果。

为了提高共变法的结论的可靠性程度，在运用该法的过程中应当注意以下事项：首先，与被研究对象 a 发生共变的先行情况只能是惟一的。在每次运用时，都应当认真地检查其他的先行情况是否有可能引起 a 的变化，而集中检查一个能引起 a 变化的先行情况，才能准确地说明该现象是如何地导致 a 的变化的。其次，应当注意共变关系的一些性质。例如，共变一般来说都不会是无限制的，因此应当注意共变的极限位置；同时，共变在方向上也可能有两种趋势，即同向共变和反向共变。特别是在某个方向上的共变达到极限位置时，就可能转变为反向的共变。并且，在共变的过程中，有的共变是单向的，但有的共变却可能是双向的。要准确地探求因果联系，共变联系的这些性质都是我们应当把握的。

4.6 剩余法

剩余法是利用排除的方法，去确定被研究现象的某一构成因素的原因。在人们认识事物的过程中，如果已知被研究现象是由多个因素构成的，并且也知道引起被研究现象的原因也是多个因素构成的，那么，如果已确认原因中的部分构成因素是结果中部分构成因素的原因，则可以推断，原因中剩余的构成因素是结果中剩余的构成因素的原因。例如：

> 在海王星还没有被发现的时候，天文学家发现天王星的实际运行轨道同人们所计算出来的轨道在四个点上发生有偏差。科学家依据已知的天文事实，确定了三个点上的偏差是由已知的三颗行星的引力造成的，于是推断第四点的偏差一定是由某颗尚未观察到的行星引起的。后来的科学家计算了能够引起这样的偏差的行星所应该在的位置。1846 年 9 月 23 日，德国柏林天文台在与计算结果相差不到 1 度的地方发现了一颗新的行星，即今天的海王星。

在结构上，剩余法可以用下面的形式来表示：

由因素 A、B、C、D 构成的先行情况与由因素 a、b、c、d 构成的被研究现象有因果联系，现已知：

A 是 a 的原因
B 是 b 的原因
C 杀 c 的原因
所以，D 是 d 的原因

剩余法是建立在利用余果求余因的基础之上的，因此，它只用于研究复合现象之间的因果关系。并且，运用剩余法探求原因时，必须首先知道某一复合现象中部分现象的原因，因此，一般来说，在探求复合现象之间的因果联系时，一开始不能使用剩余法，它必须以使用其他的方法求出部分因果联系为前提条件。

剩余法同样是或然性推理方法，其结论对前提来说并不具有必然性。既然如此，为了提高其结论的可靠性程度，在运用剩余法时，下面的事项是应该注意的：

首先，应当准确地排除掉已确立了具有因果联系的部分。它包括，应用其他探求因果联系的方法准确地确定两复合情况中部分因素之间的因果联系。在确定排除之前的这一工作是非常复杂的。两复合情况中部分因素之间的因果联系是一一对应的，这固然十分理想。但因果联系的复杂性、方式的多样性并不保证如此理想的状态就一定是事实。但是，无论这些情况如何复杂，只要被排除的果和被留下的因之间、被留下的果和被排除的因之间没有因果关系，那么，排除工作就可以进行下去。

其次，是作为原因的复合现象的剩余因素，同作为结果的复合现象的剩余因素之间，可能仍然不是一因对一果的关系，即可能依

然是复合的关系，这就需要我们具体问题作具体的分析。例如，居里夫妇在沥青铀矿中提炼出铀元素以后，发现残存的沥青铀矿中仍然有放射现象，而且在能量上比铀元素的放射更强。由此，他们首先排除了铀是这些放射现象的原因，在其后的分析、实验中，在残存沥青铀矿中他们提炼出两种未曾发现的元素，即钋和镭。正是钋和镭两种元素所放射的能量这一复合情况造成了残存的沥青铀矿有比铀元素更强的能量放射现象。

最后，如果被排除的果和被留下的因之间、被留下的果和被排除的因之间存在因果关系，那么表明此时不能用剩余法去探求因果联系。

以上，我们介绍了五种探求因果联系的方法。就人们认识客观世界的现有方法来说，这些方法都是基本的、初步的方法，因此，我们称它们是简单的逻辑学方法。客观事物之间的因果联系是错综复杂的，单纯地使用五法中的某一种，可能是不能解决问题的。这要求我们更多地是应当把这五种方法尽可能地结合起来使用，才能减少错误，最大限度地提高结论真实可靠的程度。并且，虽然我们在讨论五法的过程中，力求抽象出每一种方法的形式，但严格地说，它们都不是现代逻辑意义下的推理形式，它们是离不开知识的内容的。只有结合相关的知识，如观察、实验、比较、分析和综合等等，才能更好地运用这些形式，获取较为可靠的结论。

第五节 类比推理

5.1 什么是类比推理

类比推理通常简称为类比，是人们在思维实践中常常使用的一种推理方式。在传统逻辑中，所谓类比，是根据两个或者两类思

维对象在部分属性上的相同或者相似，从而推断它们在另外的某个属性上也相同或者相似的推理。例如：

美国农业科学家曾经把中国浙江省的黄岩蜜桔引入美国加里福利亚州种植，结果获得了成功。引入种植之前，科学家就有一个类比推理：加里福利亚州在地形、水文地质、土壤、气候变化等等方面都是同中国浙江省相同或者相近的，既然黄岩蜜桔能够在浙江生长、结果，那么它在美国的加里福利亚洲也能生长、结果。

类比推理之所以是人们在思维实践中常常使用的一种推理方式，是因为客观事物之间本身就存在有相同或相似性。在客观现实中，事物的各种属性并不是孤立的，而是相互联系和相互制约的。因此，如果两个或者两类事物在一系列属性上是相同或者相似的，那么，它们在另外一些属性上也可能相同或者相似。客观事物之间在属性上的相互联系性和相互制约性，就是类比推理的客观基础。

类比推理在形式上一般可表示为：

对象 A 具有属性 a、b、c、d
对象 B 具有属性 a'、b'、c'
其中，a'、b'、c' 是同 a、b、c 相同或相似的属性，

所以，对象 B 具有属性 d'（d 是和属性 d 相同或相似的属性）。

5.2 类比推理的特征及作用

1. 类比推理的特征

类比推理从思维的过程来说，是和演绎、归纳推理都不同的推理。从思维的过程来说，演绎推理是由一般性知识推出特殊性、个别性知识的推理，它的结论的真实性总是由前提所蕴涵；归纳推理却恰恰相反，它是由个别性、特殊性知识推出一般性知识的推理，由于结论所断定的知识范围总是大于前提所断定的知识范围，所以其结论对于前提来说只能是或然的。而类比推理则是由前提所断定的个别性、特殊性知识，推出结论所断定的个别性、特殊性知识，因此，类比推理既不同于演绎又不同于归纳。

类比推理的依据是客观事物的属性之间的相互联系和相互制约。但由于这些联系和制约本身的复杂性或人的认识能力的局限性，使得类比推理的结论对其前提来说不具有必然性，即它只能是一种或然性推理。例如，仅就人类现在的认识能力和对火星已知的信息来说，我们就不能因为地球和火星都是太阳的行星，地球和火星都有大气层，而由地球上有生命去断定火星上也有生命。

2. 类比推理的作用

类比推理是人们认识客观世界的一种非常重要的方法，一种带有创造性的思维方法。人们在进行开创性的研究工作时，常常在不同程度上都要使用它，科学上的许多重要的发现，也都是使用类比推理得到最初的结论的。它主要表现在以下四个方面：

首先，是类比推理的启发作用。例如，人类对动物的细胞核的发现。在施温和施列登分别发现了动物和植物的机体都是由细胞组成之后，施列登又在植物的细胞中发现了细胞核，并且研究了细胞核和细胞其他部分之间的关系。后来，施列登把自己的研究结果

告诉了施温。施温由此想到：如果动物和植物机体的相似不仅仅是表面的而是实质的，那么，动物的细胞中也一定有细胞核。后来，他在显微镜的帮助下，果然观察到了动物细胞中的细胞核。本节开头的黄岩蜜桔的事例，美国农业科学家也是因为类比而受到启发的。

其次，是类比推理具有说明作用。在人类医学史上，手术既能拯救人们的生命，但也曾经给病人带来许许多多的痛苦。消毒外科学的发明人李斯特提出了无菌手术操作，结束了病人这一痛苦的历史。1864 年，法国生物学家巴斯德在法国科学院用三个瓶子说明了无菌手术操作的原理。他取出的第一个封了口的瓶子，里面装有肉汤，瓶子清洁而明亮；第二个瓶子虽然装有同样的肉汤，但瓶口敞开；第三个瓶子是敞口曲颈瓶，曲颈细长下弯，装有仍然相同的肉汤。几天后，装在第一个和第三个瓶子里的汤都没有出现腐败的现象，而第二个瓶子里的汤却腐败了。巴斯德用实验清楚地表明，是空气中的微生物而不是空气自身引起了有机液体的腐败。同时也说明了是有菌手术中的细菌导致了病人伤口的发炎、化脓、发热等等。巴斯德所用的方法，就是类比推理说明的方法。

再次，是类比推理的模拟作用。类比推理的模拟作用广泛地应用在社会和自然科学的各个方面。例如，航天事业中对人体失重的地面模拟，对未来战争的演习模拟，对某一科学实际状态的试验模拟等，其基本的方法可以说主要是类比推理的方法。

最后，是类比推理在现代科学背景下所兴起的仿生作用。20 世纪 60 年代以来，仿生学作为一门强劲的新兴科学，正极大地改变着人们认识、改造自然的手段，其重要原理即从动物的自然原型类推出人工模拟系统的属性，从而制造出如电子人(即机器人)、电脑、电子飞鸟、电子狗鼻等等，而这些尖端科学最初的最基本推理手段，还是类比推理。

5.3　如何提高类比推理结论的可靠性程度

类比推理既然是一种应用广泛的推理，但其结论对前提来说却又只能是或然的，那么，在运用中就有一个如何提高其结论的可靠性程度的问题。传统逻辑认为，基于类比推理的理论依据，即客观事物之间在属性上的相互联系性和相互制约性，因此，要提高其结论的可靠性程度，就要在这些相互联系和相互制约的属性上下工夫，主要表现在：

一是在前提中，要尽可能多地确认对象之间的共有属性，共有属性越多，结论的可靠性程度就越高。这是因为，事物都是通过属性来反映的，两个事物之间的相同属性越多，就说明它们在自然领域的属种系统中的地位越是接近，其结论的可靠性程度就越高。在医药品的临床应用之前，尽可能地找同人类亲源关系较近的高等动物来进行实验，就是这个道理。

二是两个或者两类对象之间相同或者相似的属性，应当尽可能的是事物本身的特有甚至本质属性。因为特有或者本质属性是事物之间的区别或者规定性，特有或者本质属性越是相近的事物，在自然领域的属种系统中的地位也就越是接近，而结论的可靠性程度也就越高。如上述黄岩蜜桔的例子，地形、水文地质、土壤、气候变化等等都是黄岩蜜桔产地的必要条件，是黄岩蜜桔产地应具备性质中的特有或本质属性，两者的相同或者相似使得加州的自然环境和浙江的自然环境一样，同属于能使黄岩蜜桔生长的自然环境，由此推出的结论，其可靠性程度当然是很高的。

三是在前提中两个或者两类对象之间相同或者相似的属性，同结论中推出的 B 所应该具有的属性 d' 之间的关系，越是具有内在联系，则推出的结论越是可靠。属性和属性之间是有着千丝万缕的联系的。如果前提中相同或者相似的属性，对 A 事物来说，它们是属性 d 的规定性，那么对 B 事物来说，相应的相同或者相似的属

性，成为属性 d' 的规定性的可靠性程度也就非常高。还是以黄岩蜜桔为例，这一点可以说是非常明显的。

最后，由于类比推理的或然性，因此，在推理的过程中，注意寻找结论的反例永远是提高结论可靠性的有效手段。

在应用类比推理的过程中，如果忽略了上述注意点，就可能犯机械类比的逻辑错误。

以上，我们介绍了非演绎推理的部分内容，即在传统逻辑中占有重要地位，在实践中应用广泛的归纳推理和类比推理。在现代逻辑中，这部分内容被进一步形式化、数量化，发展为现代归纳逻辑或概率逻辑。其基本特点是运用数理逻辑和概率统计理论，对归纳逻辑、归纳方法等等进行形式化、数量化的研究。这一趋势始于20世纪20年代，到50年代末由卡尔纳普所发表的一系列专著《概率的两种概念》、《概率的逻辑基础》，奠定了现代归纳逻辑的基础。当然，由于归纳逻辑与演绎逻辑的对象、方法不同，它们的发展程度也不相同。现代归纳逻辑的成熟和完善程度都要比演绎逻辑差。围绕着归纳逻辑的如何形式化的争论也不少。但无论如何，现代归纳逻辑对归纳逻辑，对归纳方法乃至于对科学方法论和科学哲学的研究都产生了显著的影响。

练习题

一、思考题

1.什么是非演绎推理?同演绎推理比较，有哪些主要的差别?

2.简单枚举法和科学归纳法的区别与联系各是什么?

3.探求因果联系的理论根据是什么?求因果五法是哪五法?各种方法的特点是什么?

二、填空题

1. 归纳推理的前提是__________性知识，而结论是__________性知识。

2.依据前提中是否考察了一类对象的全部，归纳推理可分为__________和__________两种。

3. 运用求同求异并用法的三个步骤是__________、__________和__________。

4.使类比推理结论可靠性程度提高的注意点包括______、______、__________和__________。

5.求异法的特点是__________，运用求异法要求在前提出现的两个场合中，只有一个先行情况是__________。

6.应当说，简单枚举法得出结论的最主要根据是__________。

三、单项选择题

1.类比推理和不完全归纳推理的区别之一是(　　)

A.思维的方向不同。

B.推理的有效性不同。

C.结论的性质不同。

D.前提与结论之间的联系性质不同。

2.运用简单枚举归纳推理容易犯的错误是(　　)

A.机械类比。　　*B*.以偏概全。

C.以相对为绝对。　　*D*.预期理应。

3.求同法的特点是(　　)

A.同中求异。　　*B*.异中求同。

C.由余果求余因。　　*D*.找因果在量上的共变关系。

4.“科技工作者把一些正在生蛋的母鸡随机地分为两组，每组供给的饲料数量、质量、次数，普通饮用水都相同，而不同的是，其中一组加喂了雪水。三个月后，加用雪水的一组母鸡比另一组母鸡产蛋量要多一倍。因此，用雪水喂鸡，可以提高鸡的产卵量。”对上述因果联系的判明使用的是(　　)

A.求同法。　　　　　　　　B.求异法。

C.求同求异并用法。　　　　D.共变法。

5."地球磁场发生磁暴的周期性和太阳黑子变化的周期性常常是一致的。随着太阳上黑子数目的增加,地球磁场磁暴的强烈程度也增加,当太阳上黑子数目减少时,地球磁场磁暴的强烈程度也减小。可见,太阳黑子的出现,是地球磁场发生磁暴的原因。"对上述因果联系的判明使用的是(　　)

A.求同法。　　　　　　　　B.求异法。

C.求同求异并用法。　　　　D.共变法。

6."棉花能保温,积雪也能保温。棉花是植物纤维,而雪是由水结冻所成的。虽然两者很不相同,但它们都是疏松多孔的。所以,疏松多孔的东西能够有保温作用。"对上述因果联系的判明使用的是(　　)

A.求同法。　　　　　　　　B.求异法。

C.剩余法。　　　　　　　　D.共变法。

7."用柑桔皮榨油制成的洗手剂洒在蚁群上,蚂蚁就很快被杀死;把一些捣碎了的柑桔皮投入一只放有苍蝇的笼中,苍蝇就很快出现病状,并且两小时后全部死亡;用混有柑桔皮油的水给猫洗澡,猫身上的跳蚤能全部被杀死。可见,柑桔皮油有明显的杀虫效果。"对上述因果联系的判明使用的是(　　)

A.求同法。　　　　　　　　B.求异法。

C.求同求异并用法。　　　　D.共变法。

四、应用分析题

1.指出下列推理各是何种推理(演绎、归纳还是类比)?为什么?

(1) 用于制造半导体材料的金属都是高纯金属,所以,用于制造半导体材料的锗也是高纯金属。

(2) 用于制造半导体材料的金属,如锗、锢、镓等等是高纯金

属，所以，用于制造半导体材料的金属都是高纯金属。

(3)用于制造半导体材料的锗是高纯金属，用于制造半导体材料的铟是高纯金属，用于制造半导体材料的镓是高纯金属，所以，用于制造半导体材料的锗、铟、镓都是高纯金属。

2.以下列事实材料为前提进行推理，可以推出什么结论？运用了哪种推理形式？

(1)牵牛花是在黎明四时左右开花，野蔷薇是在黎明五时左右开花，龙葵花是在清晨六时左右开花，芍药花是在清晨七时左右开花，鹅掌花是在中午十二点左右开花，万寿菊是在下午三时左右开花。

(2)硝酸钠能溶解于水，硝酸钾能溶解于水，硝酸钙能溶解于水，硝酸铵能溶解于水，硝酸钠、硝酸钾、硝酸钙、硝酸铵是硝石的全部。

3.下列各题运用了哪种探求因果联系的逻辑方法？用该种方法的逻辑形式对该题进行整理。

(1)把新鲜的植物叶子浸泡在有水的容器里，并使叶子照到阳光，就会有气泡从叶子表面逸出；若叶子照到阳光逐渐减少，则气泡从叶子表面逸出的数量也逐渐减少；若不使叶子照到阳光，那么气泡的产生就完全停止。所以，阳光的照射是水中叶子产生气泡的原因。

(2)从前，在洛阳的某寺庙里，有个和尚房中的罄，每天都会自己响起来。和尚以为是妖魔鬼怪，吓得生了病。和尚有位朋友，是个音乐家，听说了此事，便去探望和尚。在寺庙里，这位音乐家处处留心观看。当寺庙里开饭时，撞响了大钟，音乐家发现，大钟一响，屋里的罄也就应声而响起来。音乐家恍然大悟，他找来一把铁锉，把罄锉了几处，以后罄就不再自己响了。因此，罄上那几个点，是罄自己发响的原因。