欽定四庫全書

子部

幾何原本卷一之首

詳校官欽天監監正臣喜常

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣周琰

繪圖監生臣周履信

欽定四庫全書　　子部六

幾何原本　　天文算法類二 算書之屬

提要

臣等謹案幾何原本六卷西洋歐几里得撰利瑪竇譯而徐光啓所筆受也歐几里得未詳何時人其原書十三卷五百餘題利瑪竇之師丁氏為之集解又續補二卷於後共為十五卷今止六卷者徐光啓自謂譯受是書

此其最要者也其書每卷有界說有公論有設題界說者先取所用名目解說之公論者舉其不可疑之理設題則據所欲言之理次第設之先其易者次其難者由淺而深由簡而繁推之至於無以復加而後已又每題有法有解有論有系法言題用解述題意論則發明其所以然之理系則又有旁通者焉卷一論三角形卷二論線卷三論圓卷四論圓

内外形卷五卷六俱論比例其餘三角方圓邊線面積體積比例變化相生之義無不曲折盡顯纖微畢露光啓序稱其窮方圓平直之情盡規矩準繩之用非虛語也且此為歐邏巴算學專書前作後述不絶於世至歐几里得而為是書蓋亦集諸家之成故自始至終毫無疵纇加以光啓反覆推闡其文句尤為明顯以是弁冕西術不為過矣乾隆四十六年十二月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

幾何原本序

唐虞之世自羲和治歷暨司空后稷工虞典樂五官者非度數不為功周官六藝數與居一焉而五藝者不以度數從事亦不得工也襄曠之於音般墨之於械豈有他謬巧哉精于用法爾已故嘗謂三代而上為此業者盛有元元本本師傳曹習之學而畢喪於祖龍之燄漢以來多任意揣摩如盲人射的虛發無效或依儗形似如持螢燭象得首失尾至於今而此道盡廢有不得不廢者矣幾何原本者度數之宗所以窮方圓平直之情盡規矩準繩之用也利先生從少年時論道之暇留意藝學且此業在波中所謂師傳曹習者其師丁氏又絕代名家也以故極精其說而與不佞游久講談餘暑時時及之因請其象數諸書更以華文獨謂此書未譯則他書俱不可得論遂共翻其要約六卷既平業而復之由顯入微從疑得信蓋不用為用衆用所基真可謂萬象之形囿百家之學海雖實未竟然以當他書既可得

而論矣私心自謂不意古學廢絶二千年後頓獲補綴唐虞三代之闕典遺義其裨益當世定復不小因偕二三同志刻而傳之先生曰是書也以當百家之用度幾有義和般墨其人乎猶其小者有大用于此將以習人之靈才令細而確也余以為小用大用實在其人如鄧林伐材棟梁榱桷恣所取之耳顧惟先生之學略有三種大者修身事天小者格物窮理物理之一端别為象數一一皆精實典要洞無可疑其分解擘析亦能使人

無疑而余乃亟傳其小者趨欲先其易信使人繹其文想見其意理而知先生之學可信不疑大槩如是則是書之為用更大矣他所説幾何諸家藉此為用略具其自敘中不備論吳淞徐光啟書

幾何原本卷一之首

西洋利瑪竇譯

界說三十六則

凡造論先當分別解說論中所用名目故曰界說

凡歷法地理樂律算章技藝工巧諸事有度有數者皆依賴十府中幾何府屬凡論幾何先從一點始自點引之為線線展為面面積為體是名三度

第一界

點者無分

無長短廣狹厚薄　如下圖　凡圖十干為識干盡用十二支支盡用八卦八音

甲

第二界

線有長無廣

試如一平面光照之有光無光之間不容一物是線

也真平真圓相遇其相遇處止有一點行則止有一線

線有直有曲

第三界

線之界是點凡線有界者兩界必是點

第四界

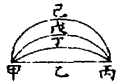
直線止有兩端兩端之間上下更無一點

兩點之間至徑者直線也稍曲則繞而長矣

直線之中點能遮兩界

凡量遠近皆用直線

甲乙丙是直線甲丁丙甲戊丙甲己丙皆是



曲線

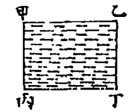
第五界

面者止有長有廣

體所見為面

凡體之影極似於面無厚之極

想一線橫行所留之迹即成面也



第六界

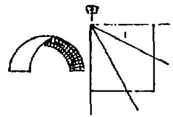
面之界是線

第七界

平面一面平在界之内

平面中間線能遮兩界

平面者諸方皆作直線

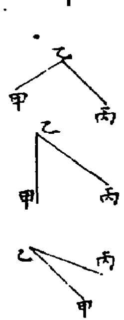


試如一方面用一直繩施於　角繞面運轉不礙於空是平面也

若曲面者則中間線不遮兩界

第八界

平角者兩直線於平面縱橫相遇交接處



凡言甲乙丙角皆指平角

如上甲乙乙丙二線平行相遇不能作角

如上甲乙乙丙二線雖相遇不作平角為是曲線

所謂角止是兩線相遇不以線之大小較論

第九界

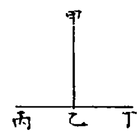
直線相遇作角為直線角

平地兩直線相遇為直線角本書中所論止是直線角但作角有三等今附著於此一直線角二曲線角三雜線角　如下六圖

第十界

直線垂於橫直線之上若兩角等必兩成直角而直線下垂者謂之橫線之垂線

量法常用兩直角及垂線垂線加於橫線之上必不作銳角及鈍角



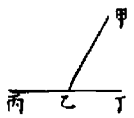
若甲乙線至丙丁上則乙之左右作兩角相等為直角而甲乙為垂線若甲乙為橫線則丙丁又為甲乙之垂線何者丙乙與甲乙相遇雖止一直角然甲線若垂下過乙則丙線上下定成兩直角所以丙乙亦為甲乙之垂線如今用短尺一縱一橫互相為直線互相為垂線

凡直線上有兩角相連是相等者定俱直角中間線為垂線

反用之若是直角則兩線定俱是垂線

第十一界

凡角大于直角為鈍角



如甲乙丙角與甲乙丁角不等而甲乙丙大於甲乙丁則甲乙丙為鈍角

第十二界

凡角小於直角為銳角
如前圖甲乙丁是
通上三界論之直角一而已鈍角銳角其大小不等
乃至無數
是後凡指言角者俱用三字為識其第二字即所指
角也　如前圖甲乙丙三字第二乙字即所指鈍角
若言甲乙丁即第二乙字是所指銳角

第十三界

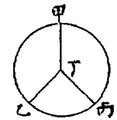
界者一物之終始
今所論有三界點為線之界線為面之界面為體之
界體不可為界

第十四界

或在一界或在多界之間為形
一界之形如平圓立圓等物多界之形如平方立方
及平立三角六八角等物　圖見後卷

第十五界

圜者一形於平地居一界之間自界至中心作直線俱等



若甲乙丙為圜丁為中心則自甲至丁與乙至丁丙至丁其線俱等

外圓線為圜之界內形為圜

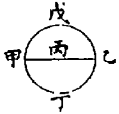
一說圜是一形乃一線屈轉一周復於元處所作如上圖甲丁線轉至乙丁乙丁轉至丙丁丙丁又至甲丁復元處其中形即成圜

第十六界

圜之中處為圜心

第十七界

自圜之一界作一直線過中心至他界為圜徑徑分圜兩平分



甲丁乙戊圜自甲至乙過丙心作一直線為圜徑

第十八界

徑線與半圜之界所作形為半圜

第十九界

在直線界中之形為直線形

第二十界

在三直線界中之形為三邉形

第二十一界

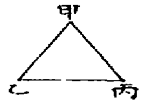
在四直線界中之形為四邉形

第二十二界

在多直線界中之形為多邉形五邉以上俱是

第二十三界

三邊形三邊線等為平邊三角形



第二十四界

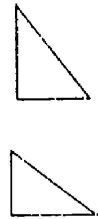
三邊形有兩邊線等為兩邊等三角形或銳或鈍

第二十五界

三邊形三邊線俱不等為三不等三角形

第二十六界

三邊形有一直角為三邊直角形



第二十七界

三邊形有一鈍角為三邊鈍角形

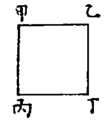
第二十八界

三邊形有三銳角為三邊各銳角形

凡三邊形恒以在下者為底在上二邊為腰

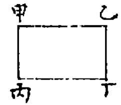
第二十九界

四邊形四邊線等而角直為直角方形



第三十界

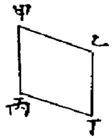
直角形其角俱是直角其邊兩兩相等



如上甲乙丙丁形甲乙邊與丙丁邊自相等甲丙與乙丁自相等

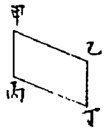
第三十一界

斜方形四邊等俱非直角



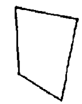
第三十二界

長斜方形其邊兩兩相等俱非直角



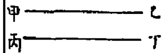
第三十三界

以上方形四種謂之有法四邊形四種之外他方形皆謂之無法四邊形



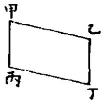
第三十四界

兩直線於同面行至無窮不相離亦不相遠而不得相遇為平行線



第三十五界

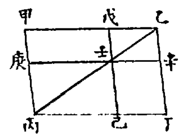
一形每兩邊有平行線為平行線方形



第三十六界

凡平行線方形若於兩對角作一直線其直線為對角

線又於兩邊縱橫各作一平行線其兩平行線與對角線交羅相遇即此形分為四平行線方形其兩形有對角線者為角線方形其兩形無對角線者為餘方形



甲乙丁丙方形於丙乙兩角作一線為對角線又依乙丁平行作戊己線依甲乙平行作庚辛線其對角線與戊己庚辛兩線交羅相遇於壬即作大小四平行線方形矣則庚壬己丙及戊壬辛乙兩方形謂之角線方形而甲庚壬戊及壬己丁辛謂之餘方形

求作四則

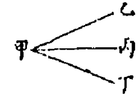
求作者不得言不可作

第一求

自此點至彼點求作一直線

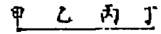
此求亦出上篇蓋自此點直行至彼點即是直線

自甲至乙或至丙至丁俱可作直線



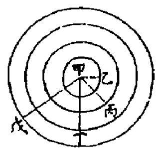
第二求

一有界直線求從彼界直行引長之　如甲乙線從乙引至丙或引至丁俱一直行



第三求

不論大小以點爲心求作一圜



第四求

設一度於此求作彼度較此度或大或小凡言度者或線或面或體皆是或言較小作大可作較大作小不可作何者小之至極數窮盡故也此說非是凡度與數不同數者可以長不可以短長數無窮短數有限如百數減半成五十減之又減至一而止一以下不可損

矣自百以上增之可至無窮故曰可長不可短也
度者可以長亦可以短長者增之可至無窮短者
減之亦復無盡嘗見莊子稱一尺之棰日取其半
萬世不竭亦此理也何者自有而分不免爲有若
減之可盡是有化爲無也有化爲無猶可言也令
已分者更復合之合之又合仍爲尺棰是始合之
初兩無能并爲一有也兩無能并爲一有不可言也
公論十九則

公論者不可疑
第一論
設有多度彼此俱與他等則彼與此自相等
第二論
有多度等若所加之度等則合并之度亦等
第三論
有多度等若所減之度等則所存之度亦等
第四論

有多度不等若所加之度等則合并之度不等

第五論

有多度不等若所減之度等則所存之度不等

第六論

有多度俱倍於此度則彼多度俱等

第七論

有多度俱半於此度則彼多度亦等

第八論

有二度自相合則二度必等以一度加一度之上

第九論

全大於其分如一尺大於一寸寸者全尺中十分中之一分也

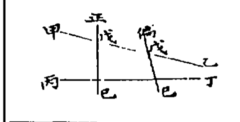
第十論

直角俱相等見界說十

第十一論

有二横直線或正或偏任加一縱線若三線之間同方

兩角小於兩直角則此二横直線愈長愈相近必至



相遇甲乙丙丁二橫直線任意作一戊己縱線或正或偏若戊己線同方兩角俱小於直角或并之小於兩直角則甲乙丙丁線愈長愈相近必有相遇之處

欲明此理宜察平行線不得相遇者界說卅四加一垂線即三線之間定為直角便知此論兩角小於直角者其行不得不相遇矣

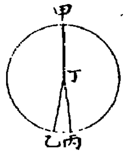
第十二論

兩直線不能為有界之形

第十三論

兩直線止能於一點相遇

如云線長界近相交不止一點試於丙乙二界各出

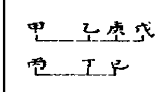


直線交於丁假令其交不止一點當引至甲則甲丁乙宜為甲丙乙圜之徑而甲丁

丙亦如之（界說十七）夫甲丁乙圜之右半也而甲丁丙亦右半也（界說十七）甲丁乙為全甲丁丙為其分而俱稱右半是全與其分等也（本篇九）

第十四論

有幾何度等若所加之度各不等則合并之差與所加之差等

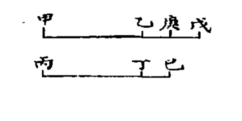


甲乙丙丁線等于甲乙加乙戊於丙丁加丁己則甲戊大於丙己者庚戊線也而乙戊大

於丁己亦如之

第十五論

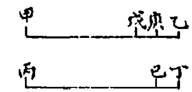
有幾何度不等若所加之度等則合并所贏之度與元所贏之度等



如上圖反說之戊乙己丁線不等於戊乙加乙甲於己丁加丁丙則戊甲大於己丙者戊庚線也而戊乙大於己丁亦如之

第十六論

有幾何度等若所減之度不等則餘度所贏之度與減去所贏之度等

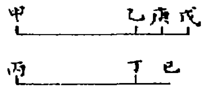


甲乙丙丁線等於甲乙減戊乙於丙丁減己丁則乙戊大於丁己者庚戊也而丙己大於甲戊亦如之

第十七論

有幾何度不等若所減之度等則餘度所贏之度與元所贏之度等

如十四論反說之甲戊丙己線不等於甲戊減甲乙於丙己減丙丁則乙戊長於丁己者亦庚戊也與甲戊長於丙己者等矣



第十八論

全與諸分之并等

第十九論

有二全度此全倍於彼全若此全所減之度倍於彼全所減之度則此較亦倍於彼較相減之餘曰較

如此度二十彼度十於二十減六於十減三則此較

十四彼較七

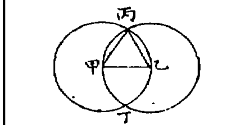
幾何原本卷一之首

幾何原本卷一

西洋利瑪竇撰

第一題

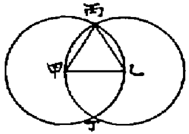
于有界直線上求立平邊三角形

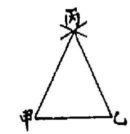


法曰甲乙直線上求立平邊三角形先以甲為心乙為界作丙乙丁圜次以乙為心甲為界作丙甲丁圜兩圜相交于丙于丁末自甲

至丙丙至乙各作直線即甲乙丙為平邊三角形

論曰以甲為心至圜之界其甲乙線與甲丙甲丁線等以乙為心則乙甲線與乙丙乙丁線亦等何者凡為圜自心至界各線俱等故（界說十五）既乙丙等于乙甲而甲丙亦等于甲乙即甲丙亦等于乙丙（公論一）三邊等如所求（凡論有二種此以是為論者正論也下倣此）



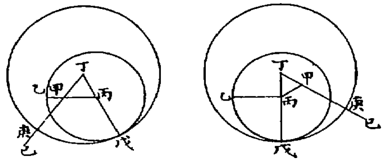


其用法不必作兩圜但以甲為心乙為界作近丙一短界線乙為心甲為界亦如之兩短界線交處即得丙

諸三角形俱推前用法作之詳本篇廿二

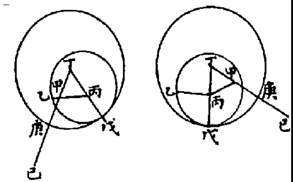
第二題

一直線線或內或外有一點求以點為界作直線與元線等



法曰有甲點及乙丙線求以甲為界作一線與乙丙等先以丙為心乙為界乙為心丙為界亦可作作丙乙圜第三求次觀甲點若在丙乙之外則自甲至丙作甲丙線第一求如上前圖或甲在丙乙之內則截取甲至丙一分線如上後圖兩法俱以甲丙線為底任于上下作甲丁丙平邊三角形本篇一次自三角形兩腰線引長之第二求其丁丙引至丙乙圜界而止為丙戊

線其丁甲引之出丙乙圜外稍長為甲己線末以丁為心戊為界作丁戊圜其甲己線與丁戊圜相交于庚即甲庚線與乙丙線等

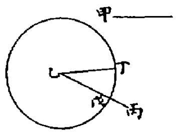


論曰丁戊丁庚線同以丁為心戊庚為界故等（界說十五）于丁戊線減丁丙丁庚線減丁甲其所減兩腰線等則所存亦等（公論三）夫丙戊與丙乙同以丙為心戊乙為界亦等（界說十五）即甲庚與丙乙等（公論一）

若所設甲點即在丙乙線之一界其法尤易假如點在丙即以丙為心作乙戊圜從丙至戊即所求

第三題

兩直線一長一短求于長線減去短線之度

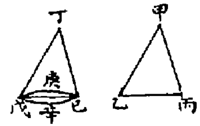


法曰甲短線乙丙長線求于乙丙減甲先以甲為度從乙引至別界作乙丁線（本篇二）次以乙為心丁為界作圜（第三求）圜界與乙丙交于戊即乙戊與等甲之乙丁等葢乙丁乙戊同心同圜

故界說十五

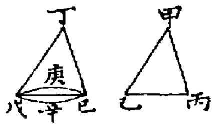
第四題

兩三角形若相當之兩腰線各等各兩腰線間之角等則兩底線必等而兩形亦等其餘各兩角相當者俱等



解曰甲乙丙丁戊己兩三角形之甲與丁兩角等甲丙與丁己兩線甲乙與丁戊兩線各等題言乙丙與戊己兩底線必等而兩三角

形亦等甲乙丙與丁戊己兩角甲丙乙與丁己戊兩角俱等

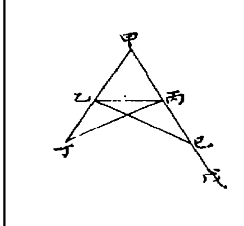


論曰如云乙丙與戊己不等即令將甲角置丁角之上兩角必相合無大小甲丙與丁己甲乙與丁戊亦必相合無大小公論八此二俱等而云乙丙與戊己不等必乙丙底或在戊己之上為庚或在其下為辛矣戊己既為直線而戊庚己又為直線則兩線當別作一形是兩線能相合為形也辛倣此公論十二此

以非為論者駁論也下倣此

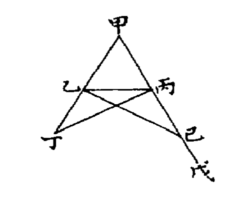
第五題

三角形若兩腰等則底線兩端之兩角等而兩腰引出之其底之外兩角亦等



解曰甲乙丙三角形其甲丙與甲乙兩腰等題言甲丙乙與甲乙丙兩角等又自甲丙線任引至戊甲乙線任引至丁其乙丙戊與丙乙丁兩外角亦等

論曰試如甲戊線稍長即從甲戊截取一分與甲丁等為甲己本篇三次自丙至丁乙至己各作直線第一求即甲己乙甲丁丙兩三角形必等何者此兩形之甲角同甲己與甲丁兩腰又等甲乙與甲丙兩腰又等則其底丙丁與乙己必等而底線兩端相當之各兩



角亦等矣本篇四又乙丙己與丙乙丁兩三角形亦等何者此兩形之丙丁乙與乙己丙兩角既等本論而甲己甲丁兩腰

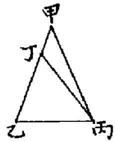
各減相等之甲丙甲乙線即所存丙己乙丁兩腰又等公論三丙丁與乙己兩底又等本論又乙丙同腰即乙丙丁與丙乙己兩角亦等也則丙之外乙丙己角與乙之外丙乙丁角必等矣本篇四次觀甲乙己與甲丙丁兩角既等于甲乙己減丙乙己角甲丙丁減乙丙丁角則所存甲丙乙與甲乙丙兩角必等公論三

增從前形知三邊等形其三角俱等

第六題

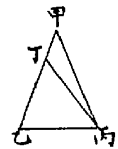
三角形若底線兩端之兩角等則兩腰亦等

解曰甲乙丙三角形其甲乙丙與甲丙乙兩角等題言甲乙與甲丙兩腰亦等



論曰如云兩腰線不等而一長一短試辯之若甲乙為長線即令比甲丙線截去所長之度為乙丁線而乙丁與甲丙等本篇三次自丁至丙作直線則本形成兩三角形其一為甲乙丙其一為丁乙丙而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也是全與其分等也公論九何

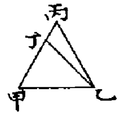
者彼言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙兩線既等丁乙丙分形之乙丙與甲乙丙全形之乙



丙又同線而元設丁乙丙與甲丙乙兩角等則丁乙丙與甲乙丙兩形亦等也本篇四是全與其分等也故底線兩端之兩角等者兩腰必等也

第七題

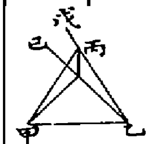
一線為底出兩腰線其相遇止有一點不得別有腰線與元腰線等而于此點外相遇



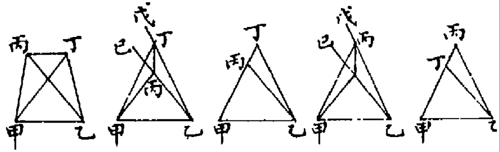
解曰甲乙線為底于甲于乙各出一線至丙點相遇題言此為一定之處不得于甲上更出一線與甲丙等乙上更出一線與乙丙等而不于丙相遇

論曰若言有別相遇于丁者即問丁當在丙內邪丙外邪若言丁在丙內則有二説俱不可通何者若言丁在甲丙元線之内則如第一圖丁在甲丙兩界之

間矣如此即甲丁是甲丙之分而云甲丙與甲丁等也是全與其分等也公論九若言丁在甲丙乙三角頂間則如第二圖丁在甲丙乙之間矣即令自丙至丁作丙丁線而乙丁丙甲丁丙又成兩三角形次從乙丁引出至己從乙丙引出至戊則乙丁丙形之乙丁乙丙兩腰等者其底線兩端之兩角乙丁丙乙丙丁



宜亦等也其底之外兩角己丁丙戊丙丁宜亦等也本篇五而甲丁丙形之甲丁甲丙兩腰

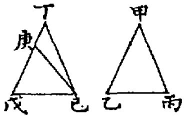


等者其底線兩端之兩角甲丙丁甲丁丙宜亦等也本篇五夫甲丙丁角本小于戊丙丁角而為其分今言甲丁丙與甲丙丁兩角等則甲丁丙亦小于戊丙丁矣何況己丁丙又甲丁丙之分更小于戊丙丁可知何言底外兩角等乎若言丁在丙外又有三説俱不可通何者若言丁在甲丙元線外是丁甲即在丙甲元線之上則甲丙與甲丁等矣即如上第一説駁之若言

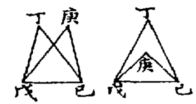
丁在甲丙乙三角頂外即如上第二説駁之若言丁在丙外而後出二線一在三角形内一在其外甲丁線與乙丙線相交如第五圖即令將丙丁相聯作直線是甲丁丙又成一三角形而甲丙丁宜與甲丁丙兩角等也（本篇五）夫甲丁丙角本小于丙丁乙角而為其分據如彼論則甲丙丁角亦小于丙丁乙角矣又丙丁乙亦成一三角形而丙丁乙宜與丁丙乙兩角等也（本篇五）夫丁丙乙角本小于甲丙丁角而為其分據如彼論則丙丁乙角亦小于甲丙丁角矣此二説者豈不自相戾乎

第八題

兩三角形若相當之兩腰各等兩底亦等則兩腰間角必等



解曰甲乙丙丁戊己兩三角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁己兩腰各等乙丙與戊己兩底亦等題言甲與丁兩角必等

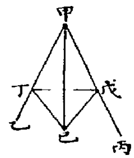


論曰試以丁戊己形加于甲乙丙形之上問丁角在甲角上邪否邪若在上即兩角等矣公論八或謂不然乃在于庚即問庚當在丁戊線之內邪或在三角頂之內邪或在三角頂之外邪皆依前論駁之本篇七

系本題止論甲丁角若旋轉依法論之即三角皆同可見凡線等則角必等不可疑也

第九題

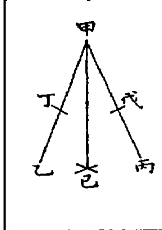
有直線角求兩平分之



法曰乙甲丙角求兩平分之先于甲乙線任截一分為甲丁本篇三次于甲丙亦截甲戊與甲丁等次自丁至戊作直線次以丁戊為底立平邊三角形本篇一為丁戊己形末自己至甲作直線即乙甲丙角為兩平分

論曰丁甲己與戊甲己兩三角形之甲丁與甲戊兩線等甲己同是一線戊己與丁己兩底又等何言兩底等初

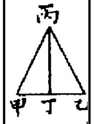
從戊丁底作此三角平形此二線為腰各等戊丁故則丁甲己與戊甲己兩角必等本篇八



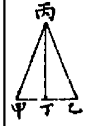
用法如上截取甲丁甲戊即以丁為心向乙丙間任作一短界線次用元度以戊為心亦如之兩界線交處得己本篇一

第十題

一有界線求兩平分之

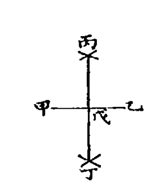


法曰甲乙線求兩平分先以甲乙為底作甲



乙丙兩邊等三角形本篇一次以甲丙乙角兩平分之本篇九得丙丁直線即分甲乙于丁

論曰丙丁乙丙丁甲兩三角形之丙乙丙甲兩腰等而丙丁同線甲丙丁與乙丙丁兩角又等本篇九則甲丁與乙丁兩線必等本篇四

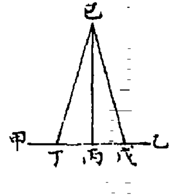


用法以甲為心任用一度但須長于甲乙線之半向上向下各作一短界線次用元度以乙為心亦如之兩界線交處即丙丁末

作丙丁直線即分甲乙于戊

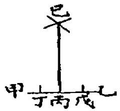
第十一題

一直線任于一點上求作垂線



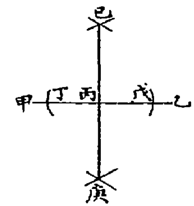
法曰甲乙直線任指一點于丙求丙上作垂線先于丙左右任用一度各截一界為丁為戊本篇二次以丁戊為底作兩邊等角形本篇一為丁己戊末自己至丙作直線即己丙為甲乙之垂線

論曰丁己丙與戊己丙兩角形之己丁己戊兩腰等而己丙同線丙丁與丙戊兩底又等即兩形必等丁與戊丙兩角亦等本篇五丁己丙與戊己丙兩角亦等本篇八九則丁丙己與戊丙己兩角必等矣等即是直角直角即是垂線界說十此後三角形多稱角形省文也

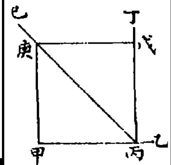


用法于丙點左右如上截取丁與戊即以丁為心任用一度但須長于丙丁線向丙上方作短界線次用元度以戊為心亦如之

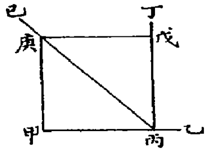
兩界線交處即己



又用法于丙左右如上截取丁與戊即任用一度以丁為心于丙上下方各作短界線次用元度以戊為心亦如之則上交為己下交為庚末作己庚直線視直線交于丙點即得是用法又為嘗巧之法



增若甲乙線所欲立垂線之點乃在線末甲界上甲外無餘線可截則于甲乙

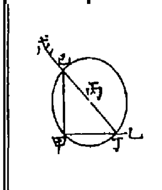


線上任取一點為丙如前法于丙上立丁丙垂線次以甲丙丁角兩平分之本篇九為己丙線次以甲丙為度于丁丙垂線上截戊丙線本篇三次于戊上如前法立垂線與己丙線相遇為庚末自庚至甲作直線

如所求

論曰庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙丙戊兩線既等庚丙同線戊丙庚與甲丙庚兩角又等即甲

庚戊庚兩線必等本篇四而對同邊之甲角戊角亦等本篇四戊既直角則甲亦直角是甲庚為甲乙之垂線界說十

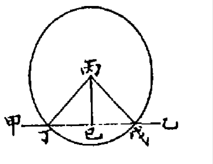


用法甲點上欲立垂線先以甲為心向元線上方任抵一界作丙點次用元度以丙為心作大半圜圜界與甲乙線相遇為丁次自丁至丙作直線引長之至戊為戊丁線戊丁與圜界相遇為己末自己至甲作直線即所求此法今未

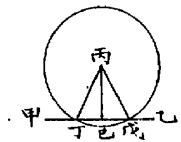
能論論見第三卷第三十一題

第十二題

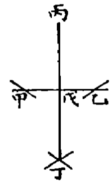
有無界直線線外有一點求于點上作垂線至直線上



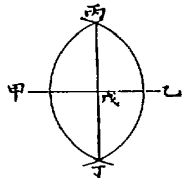
法曰甲乙線外有丙點求從丙作垂線至甲乙先以丙為心作一圜令兩交于甲乙線為丁為戊次從丁戊各作直線至丙次兩平分丁戊于己本篇十末自丙至己作直線即丙己為甲乙之垂線

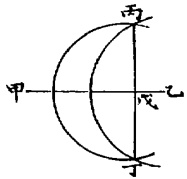


論曰丙己丁丙己戊兩角形之丙丁丙戊兩線等丙己同線則丙戊己與丙丁己兩角必等（本篇八）而丁丙己與戊丙己兩角又等則丙己丁與丙己戊等皆直角（本篇四）而丙己定為垂線矣



用法以丙為心向直線兩處各作短界線為甲為乙次用元度以甲為心向丙點相望處作短界線乙為心亦如之兩界線交處為丁末自丙至丁作直線則丙戊為垂線

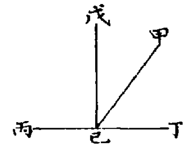




又用法于甲乙線上近甲近乙任取一點為心以丙為界作一圜界于丙點及相望處各稍引長之次于甲乙線上視前心或相望如前圖或進或退如後圖任移一點為心以丙為界作一圜界至與前圜交處得丁末自丙至丁作直線得丙戊（若近界作垂線無可截取亦用此法）

第十三題

一直線至他直線上所作兩角非直角即等于兩直角

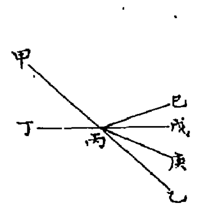


解曰甲線下至丙丁線遇于乙其甲乙丙與甲乙丁作兩角題言此兩角當是直角若非直角即是一銳一鈍而并之等于兩直角

論曰試于乙上作垂線為戊乙（本篇十一）令戊乙丙與戊乙丁為兩直角即甲乙丁甲乙戊兩銳角并之與戊乙丁直角等矣次于甲乙丁甲乙戊兩銳角又加戊乙丙一直角并此三角定與戊乙丙戊乙丁兩直角等也（公論十八）次于甲乙戊又加戊乙丙并此銳直兩角定與甲乙丙鈍角等也次于甲乙戊戊乙丙銳直兩角又加甲乙丁銳角并此三角定與甲乙丁甲乙丙銳鈍兩角等也夫甲乙丁甲乙戊戊乙丙三角既與兩直角等則甲乙丁與甲乙丙兩角定與兩直角等（公論一）

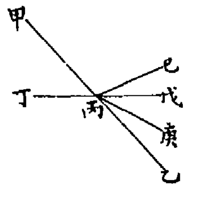
第十四題

一直線于線上一點出不同方兩直線偕元線每旁作兩角若每旁兩角與兩直角等即後出兩線為一直線



解曰甲乙線于丙點上左出一線為丙丁右出一線為丙戊若甲丙戊甲丙丁兩角與兩直角等題言丁丙與丙戊是一直線

論曰如云不然令別作一直線必從丁丙更引出一線或離戊而上為丁丙己或離戊而下為丁丙庚也若上于戊則甲丙線至丁丙己直線上為甲丙己甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此即甲丙



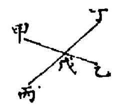
戊甲丙丁兩角與甲丙己甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙己兩角較之果相等乎公論三夫甲丙己本小于甲丙戊而為其分今曰相等是全與其分等也公論九若下于戊則甲丙線至丁丙庚直線上為甲丙庚甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此即

甲丙庚甲丙丁兩角與甲丙戊甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙庚較之果相等乎（公論三）夫甲丙戊實小于甲丙庚而為其分今曰相等是全與其分等也（公論九）兩者皆非則丁丙戊是一直線

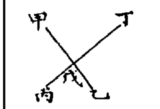
第十五題

凡兩直線相交作四角每兩交角必等

解曰甲乙與丙丁兩線相交于戊題言甲戊丙與丁戊乙兩角甲戊丁與丙戊乙兩角各等



論曰丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等（本篇十三）甲戊線至丙丁線上則甲戊丙甲戊丁兩角與兩直角等（本篇十三）如此即丁戊乙甲戊丁兩角亦與甲戊丁甲戊內兩角等（公論十）試減同用之甲戊丁角其所存丁戊乙甲戊丙兩角必等（公論三）又丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等（本篇十三）乙戊線至丙丁線上則丁戊乙丙戊

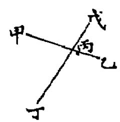


乙兩角與兩直角等（本篇十三）如此即甲戊丁丁戊乙兩角亦與丁戊乙丙戊乙兩角（公論十）試減同用之丁戊乙角其所存甲戊丁丙戊乙必等

一系推顯兩直線相交于中點上作四角與四直角等

二系一點之上兩直線相交不論幾許線幾許角定與四直角等（公論十八）

增題一直線內出不同方兩直線而所作兩交角等即後出兩線為一直線



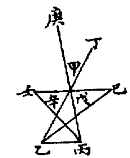
解曰甲乙線內取丙點出丙丁丙戊兩線而所作甲丙戊丁丙乙兩交角等或甲丙丁戊丙乙兩交角等題言戊丙丙丁即一直線

論曰甲丙戊角既與丁丙乙角等每加一戊丙乙角即甲丙戊戊丙乙兩角必與丁丙乙戊丙乙兩角等（公論二）而甲丙戊戊丙乙與兩直角等（本篇十三）則

丁丙乙戊丙乙亦與兩直角等是戊丙丙丁為一直線本篇十四

第十六題

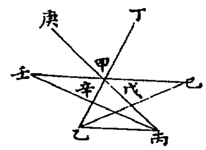
凡三角形之外角必大于相對之各角



解曰甲乙丙角形自乙甲線引之至丁

題言外角丁甲丙必大于相對之內角甲乙丙甲丙乙

論曰欲顯丁甲丙角大于甲丙乙角試以甲丙線兩



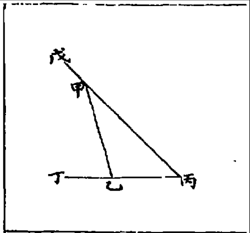
平分于戊本篇十自乙至戊作直線引長之從戊外截取戊己與乙戊等本篇三次自甲至己作直線即甲戊己戊乙丙兩角形之戊己與戊乙兩線等戊甲與戊丙兩線等甲戊己乙戊丙兩交角又等本篇十五則甲己與乙丙兩底亦等本篇四兩形之各邊各角俱等而己甲戊與戊丙乙兩角亦等矣夫己甲戊乃丁甲丙之分則丁甲丙大于己甲戊亦大于相等之戊丙乙而丁甲丙外角不大于

相對之甲丙乙內角乎次顯丁甲丙大于甲乙丙試自丙甲線引長之至庚次以甲乙線兩平分于辛本篇十自丙至辛作直線引長之從辛外截取辛壬與丙辛等本篇三次自甲至壬作直線依前論推顯甲辛壬辛丙乙兩角形之各邊各角俱等則壬甲辛與辛乙丙兩角亦等矣夫壬甲辛乃庚甲乙之分必小于庚甲乙也庚甲乙又與丁甲丙兩交角等本篇十五則甲乙丙內角不小于丁甲丙外角乎其餘乙丙上作外角

俱大于相對之內角依此推顯

第十七題

凡三角形之每兩角必小于兩直角



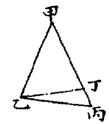
解曰甲乙丙角形題言甲乙丙甲丙乙兩角丙甲乙甲乙丙兩角甲丙乙丙甲乙兩角皆小于兩直角

論曰試用兩邊線丙甲引出至戊丙乙引出至丁即甲乙丁外角大于相對之甲丙乙內角矣本篇十六此兩

率者每加一甲乙丙角則甲乙丁甲乙丙必大于甲
丙乙甲乙丙矣（公論四）夫甲乙丁甲乙丙與兩直角等
也（本篇十三）則甲丙乙甲乙丙小于兩直角也餘二倣此

第十八題

凡三角形大邊對大角小邊對小角

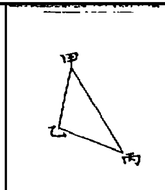


解曰甲乙丙角形之甲丙邊大于甲乙邊乙
丙邊題言甲乙丙角大于乙丙甲角乙甲丙
角

論曰甲丙邊大于甲乙邊即于甲丙線上截甲丁與
甲乙等（本篇三）自乙至丁作直線則甲乙丁與甲丁乙
兩角等矣（本篇五）夫甲丁乙角者乙丙丁角形之外角
必大于相對之丁丙乙內角（本篇十六）則甲乙丁角亦大
于甲丙乙角而況甲乙丙又函甲乙丁于其中不又
大于甲丙乙乎如乙丙邊大于甲乙邊則乙甲丙角
亦大于甲丙乙角依此推顯

第十九題

凡三角形大角對大邊小角對小邊

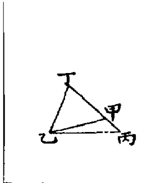


解曰甲乙丙角形乙角大于丙角題言對乙角之甲丙邊必大于對丙角之甲乙邊

論曰如云不然令言或等或小若言甲丙與甲乙等則甲丙角宜與甲乙角等矣（本篇五）何設乙角大于丙角也若言甲丙小于甲乙則甲丙邊對甲乙大角宜大（本篇十八）又何言小也如甲角大于丙角則乙丙邊大于甲乙邊依此推顯

第二十題

凡三角形之兩邊并之必大于一邊



解曰甲乙丙角形題言甲丙甲乙邊并之必大于乙丙邊甲丙丙乙并之必大于甲乙甲乙乙丙并之必大于甲丙

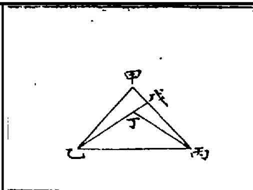
論曰試于丙甲邊引長之以甲乙為度截取甲丁（本篇三）自丁至乙作直線令甲丁甲乙兩腰等而甲丁乙甲乙丁兩角亦等（本篇五）即丙乙丁角大于甲乙丁角

亦大于丙丁乙角矣夫丁丙邊對丙乙丁大角也豈不大于乙丙邊對丙丁乙小角者乎（本篇十九）又甲丁甲乙兩線各加甲丙線等也則甲乙加甲丙者與丙丁等矣丙丁既大于乙丙則甲乙甲丙兩邊并必大于乙丙邊也餘二倣此

第二十一題

凡三角形于一邊之兩界出兩線復作一三角形在其內則內形兩腰并之必小于相對兩腰而後兩線所

作角必大于相對角



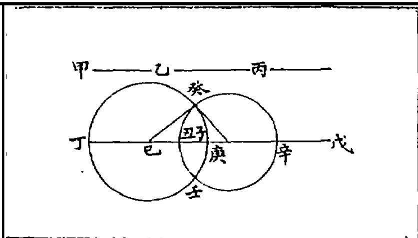
解曰甲乙丙角形于乙丙邊之兩界各出一線遇于丁題言丁丙丁乙兩線并必小于甲乙甲丙并而乙丁丙角必大于乙甲丙角

論曰試用內一線引長之如乙丁引之至戊即乙甲戊角形之乙甲甲戊兩線并必大于乙戊線也（本篇二十）此二率者每加一戊丙線則乙甲甲戊戊丙并必大于乙戊戊丙并矣（公論四）又戊丁丙角形之戊丁戊丙

線并必大于丁丙線也此二率者每加一丁乙線則戊丁戊丙丁乙并必大于丁丙丁乙并矣（公論四）夫乙甲甲戊戊丙既大于乙戊戊丙豈不更大于丁丙丁乙乎（本篇二十）又乙甲戊角形之丙戊丁外角大于相對之乙甲戊內角（本篇十六）即丁戊丙角形之乙丁丙外角更大于相對之丁戊丙內角矣而乙丁丙角豈不更大于乙甲丙角乎

第二十二題

三直線求作三角形其每兩線并大于一線也

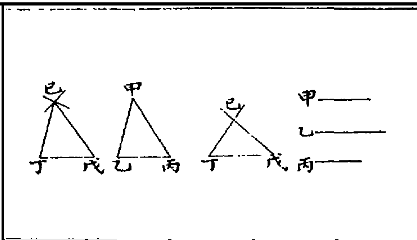


法曰甲乙丙三線其第一第二線并大于第三線（若兩線比第三線或等或小即不能作三角形見本篇二十）求作三角形先任作丁戊線長于三線并次以甲為度從丁截取丁巳線（本篇三）以乙為度從己截取己庚線以丙為度從庚截取庚辛線次以己為心丁為界作丁壬癸圜以庚為心辛為界作辛壬癸圜其兩圜相遇下為壬上為癸末

以庚巳為底作癸庚癸巳兩直線即得已癸庚三角形用壬亦可作若丁壬癸圜不到子辛壬癸圜不到丑即是兩線或等或小于第三線不成三角形矣

論曰此角形之丁己己癸線皆同圜之半徑等界說十五則己癸與甲等庚辛庚癸線亦皆同圜之半徑等則庚癸與丙等己庚元以乙為度則角形三線與所設三線等

用法任以一線為底以底之一界為心第



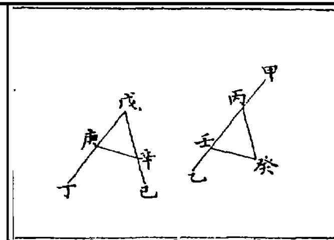
二線為度向上作短界線次以又一界為心第三線為度向上作短界線兩界線交處向下作兩腰如所求

若設一三角形求別作一形與之等亦用此法

第二十三題

一直線任于一點上求作一角與所設角等

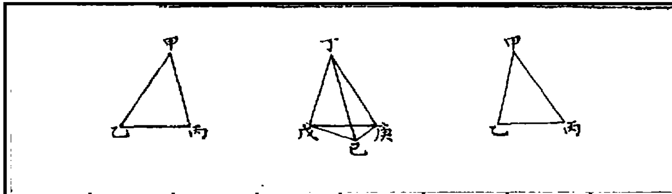
法曰甲乙線于丙點求作一角與丁戊己角等先于



戊丁線任取一點為庚于戊巳線任取一點為辛自庚至辛作直線次依甲乙線作丙壬癸角形與戊庚辛角形等（本篇廿二）即丙壬丙癸兩腰與戊庚戊辛兩腰等壬癸底與庚辛底又等則丙角與戊角必等（本篇八）

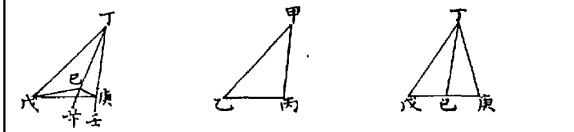
第二十四題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之腰間角大則底亦大

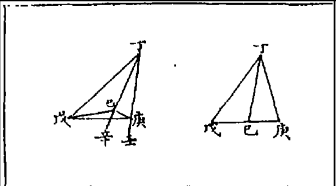


解曰甲乙丙與丁戊己兩角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁巳兩腰各等若乙甲丙角大于戊丁己角題言乙丙底必大于戊巳底

論曰試依丁戊線從丁點作戊丁庚角與乙甲丙角等（本篇廿三）則戊丁庚角大于戊丁己角而丁庚腰在丁巳之外矣次截丁庚線與丁巳等（本篇三）即丁庚丁巳俱與甲丙等又自戊至庚作直線是甲乙與丁戊甲丙與丁庚腰



線各等乙甲丙與戊丁庚兩角亦等而乙丙與戊庚兩底必等也本篇四次問所作戊庚底今在戊巳底上邪抑同在一線邪抑在其下邪若在上即如第二圖自己至庚作直線則丁庚己角形之丁庚巳兩腰等而丁庚己與丁己庚兩角亦等矣本篇五夫戊庚己角乃丁庚己角之分必小于丁庚己亦必小于相等之丁巳庚而丁巳庚又戊己庚角之分則

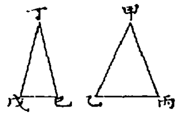


戊庚己益小于戊巳庚也公論九則對戊庚己小角之戊己腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也本篇十九若戊巳與戊庚兩底同線即如第四圖戊己乃戊庚之分則戊己必小于戊庚也公論九若戊庚在戊巳之下即如第六圖自己至庚作直線次引丁庚線出于壬引丁巳線出于辛則丁庚丁巳兩腰等而辛巳庚壬庚己兩外角亦等矣本篇五夫戊庚己角乃壬庚己角之分必小于壬庚己

亦必小于相等之辛巳庚而辛巳庚又戊己庚角之
分則戊庚巳益小于戊己庚也公論九則對戊庚己小
角之戊巳腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也本篇十九
是三戊巳皆小于等戊庚之乙丙本篇四也

第二十五題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之底大則腰間角
亦大

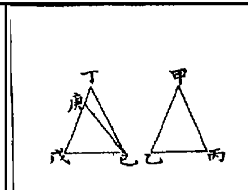


解曰甲乙丙與丁戊己兩角形其甲乙與丁戊甲丙
與丁巳各兩腰等若乙丙底大于戊巳底題
言乙甲丙角大于戊丁巳角
論曰如云不然令言或小或等若言等則兩
形之兩腰各等腰間角又等宜兩底亦等本篇四何設
乙丙底大也若言乙甲丙角小則對乙甲丙角之乙
丙線宜亦小本篇廿四何設乙丙底大也

第二十六題二支

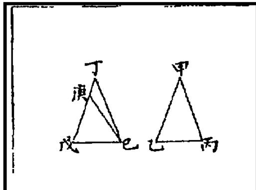
兩三角形有相當之兩角等及相當之一邊等則餘兩

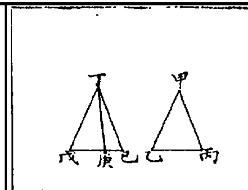
邊必等餘一角亦等其一邊不論在兩角之內及一角之對



先解一邊在兩角之內者曰甲乙丙角形之甲乙丙甲丙乙兩角與丁戊巳角形之丁戊巳丁巳戊兩角各等在兩角內之乙丙邊與戊巳邊又等題言甲乙與丁戊兩邊甲丙與丁巳兩邊各等而乙甲丙角與戊丁巳角亦等

論曰如云兩邊不等而丁戊大于甲乙令于丁戊線截取庚戊與甲乙等本篇三次自庚至己作直線即庚戊巳角形之庚戊戊巳兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等矣夫乙角與戊角元等則甲丙與庚巳宜等本篇四而庚巳戊角與甲丙乙角宜亦等也本篇四既設丁巳戊與甲丙乙兩角等今又言庚巳戊與甲丙乙兩角等是庚己戊與丁己戊亦等全與其分等矣公論九以此見兩邊必等兩邊既等則餘一角亦等





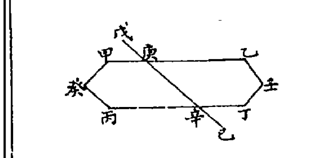
後解相等邊不在兩角之內而在一角之對者曰甲乙丙角形之乙角丙角與丁戊己角形之戊角丁己戊角各等而對丙之甲乙邊與對己之丁戊邊又等題言甲丙與丁己兩邊丙乙與己戊兩邊各等而甲角與戊丁己角亦等

論曰如云兩邊不等而戊己大于乙丙令于戊己線截取戊庚與乙丙等（本篇三）次自丁至庚作直線即丁戊庚角形之丁戊戊庚兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等

矣夫乙角與戊角元等則甲丙與丁庚宜等（本篇四）而丁庚戊角與甲丙乙角宜亦等也既設丁巳戊與甲丙乙兩角等今又言丁庚戊與甲丙乙兩角等是丁庚戊外角與相對之丁巳戊內角等矣（本篇十六）可乎以此見兩邊必等兩邊既等則餘一角亦等

第二十七題

兩直線有他直線交加其上若內相對兩角等即兩直線必平行

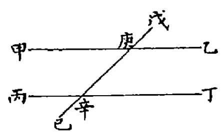


解曰甲乙丙丁兩直線加他直線戊己交于庚于辛而甲庚辛與丁辛庚兩角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰如云不然則甲乙丙丁兩直線必至相遇于壬而庚辛壬成三角形則甲庚辛外角宜大于相對之庚辛壬內角矣本篇十六乃先設相等乎若設乙庚辛角與丙辛庚角等亦依此論若言甲乙丙丁兩直線相遇于癸亦依此論

第二十八題 二支

兩直線有他直線交加其上若外角與同方相對之內角等或同方兩內角與兩直角等即兩直線必平行



先解曰甲乙丙丁兩直線加他直線戊己交于庚于辛其戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰乙庚辛角與相對之內角丙辛庚等本篇廿七戊庚甲與乙庚辛兩交角亦等本篇十五即兩直線必

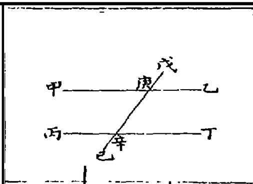
平行

後解曰甲庚辛丙辛庚兩內角與兩直角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰甲庚辛丙辛庚兩角與兩直角等而甲庚戊甲庚辛兩角亦與兩直角等（本篇十三）試減同用之甲庚辛即所存甲庚戊與丙辛庚等矣既外角與同方相對之內角等即甲乙丙丁必平行（本題）

第二十九題（三支）

兩平行線有他直線交加其上則內相對兩角必等外角與同方相對之內角亦等同方兩內角亦與兩直角等



先解曰此反前二題故同前圖有甲乙丙丁二平行線加他直線戊巳交于庚于辛題言甲庚辛與丁辛庚內相對兩角必等

論曰如云不然而甲庚辛大于丁辛庚則丁辛庚加辛庚乙宜小于辛庚甲加辛庚乙矣（公論四）夫辛庚甲辛庚乙元與兩直角等（本篇十三）據如彼論則丁辛庚辛

庚乙兩角小于兩直角而甲乙丙丁兩直線向乙丁行必相遇也（公論十一）可謂平行線乎

次解曰戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等

論曰乙庚辛與相對之丙辛庚兩內角等（本題）則乙庚辛交角相等之戊庚甲（本篇十五）與丙辛庚必等（公論一）

後解曰甲庚辛丙辛庚兩內角與兩直角等

論曰戊庚甲與庚辛丙兩角既等（本題）而每加一甲庚辛角則庚辛丙甲庚辛兩角與甲庚辛戊庚甲兩角

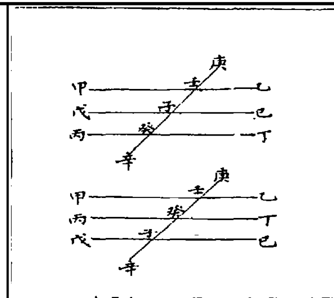
必等（公論二）夫甲庚辛戊庚甲本與兩直角等（本篇十三）則甲庚辛丙辛庚兩內角亦與兩直角等

第三十題

兩直線與他直線平行則元兩線亦平行

解曰此題所指線在同面者不同面線後別有論如甲乙丙丁兩直線各與他線戊巳平行題言甲乙與丙丁亦平行

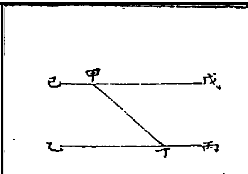
論曰試作庚辛直線交加于三直線甲乙于壬戊巳



于子丙丁于癸其甲乙與戊巳既平行即甲壬子與相對之己子壬兩內角等本篇廿九丙丁與戊巳既平行即丁癸子內角與己子壬外角亦等本篇廿九丁癸子與甲壬子亦為相對之內角亦等公論一而甲乙丙丁為平行線本篇廿七

第三十一題

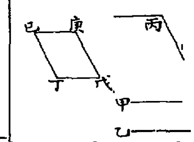
一點上求作直線與所設直線平行



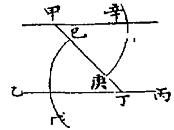
法曰甲點上求作直線與乙丙平行先從甲點向乙丙線任指一處作直線為甲丁即乙丙線上成甲丁乙角次于甲點上作一角與甲丁乙等本篇廿三為戊甲丁從戊甲線引之至己即己戊與乙丙平行

論曰戊己乙丙兩線有甲丁線聯之其所作戊甲丁與甲丁乙相對之兩內角等即平行線本篇廿七

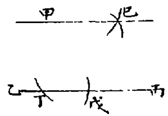
增從此題生一用法設一角兩線求作有法四邊形有角與所設角等兩兩邊線與所設線等



法曰先作己丁戊角與丙等次截丁戊線與甲等己丁線與乙等末依丁戊平行作己庚依己丁平行作庚戊即所求



本題用法于甲點求作直線與乙丙平行先作甲丁線次以丁為心任作戊己圜界次用元度以甲為心作庚辛圜界稍長于戊己次取戊己圜界為度于庚辛圜界截取庚辛末自甲至辛作直線各引長之即所求



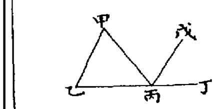
又用法以甲點為心于乙丙線近乙處任指一點作短界線為丁次用元度以丁為心于乙丙上向丙截取一分作短界線為戊次用元度以戊為心向上與甲平處作短界線又用元度以甲為心向甲平處作短界線後兩界線交處為己自甲至己作直線各引長之即所求

第三十二題 二支

凡三角形之外角與相對之內兩角并等凡三角形之

內三角并與兩直角等

先解曰甲乙丙角形試從乙丙邊引至丁題言甲丙



丁外角與相對之內兩角甲乙并等

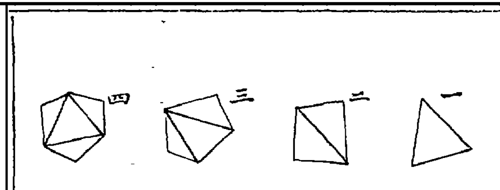
論曰試作戊丙線與甲乙平行（本篇三一）令甲丙為甲乙戊丙之交加線則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等（本篇廿九）又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等（本篇廿九）既甲丙戊與乙甲丙等而戊丙丁與甲乙丙又等則甲丙丁

外角與內兩角甲乙并等矣

後解曰甲乙丙三角并與兩直角等

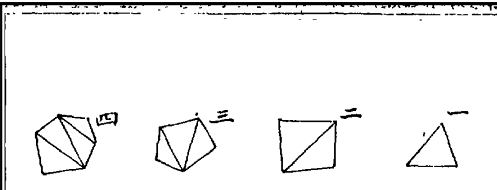
論曰既甲丙丁角與甲乙兩角并等更于甲丙丁加甲丙乙則甲丙丁甲丙乙兩角并與甲乙丙內三角并等矣（公論二）夫甲丙丁甲丙乙并元與兩直角等（本篇十三）則甲乙丙內三角并亦與兩直角等

增從此推知凡第一形當兩直角第二形當四直角第三形當六直角自此以上至于無窮每命形



之數倍之為所當直角之數凡一線二線不能為形故三邊為第一形四邊為第二形五邊為第三形六邊為第四形倣此以至無窮又視每形邊數減二邊即所存邊數是本形之數

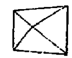
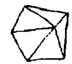
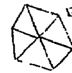
論曰如上四圖第一形三邊減二邊存一邊即是本形一數倍之當兩直角本題第二形四邊減二邊存二邊即是本形二數倍之當四直角欲顯此理試以第二形作一對角線成兩三角形每形當兩直角并之則當四直角矣第三形



五邊減二邊存三邊即是本形三數倍之當六直角欲顯此理試以第三形作兩對角線成三三角形每形當兩直角并之亦當六直角矣其餘依此推顯以至無窮

又一法每形視其邊數每邊當兩直角而減四直角其存者即本形所當直角

論曰欲顯此理試于形中任作一點從此點向各角俱作直線令每形所分角形之數如其邊數每

一 
二 
三 
四 

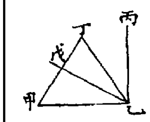
一分形三角當二直角本題其近點之處不論幾角皆當四直角本篇十五之系次減近點諸角即是減四直角其存者則本形所當直角如上第四形六邊中間任指一點從點向各角分為六三角形每一分形三角六形共十八角今于近點處減當四直角之六角所存近邊十二角當八直角餘倣此

一系凡諸種角形之三角并俱相等本題增

二系凡兩腰等角形若腰間直角則餘兩角每當直角之半腰間鈍角則餘兩角俱小于半直角腰間鋭角則餘兩角俱大于半直角

三系平邊角形每角當直角三分之二

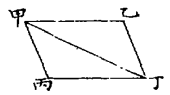
四系平邊角形若從一角向對邊作垂線分為兩角形此分形各有一直角在垂線之下兩旁則垂線之上兩旁角每當直角三分之一其餘兩角每當直角三分之二



增從三系可分一直角為三平分其法任于一邊立平邊角形次分對直角一邊為兩平分從此邊對角作垂線即所求如上圖甲乙丙直角求三分之先于甲乙線上作甲乙丁平邊角形本篇一次平分甲丁于戊本篇九末作乙戊直線

第三十三題

兩平行相等線之界有兩線聯之其兩線亦平行亦相等



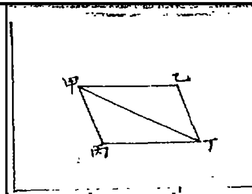
解曰甲乙丙丁兩平行相等線有甲丙乙丁兩線聯之題言甲丙乙丁亦平行相等線

論曰試作甲丁對角線為甲乙丙丁之交加線即乙甲丁丙丁甲相對兩內角等本篇廿九又甲丁線上下兩角形之甲乙丙丁兩邊既等甲丁同邊則對乙甲丁角之乙丁線與對丙丁甲角之甲丙線亦等本篇廿九而乙丁甲與丙甲丁兩角亦等也本篇四此兩角者甲丙乙丁之內相對角也兩角既等則甲丙乙丁

兩線必平行（本篇廿七）

第三十四題

凡平行線方形每相對兩邊線各等每相對兩角各等對角線分本形兩平分



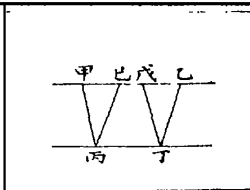
解曰甲乙丁丙平行方形（界說三五）題言甲乙與丙丁兩線甲丙與乙丁兩線各等又言乙與丙兩角乙甲丙與丙丁乙兩角各等又言若作甲丁對角線即分本形為兩平分

論曰甲乙與丙丁既平行則乙甲丁與丙丁甲相對之兩內角等（本篇廿九）甲丙與乙丁既平行則乙丁甲與丙甲丁相對之兩內角等（本篇廿九）甲乙丁角形之乙甲丁乙丁甲兩角與甲丁丙角形之丙丁甲丙甲丁兩角既各等甲丁同邊則甲乙與丙丁甲丙與乙丁俱等也而丙角與相對之乙角亦等矣（本篇廿六）又乙丁甲角加丙丁甲角與丙甲丁角加乙甲丁角既等即乙甲丙與丙丁乙相對兩角亦等也（公論二）又甲乙丁甲

丁丙兩角形之甲乙乙丁丙兩邊與丁丙丙甲兩邊各等腰間之乙角與丙角亦等則兩角形必等（本篇四）而甲丁線分本形為兩平分

第三十五題

兩平行方形若同在平行線內又同底則兩形必等

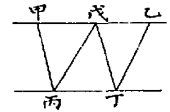


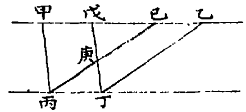
解曰甲乙丙丁兩平行線內有丙丁戊甲與丙丁乙巳兩平行方形同丙丁底題言此兩形等等者不謂腰等角等謂所函之地等後

言形等者多倣此

先論曰設己在甲戊之內其丙丁戊甲與丙丁乙己皆平行方形丙丁同底則甲戊與丙丁巳乙與丙丁各相對之兩邊各等（本篇三四）而甲戊與己乙亦等（公論一）試于甲戊己乙兩線各減己戊即甲己與戊乙亦等（公論三）而甲丙與戊丁元等（本篇三四）乙戊丁外角與己甲丙內角又等（本篇廿九）則乙戊丁與己甲丙兩角形必等矣（本篇四）次于兩角形每加一丙丁戊己無法四邊形

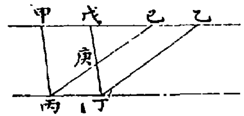
則丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形等也公論二





次論曰設己戊同點依前甲戊與戊乙等乙戊丁與戊甲丙兩角形等本篇四而每加一戊丁丙角形則丙丁戊甲與丙丁乙戊兩平行方形必等公論二

後論曰設己點在戊之外而丙己與戊丁兩線交于庚依前甲戊與己乙兩線等而每加一戊己線即戊乙與甲己兩線亦等公論二因

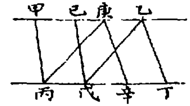


顯己甲丙與乙戊丁兩角形亦等本篇四次每減一己戊庚角形則所存戊庚丙甲與乙己庚丁兩無法四邊形亦等公論三次于兩無法形每加一庚丁丙角形則丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形必等公論二

第三十六題

兩平行線內有兩平行方形若底等則形亦等

解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊己與庚辛丁



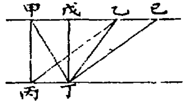
乙丙平行方形而丙戊與辛丁兩底等題言兩形亦等

論曰試自丙至庚戊至乙各作直線相聯其丙戊庚乙各與辛丁等則丙戊與庚乙亦等本篇卅四庚乙與丙戊既平行線則庚丙與乙戊亦平行線本篇卅三而甲丙戊己與庚丙戊乙兩平行方形同丙戊底者等矣本篇三五庚辛丁乙與庚丙戊乙兩平行方形同庚乙底者亦等矣本篇三五既爾則庚辛丁乙與甲丙戊己

亦等公論一

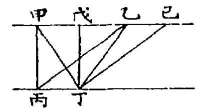
第三十七題

兩平行線內有兩三角形若同底則兩形必等



解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁乙丙丁兩角形同丙丁底題言兩形必等

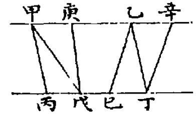
論曰試自丁至戊作直線與甲丙平行次自丁至己作直線與乙丙平行本篇三一夫甲丙丁戊乙丙丁己兩平行方形在甲乙丙丁兩平行線內同丙丁



底既等本篇三五則甲丙丁角形為甲丙丁戊方形之半與乙丙丁角形為乙丙丁己方形之半者甲丁乙丁兩對角線平分兩方形見本篇卅四亦等公論七

第三十八題

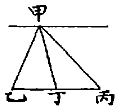
兩平行線內有兩三角形若底等則兩形必等



解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊與乙己丁兩角形而丙戊與己丁兩底等題言兩形必等

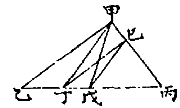
論曰試自庚至戊辛至丁各作直線與甲丙乙己平行本篇卅一其甲丙戊庚與乙己丁辛兩平行方形既等本篇卅六則甲丙戊與乙己丁兩角形為兩方形之半者本篇卅四亦等公論七

增凡角形任于一邊兩平分之向對角作直線即分本形為兩平分



論曰甲乙丙角形試以乙丙邊兩平分于丁本篇十自丁至甲作直線即甲丁線分本形為兩平分何

者試于甲角上作直線與乙丙平行本篇卅一則甲乙丁甲丁丙兩角形在兩平行線内兩底等兩形亦等本題



二增題凡角形任于一邊任作一點求從點分本形為兩平分

法曰甲乙丙角形從丁點求兩平分先自丁至相對甲角作甲丁直線次平分乙丙線于戊本篇十作戊己線與甲丁平行本篇卅一末作己丁直線

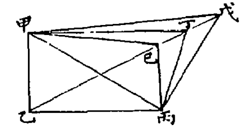
即分本形為兩平分

論曰試作甲戊直線即甲戊己己丁戊兩角形在兩平行線内同己戊底者等而每加一己戊丙形則己丁丙與甲戊丙兩角形亦等公論二夫甲戊丙為甲乙丙之半本增題則己丁丙亦甲乙丙之半

第三十九題

兩三角形其底同其形等必在兩平行線内

解曰甲乙丙與丁丙乙兩角形之乙丙底同其形復

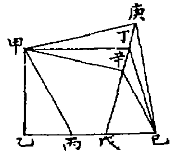


等題言在兩平行線內者葢云自甲至丁作直線必與乙丙平行

論曰如云不然令從甲別作直線與乙丙平行（本篇卅一）必在甲丁之上或在其下矣設在上為甲戊而乙丁線引出至戊即作戊丙直線是甲乙丙宜與戊丙乙兩角形等矣（本篇卅七）夫甲乙丙與丁丙乙既等而與戊丙乙復等是全與其分等也（公論九）設在甲丁下為甲己即作己丙直線是己丙乙與丁丙乙亦等如前駁之

第四十題

兩三角形其底等其形等必在兩平行線內



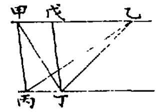
解曰甲乙丙與丁戊己兩角形之乙丙與戊己兩底等其形亦等題言在兩平行線內者葢云自甲至丁作直線必與乙己平行

論曰如云不然令從甲別作直線與乙己平行（本篇卅一）

必在甲丁之上或在其下矣設在上為甲庚而戊丁線引出至庚即作庚己直線是甲乙丙宜與庚戊己兩角形等矣本篇三八夫甲乙丙與丁戊己既等而與庚戊己復等是全與其分等也公論九設在甲丁下為甲辛即作辛己直線是辛戊己與丁戊己亦等如前駁之

第四十一題

兩平行線內有一平行方形一三角形同底則方形倍大于三角形



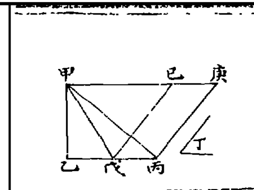
解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁戊方形乙丁丙角形同丙丁底題言方形倍大于角形

論曰試作甲丁直線分方形為兩平分則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣本篇卅七夫甲丙丁戊倍大于甲丙丁本篇卅三必倍大于乙丁丙

第四十二題

有三角形求作平行方形與之等而方形角有與所設

角等



法曰設甲乙丙角形丁角求作平行方形與甲乙丙角形等而有丁角先分一邊為兩平分如乙丙邊平分于戊（本篇十）次作丙戊己角與丁角等（本篇廿）次自甲作直線與乙丙平行（本篇卅一）而與戊己線遇于己末自丙作直線與戊己平行為丙庚（本篇卅一）而與甲己線遇于庚則得己戊丙庚平行方形與甲乙丙角形等

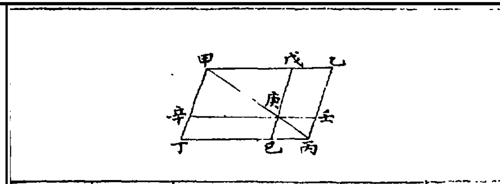
論曰試自甲至戊作直線其甲戊丙角形與己戊丙庚平行方形在兩平行線內同底則己戊丙庚倍大于甲戊丙矣（本篇四一）夫甲乙丙亦倍大于甲戊丙（本篇卅八）

增 即與己戊丙庚等（公論六）

第四十三題

凡方形對角線旁兩餘方形自相等

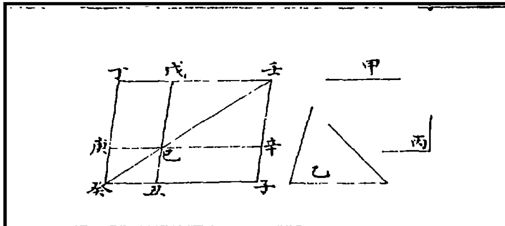
解曰甲乙丙丁方形有甲丙對角線題言兩旁之乙壬庚戊與庚己丁辛兩餘方形（界說卅六）必等



論曰甲乙丙甲丙丁兩角形等（本篇卅四）甲戊庚甲庚辛兩角形亦等（本篇卅四）而于甲乙丙減甲戊庚于甲丙丁減甲庚辛則所存乙丙庚戊與庚丙丁辛兩無法四邊形亦等矣（公論三）又庚壬丙己角線方形之庚丙己庚丙壬兩角形等（本篇三四）而于兩無法四邊形每減其一則所存乙壬庚戊與庚己丁辛兩餘方形安得不等（公論三）

第四十四題

一直線上求作平行方形與所設三角形等而方形角有與所設角等



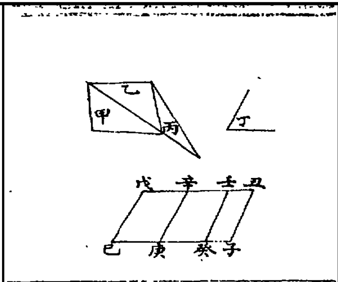
法曰設甲線乙角形丙角求于甲線上作平行方形與乙角形等而有丙角先作丁戊己庚平行方形與乙角形等而戊己庚角與丙角等（本篇四二）次于庚己線引長之作己辛線與甲等次作辛壬線與戊己平行（本篇三一）次于丁戊引長之與辛壬線遇于壬

次自壬至己作對角線引出之又自丁庚引長之與對線角遇于癸次自癸作直線與庚辛平行又于壬辛引長之與癸線遇于子末于戊己引長之至癸子線得丑即己丑子辛平行方形如所求

論曰此方形之己辛線與甲等而辛己丑角為戊己庚之交角 本篇十五 則與丙等又本形與戊己庚丁同為餘方形等 本篇四三 則與乙角形等

第四十五題

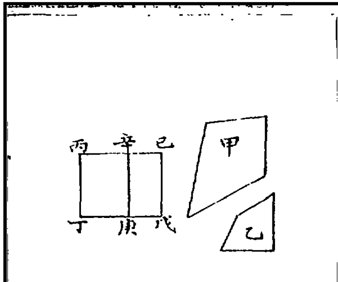
有多邊直線形求作一平行方形與之等而方形角有與所設角等



法曰設甲乙丙五邊形丁角求作平行方形與五邊形等而有丁角先分五邊形為甲乙丙三三角形次作戊己庚辛平行方形與甲等而有丁角 本篇四二 次于戊辛己庚兩平行線引長之作庚辛壬癸平行方形與乙等而有丁角 本篇四四 末復引前線作壬癸子丑平

行方形與丙等而有丁角（本篇四四）即此三形并為一平
行方形與甲乙丙并形等而有丁角自五以上可至
無窮俱倣此法
論曰戊己庚與辛庚癸兩角等而每加一己庚辛角
即辛庚癸己庚辛兩角定與己庚辛戊己庚兩角等
夫己庚辛戊己庚是兩平行線內角與兩直角等也
（本篇廿九）則己庚辛辛庚癸亦與兩直角等而己庚庚癸
為一直線也（本篇十四）又戊辛庚與戊己庚兩對角等而

辛壬癸與辛庚癸兩對角亦等則戊己庚辛庚辛壬
癸皆平行方形也（本篇卅四）壬癸子丑依此推顯（本篇三十）即
與戊己癸壬并為一平行方形矣
增題兩直線形不等求相減之較幾何

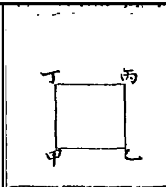


法曰甲與乙兩直線形甲大于乙以乙
減甲求較幾何先任作丁丙己戊平行
方形與甲等次于丙丁線上依丁角作
丁丙辛庚平行方形與乙等（本題）即得辛

庚戊己為相減之較矣何者丁丙己戊之大于丁丙辛庚較餘一辛庚戊己也則甲大于乙亦辛庚戊己也

第四十六題

一直線上求立直角方形



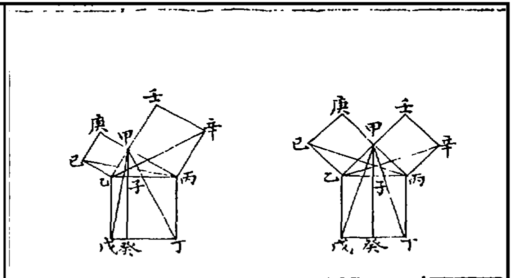
法曰甲乙線上求立直角方形先于甲乙兩界各立垂線為丁甲為丙乙皆與甲乙線等本篇十一次作丁丙線相聯即甲乙丙丁為直角方形

論曰甲乙兩角俱直角則丁甲丙乙為平行線本篇廿八此兩線自相等則丁丙與甲乙亦平行線本篇三三而甲乙丙丁四線俱平行俱相等又甲乙俱直角則相對丁丙亦俱直角本篇卅四而甲乙丙丁定為四直角方形

第四十七題

凡三邊直角形對直角邊上所作直角方形與餘兩邊上所作兩直角方形并等

解曰甲乙丙角形于對乙甲丙直角之乙丙邊上作

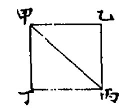


乙丙丁戊直角方形本篇四六題言此形與甲乙邊上所作甲乙己庚及甲丙邊上所作甲丙辛壬兩直角方形并等

論曰試從甲作甲癸直線與乙戊丙丁平行本篇卅一分乙丙邊于子次自甲至丁至戊各作直線末自乙至辛自丙至己各作直線其乙甲丙與乙甲庚既皆直角即庚甲甲丙是一直線本篇十四依顯乙甲甲壬亦一直線又

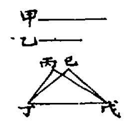
丙乙戊與甲乙己既皆直角而每加一甲乙丙角即甲乙戊與丙乙己兩角亦等公論二依顯甲丙丁與乙丙辛兩角亦等又甲乙戊角形之甲乙乙戊兩邊與丙乙己角形之己乙乙丙兩邊等甲乙戊與丙乙己兩角復等則對等角之甲戊與丙己兩邊亦等而此兩角形亦等矣本篇四夫甲乙己庚直角方形倍大于同乙己底同在平行線內之丙乙己角形本篇四一而乙戊癸子直角形亦倍大于同乙戊底同在平行線內

之甲乙戊角形則甲乙己庚不與乙戊癸子等乎公論六依顯甲丙辛壬直角方形與丙丁癸子直角形等則乙戊丁丙一形與甲乙己庚甲丙辛壬兩形并等矣



一增凡直角方形之對角線上作直角方形倍大于元形如甲乙丙丁直角方形之甲丙線上作直角方形倍大于甲乙丙丁形

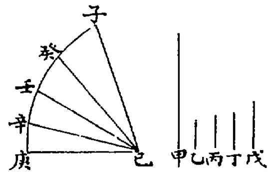
二增題設不等兩直角方形如一以甲為邊一以乙為邊求別作兩直角方形自相等而并之又與元設兩形并等



法曰先作丙戊線與甲等次作戊丙丁直角而丙丁線與乙等次作戊丁線相聯末于丙丁戊角丙戊丁角各作一角皆半于直角己戊己丁兩腰遇于己公論十一而等本篇六即己戊己丁兩線上所作兩直角方形自相等而并之又與丙戊丙丁上所作兩直角方形并等

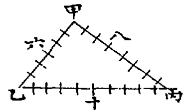
論曰己丁戊己戊丁兩角既皆半于直角則丁己戊為直角（本篇卅二）而對直角之丁戊線上所作直角方形與兩腰線上所作兩直角方形并等矣（本題）己戊與己丁既等則其上所作兩直角方形自相等矣又丁戊線上所作直角方形與丙丁丙戊線上所作兩直角方形并既等則己戊己丁上兩直角方形并與丙戊丙丁上兩直角方形并亦等

三增題多直角方形求并作一直角方形與之等



法曰如五直角方形以甲乙丙丁戊為邊任等不等求作一直角方形與五形并等先作己庚辛直角而己庚線與甲等庚辛線與乙等次作己辛線旋作己辛壬直角而辛壬與丙等次作己壬線旋作己壬癸直角而壬癸與丁等次作己癸線旋作己癸子直角而癸子與戊等末作己子線題言己子線上所作直角方形即所求

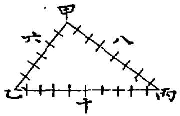
論曰己辛上作直角方形與甲乙兩形并等（本題）己壬上作直角方形與己辛及丙兩形并等餘倣此推顯可至無窮



四增三邊直角形以兩邊求第三邊長短之數

法曰甲乙丙角形甲為直角先得甲乙甲丙兩邊長短之數如甲乙六甲丙八求乙丙邊長短之數其甲乙甲丙上所作兩直角方形并既與

乙丙上所作直角方形等（本題）則甲乙之冪（自乘之數曰冪）得三十六甲丙之冪得六十四并之得百而乙丙之冪亦百百開方得十即乙丙數十也又設先得甲乙乙丙如甲乙六乙丙十而求甲丙之數其甲乙甲丙上兩直角方形并既與乙丙上直角方形

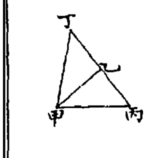


等則甲乙之冪得三十六乙丙之冪得百百減三十六得甲丙之冪六十四六十四開方得八即甲丙八也求甲乙倣此　此

以開方盡實者為例其不盡實者自具算家分法

第四十八題

凡三角形之一邊上所作直角方形與餘邊所作兩直角方形并等則對一邊之角必直角



解曰此反前題如甲乙丙角形其甲丙邊上所作直角方形與甲乙乙丙邊上所作兩直角方形并等題言甲乙丙角必直角

論曰試于乙上作甲乙丁直角而乙丁與乙丙兩線

等次作丁甲線相聯其甲乙丁既直角則甲丁上直角方形與甲乙乙丁上兩直角方形并等（本篇四七）而甲乙乙丁上兩直角方形并與甲乙乙丙上兩直角方形并又等（甲乙同乙丁乙丙等故）即丁甲上直角方形與甲丙上直角方形必等夫甲乙丁角形之甲乙乙丁兩腰與甲乙丙角形之甲乙乙丙兩腰既等而丁甲甲丙兩底又等則對底線之兩角亦等（本篇八）甲乙丁既直角即甲乙丙亦直角

幾何原本卷一

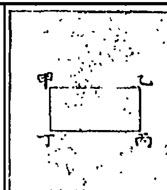
幾何原本卷二之首

西洋利瑪竇譯

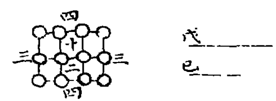
界說二則

第一界

凡直角形之兩邊函一直角者為直角形之矩線



如甲乙偕乙丙函甲乙丙直角得此兩邊即知直角形大小之度今別作戊線己線與甲



乙乙丙各等亦即知甲乙丙丁直角形大小之度則戊偕己兩線為直角形之矩線

此例與筭法通如上圖一邊得三一邊得四相乘得十二則三偕四兩邊為十二之矩數

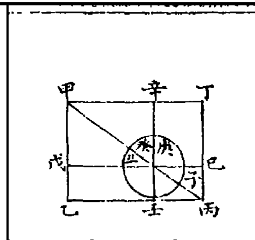
凡直角諸形之內四角皆直故不必更言四邊及平行線止名為直角形省文也

凡直角諸形不必全舉四角止舉對角二字即指全形如甲乙丙丁直角形止舉甲丙或乙丁亦省文也

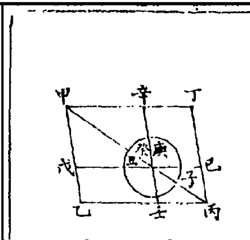
第二界

諸方形有對角線者其兩餘方形任偕一角線方形為磬折形

甲乙丙丁方形任直斜角作甲丙對角線從庚點作戊己辛壬兩線與方形邊平行而分本形為四方形



其辛己庚乙兩形為餘方形辛戊己壬兩形為角線方形一卷界說三六兩餘方形任偕一角線方形為磬折形如辛己庚乙兩餘方



形偕己壬角線方形同在癸子丑圜界內者是癸子丑磬折形也用辛戊角線方形做此

幾何原本卷二之首

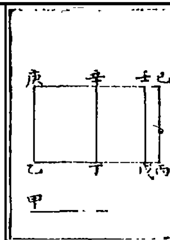
欽定四庫全書

幾何原本卷二

西洋利瑪竇撰

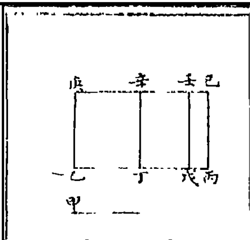
第一題

兩直線任以一線任分為若干分其兩元線矩内直角形與不分線偕諸分線矩内諸直角形并等



解曰甲與乙丙兩線如以乙丙三分之為乙丁丁戊戊丙題言甲偕乙丙矩線内直

角形與甲偕乙丁甲偕丁戊甲偕戊丙三矩線内直角形并等



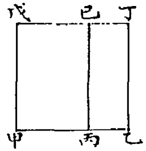
論曰試作乙己直角形在乙丙偕等甲之己丙矩線内作法于乙界作庚乙丙界作己丙兩垂線俱與甲等為平行次作庚己直線與乙丙平行次于丁戊兩點作辛丁壬戊兩垂線與庚乙己丙平行一卷卅三其辛丁與庚乙壬戊與己丙既平行則辛丁與壬戊亦平行而辛丁壬戊與己丙等即亦與甲等一卷卅四如此則乙辛直角形

在甲偕乙丁矩線內丁壬直角形在甲偕丁戊矩線內戊己直角形在甲偕戊丙矩線內并之則三矩內直角形與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等

注曰二卷前十題皆言線之能也能者謂其上能為直角形也如十尺線其上能為百尺方形之類其說與筭數最近故九卷之十四題俱以數明此十題之理今未及詳因題意難顯畧用數明之如本題設兩數當兩線為六為十以十任三分之為五為三為二六乘十為六十之一大實與六乘五為三十及六乘三為十八六乘二為十二之三小實并等

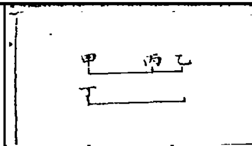
第二題

一直線任兩分之其元線上直角方形與元線偕兩分線兩矩內直角形并等



解曰甲乙線任兩分于丙題言甲乙上直角方形與甲乙偕甲丙甲乙偕丙乙兩矩線內直角形并等

論曰試于甲乙線上作甲丁直角方形從丙點作己丙垂線與甲戊乙丁平行（一卷卅一）其甲戊與甲乙既等（一卷卅四）則甲己直角形在甲乙甲丙矩線內乙丁與甲乙既等則丙丁直角形在甲乙丙乙矩線內而此兩形并與甲丁直角方形等

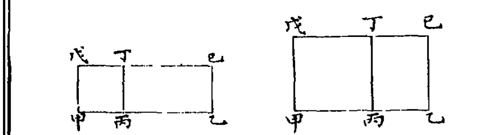


又論曰試別作丁線與甲乙等其甲乙線既任分于丙則甲乙偕丁矩線內直角形（即甲乙上直角方形）與甲丙偕丁丙乙偕丁兩矩線內直角形并等

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三十乘七為七十及十乘三為三十之兩小實與十自之百一大冪等

第三題

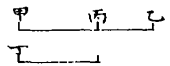
一直線任兩分之其元線任偕一分線矩內直角形與分餘線偕一分線矩內直角形及一分線上直角方形并等



解曰甲乙線任兩分于丙題言元線甲乙任偕一分線如甲丙矩內直角形不論與分餘丙乙偕甲丙矩線內甲丙為長分為短分直角形及甲丙上直角方形并等

論曰試作甲丁直角方形從乙界作乙巳垂線與甲戊平行一卷卌一而于戊丁引長之遇于己其甲戊與甲丙等則甲己直角形在元線甲乙偕一分線甲丙矩內丙丁與甲丙等則丙己

直角形在一分線甲丙偕分餘線丙乙矩內而甲己直角形與甲丙丙乙矩線內丙己直角形及甲丙上甲丁直角方形并等



又論曰試別作丁線與一分線甲丙等其甲乙即甲線既任分于丙則甲乙偕丁矩線內直角形即甲乙偕甲丙矩線內直角形與丁偕丙乙即甲丙偕丙乙丁偕甲丙即甲丙上直角方形兩矩線內直角形并等本篇一

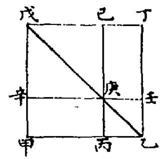
注曰以數明之設十數任兩分之為七為三如前

圖則十乘七為七十與七乘三之實二十一及七
自之冪四十九并等如後圖十乘三為三十與七
乘三之實二十一及三之冪九并等

第四題

一直線任兩分之其元線上直角方形與各分上兩直
角方形及兩分互偕矩線內兩直角形并等

解曰甲乙線任兩分于丙題言甲乙線上直角方形
與甲丙丙乙線上兩直角方形及甲丙偕丙乙

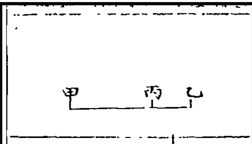


偕甲丙矩線內兩直角形并等

論曰試于甲乙線上作甲丁直角方形次
作乙戊對角線次從丙作丙己線與乙丁
平行遇對角線于庚末從庚作辛壬線與甲乙平行
而分本形為四直角形即甲乙戊角形之甲乙甲戊
兩邊等而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等一卷五夫甲乙
戊形之三角并與兩直角等一卷卅二而甲為直角即甲
乙戊甲戊乙皆半直角一卷卅之二系依顯丁乙戊角形之

丁乙戊丁戊乙兩角亦皆半直角則戊己庚外角與內角丁等為直角卷一卌九而己戊度既半直角則己庚戊等為半直角矣角既等則己庚己戊兩邊亦等卷一六庚辛辛戊亦等卷一卌四而辛巳為直角方形也依顯丙壬亦直角方形也又庚辛與甲丙兩對邊等卷一卌四而乙丙與庚丙俱為直角方形邊亦等則辛己為甲丙線上直角方形丙壬為丙乙線上直角方形也又甲庚及庚丁兩直角形各在甲丙丙乙矩線內也則甲丁直角方形與甲丙丙乙兩線上兩直角方形及兩線矩內兩直角形并等矣

系從此推知凡直角方形之角線形皆直角方形



又論曰甲乙線既任分于丙則元線甲乙上直角方形與元線偕各分線矩內兩直角形并等本篇二又甲乙偕甲丙矩線內直角形與甲丙偕丙乙矩線內直角形及甲丙上直角方形并等本篇三甲乙偕丙乙矩線內直角形與丙乙偕甲丙矩線內

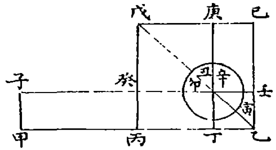
直角形及丙乙上直角方形并等本篇三則甲乙上直角方形與甲丙丙乙上兩直角方形及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙矩線內兩直角形并等

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三十之冪百與七之冪四十九三之冪九及三七互乘之實兩二十一并等

第五題

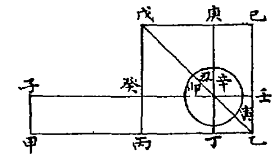
一直線兩平分之又任兩分之其任兩分線矩內直角

形及分內線上直角方形并與平分半線上直角方形等



解曰甲乙線兩平分于丙又任兩分于丁其丙丁為分內線丙丁線者丙乙所以大于丁乙之較又甲丁所以大于甲丙之較故曰分內線題言甲丁丁乙矩線內直角形及分內線丙丁上直角方形并與丙乙線上直角方形等

論曰試于丙乙線上作丙己直角方形次作乙戊對



角線從丁作丁庚線與乙己平行遇對角線于辛次從辛作壬癸線與丙乙平行次從甲作甲子線與丙戊平行末從壬癸線引長之遇于子夫丁壬癸庚皆直角方形本篇四之系而辛丁與丁乙兩線等一卷卌四癸辛與丙丁兩線等則甲辛直角形在任分之甲丁丁乙矩線內而癸庚為分內線丙丁上直角方形也今欲顯甲辛直角形及癸庚直角方形并與丙己直角方

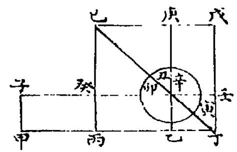
形等者于丙辛辛己相等之兩餘方形一篇四三每加一丁壬直角方形即丙壬及丁己兩直角形等矣而甲癸與丙壬兩形同在平行線內又底等即形亦等一卷卌六則甲癸與丁巳亦等也即又每加一丙辛直角形則丑寅卯罄折形豈不與甲辛等次于罄折形又加一癸庚直角方形豈不與丙巳直角方形等也而甲辛癸庚兩形并亦與丙己等也則甲丁丁乙矩線內直角形及丙丁上直角方形并與丙乙上直角方形

等

注曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之為八為二則三為分內數三者五所以大于二之較又八所以大于五之較二八之實十六三之冪九與五之冪二十五等

第六題

一直線兩平分之又任引增一直線共為一全線其全線偕引增線矩內直角形及半元線上直角方形并與半元線偕引增線上直角方形等



解曰甲乙線兩平分于丙又從乙引長之增乙丁與甲乙通為一全線題言甲丁偕乙丁矩線內直角形及半元線丙乙上直角方形并與丙丁上直角方形等

論曰試于丙丁上作丙戊直角方形次作丁己對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇對角線于辛次從辛作壬癸線與丙丁平行次從甲作甲子線與丙己平行末從壬癸線引長之遇于子夫乙壬癸庚皆直

角方形本篇四之系而乙丁與丁壬兩線等一卷卅四癸辛與丙乙兩線等則甲壬直角形在甲丁偕乙丁矩線內而癸庚為丙乙上直角方形也今欲顯甲壬直角形及癸庚直角方形并與丙戊直角方形等者試觀甲癸與丙辛兩直角形同在平行線內又底等即形亦等一卷卅六而丙辛與辛戊等一卷四三則辛戊與甲癸亦等即又每加一丙壬直角形則丑寅卯磬折形與甲壬等夫磬折形加一癸庚形本與丙戊直角方形等也

即甲壬癸庚兩形并亦與丙戊等也則甲丁乙丁矩線內直角形及丙乙上直角方形并豈不與丙丁上直角方形等

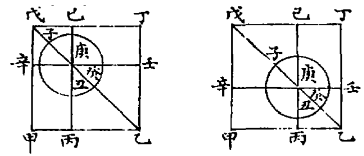
注曰以數明之設十數兩平分之各五又引增二共十二二乘之為二十四及五之冪二十五與七之冪四十九等

第七題

一直線任兩分之其元線上及任用一分線上兩直角

方形并與元線偕一分線矩內直角形二及分餘線

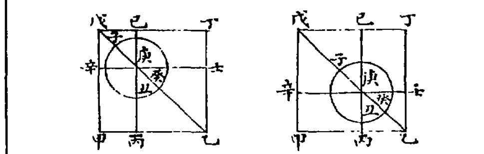
上直角方形并等



解曰甲乙線任分于丙題言元線甲乙上及任用一分線如甲丙上兩直角方形并（不論甲丙為長分為短分）與甲乙偕甲丙矩內直角形二及分餘線丙乙上直角方形并等

論曰試于甲乙上作甲丁直角方形次作乙戊對角線從丙作丙己線與乙丁平行

遇對角線于庚末從庚作辛壬線與甲乙平行夫辛己丙壬皆直角方形（本篇四之系）而辛庚與甲丙等（一卷卅四）即辛己為甲丙上直角方形也又甲戊與甲乙等即甲己直角形在甲乙偕甲丙矩線內也又戊丁丁壬與甲乙甲丙各等即辛丁直角形亦在甲乙偕甲丙矩線內也夫甲己己壬兩直角形（即癸子丑罄折形）及丙壬直角方形并本與甲丁直角方形等今于甲己辛丁兩直角形并加一丙壬直角方形即與甲丁直角方



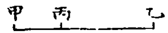
形加一辛巳直角方形等矣則甲乙甲丙矩線內直角形二及丙乙上直角方形并與甲乙上直角方形及甲丙上直角方形并等也

注曰以數明之設十數任分之為六為四如前圖十之冪百及六之冪三十六并與十六互乘之兩實百二十及四之冪十六等如後圖十之冪百及四之冪十六并與十四互乘之兩

實八十及六之冪三十六等

第八題

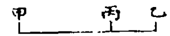
一直線任兩分之其元線偕初分線矩內直角形四及分餘線上直角方形并與元線偕初分線上直角方形等

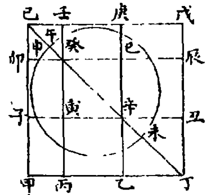


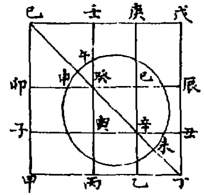
解曰甲乙線任分于丙題言元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四不論丙乙為長分為短分及分餘線甲丙上直角方形并與

甲乙偕丙乙上直角方形等

論曰試以甲乙線引增至丁而乙丁與丙乙等于全線上作甲戊直角方形次作丁巳對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇對角線于辛次從丙作丙壬線與甲巳平行遇對角線于癸次從辛作子丑線與甲丁平行遇丙壬于寅末從癸作卯辰線與戊己平行遇乙庚于巳







其卯壬寅巳乙丑俱角線方形一卷卅四之系而卯癸與甲丙兩線等一卷卅四即卯壬為甲丙上直角方形又寅辛與丙乙兩線等一篇卅四即寅巳為丙乙上直角方形與乙丑等丙乙與乙丁等故又乙辛辛巳兩線亦各與丙乙等而甲辛子巳兩直角形各在甲乙丙乙矩線內即等子辛與甲乙等故寅庚辛戊兩直角形亦各在甲乙丙乙矩線內即又等寅辛辛丑與丙乙乙丁等辛庚丑戊與等甲乙之子辛等故寅巳既與乙丑等而

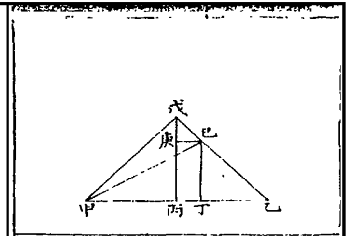
每加一癸庚即乙丑癸庚并與寅庚又等是甲辛一子巳二辛戊三乙丑四癸庚五五直角形并為午未申磬折形與元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四等而午未申磬折形及卯壬直角方形本與甲戊直角方形等則甲乙乙丙矩線內直角形四及甲丙上直角方形并與甲乙偕丙乙上直角方形等

注曰以數明之設十數任分之為六為四如前圖十六互乘之實四為二百四十及四之冪十六共二百五十六與十六之冪等如後圖十四互乘之實四為一百六十及六之冪三十六共一百九十六與十四之冪等

第九題

一直線兩平分之又任兩分之任分線上兩直角方形并倍大于平分半線上及分內線上兩直角方形并

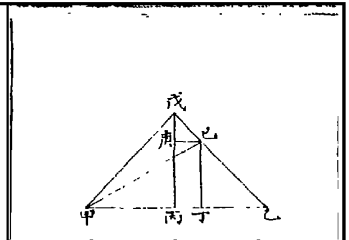
解曰甲乙線平分于丙又任分于丁題言甲丁丁乙上兩直角方形并倍大于平分半線甲丙上分內線



丙丁上兩直角方形并

論曰試于丙上作丙戊垂線與甲丙等次作甲戊戊乙兩腰次從丁作丁己垂線遇戊乙于己從己作己庚線與甲乙平行遇戊丙于庚末作甲己線其甲丙戊角形之甲丙丙戊兩腰等即丙戊甲丙甲戊兩角亦等（一卷五）而甲丙戊為直角即餘兩角皆半直角（一卷卅二之系）依顯丙戊乙亦半直角又戊庚己角形之戊庚己角為戊丙乙之外

角即亦直角（一卷廿九）而庚戊己半直角即庚己戊亦半直角（一卷卅二之系）又庚戊己庚己戊兩角等即庚戊庚己兩腰亦等（一卷六）依顯丁乙己角形之丁乙丁己兩腰亦等夫甲丙戊角形之丙為直角即甲戊線上直角方形與甲丙丙戊線上兩直角方形并等（一卷四七）而甲丙丙戊上兩直角方形自相等即甲戊上直角方形倍大于甲丙上直角方形矣又戊庚己角形之庚為直角即戊己線上直角方形與庚戊庚己線上兩直



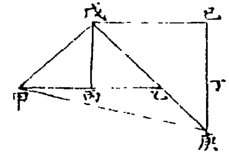
角方形并等一卷四七而庚戊庚己上兩直角方形自相等即戊己上直角方形倍大于等庚己之丙丁上直角方形矣庚己丙丁為丙己直角形之對邊故見一卷卅四則是甲戊戊己上兩直角方形并倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也又甲己上直角方形既等于甲戊戊己上兩直角方形并又等于甲丁丁己上兩直角方形并一篇四七則甲丁丁己上兩直角方形并亦倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并矣而丁己與丁乙等則甲丁丁乙上兩直角方形并豈不倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也

注曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之為七為三分內數二其七之羃四十九及三之羃九倍大于五之羃二十五及二之羃四

第十題

一直線兩平分之又任引增一線共為一全線其全線上及引增線上兩直角方形并倍大于平分半線上

及分餘半線偕引增線上兩直角方形并



解曰甲乙直線平分于丙又任引增為乙丁題言甲丁線上及乙丁線上兩直角方形并倍大于甲丙線上及丙丁線上兩直角方形并

論曰試于丙上作丙戊垂線與甲丙等自戊至甲至乙各作腰線次從丁作己丁垂線引長之又從戊乙引長之遇于庚次作戊己線與丙丁平行末作甲庚

線依前題論推顯甲戊乙為直角丙戊乙為半直角即相對之戊庚己亦半直角一卷廿九又己為直角一卷卅四即己戊庚亦半直角一卷卅二而己戊己庚兩腰必等一卷六依顯乙丁丁庚兩腰亦等夫甲戊上直角方形等于甲丙丙戊上兩直角方形并一卷四七必倍大于甲丙上直角方形而戊庚上直角方形等于戊己己庚上兩直角方形并一卷四七必倍大于對戊己邊之丙丁上直角方形一卷卅四則甲戊戊庚上兩直角方形并倍大

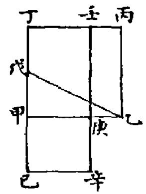
于甲丙丙丁上兩直角方形并也又甲庚上直角方形等于甲戊戊庚上兩直角方形并亦等于甲丁丁庚上兩直角方形并則甲丁丁庚上兩直角方形并亦倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也而甲丁乙丁上兩直角方形并倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并矣丁庚與乙丁等故

注曰以數明之設十數平分之各五又任增三為十三十三之冪一百六十九及三之冪九倍大于

五之冪二十五及八之冪六十四也

第十一題

一直線求兩分之而元線偕初分線矩內直角形與分餘線上直角方形等

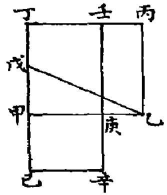


法曰甲乙線求兩分之而元線偕初分小線矩內直角形與分餘大線上直角方形等先于甲乙上作甲丙直角方形次以甲丁線兩平分于戊次作戊乙線次從戊甲引

增至己而戊己線與戊乙等末于甲乙線截取甲庚與甲己等即甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等如所求

論曰試于庚上作壬辛線與丁己平行次作己辛線與甲庚平行其壬庚與丙乙等即與甲乙等而庚丙直角形在甲乙偕庚乙矩線內也又甲庚與甲己等而甲為直角即己庚為甲庚上直角方形也一卷卅四今欲顯庚丙直角形與己庚直角方形等者試觀甲丁

兩平分于戊而引增一甲己是丁己偕甲己矩線內直角形即丁辛直角形及甲戊上直角方形并與等戊己之戊乙上直角方形等本篇六夫戊乙上直角方形等于甲戊甲乙上兩直角方形并一卷四七即丁辛直角形及



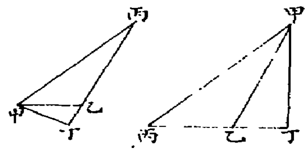
甲戊上直角方形并與甲戊甲乙上兩直角方形并等矣次各減同用之甲戊上直角方形即所存丁辛直角形不與甲乙上甲丙直角方形等乎此二率者又各減同用

之甲壬直角形則所存己庚直角方形與庚丙直角形等而甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等也

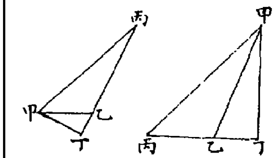
注曰此題無數可解說見九卷十四題

第十二題

三邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形大于餘邊上兩直角方形并之較為鈍角旁任用一邊偕其引增線之與對角所下垂線相遇者矩內直角形二



解曰甲乙丙三邊鈍角形甲乙丙為鈍角從餘角如甲下一垂線與鈍角旁一邊如丙乙之引增線遇于丁為直角題言對鈍角之甲丙邊上直角方形大于甲乙乙丙邊上兩直角方形并之較為丙乙偕乙丁矩線內直角形二反說之則甲乙乙丙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并與甲丙上直角方形等

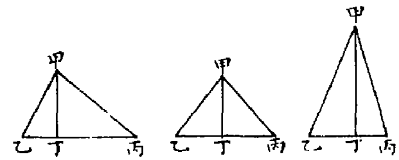


論曰丙丁線既任分于乙即丙丁上直角方形與丙乙乙丁上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等（本篇四）此二率者每加一甲丁上直角方形即丙丁甲丁上兩直角方形并與丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等也夫甲丙上直角方形等于丙丁甲丁上兩直角方形并（一卷四七）即亦等于丙乙乙丁甲丁上直角方形三

及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并也又甲乙線上直角方形既等于乙丁甲丁上兩直角方形并（一卷四七）即甲丙上直角方形與甲乙丙乙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等矣

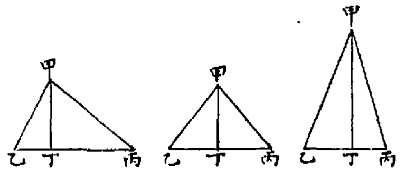
第十三題

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形小于餘邊上兩直角方形并之較為銳角旁任用一邊偕其對角所下垂線旁之近銳角分線矩內直角形二



解曰甲乙丙三邊銳角形從一角如甲向對邊乙丙下一垂線分乙丙于丁題言對甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形小于乙丙甲丙邊上兩直角方形并之較為乙丙偕丁丙矩線內直角形二反說之則乙丙甲丙上兩直角方形并與甲乙上直角方形及乙丙偕丁丙矩線內直角形二并等

論曰乙丙線既任分于丁即乙丙丁丙上兩直角方



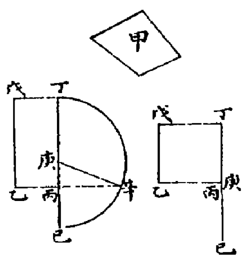
形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁上直角方形并等本篇七此二率者每加一甲丁上直角方形即乙丙丁丙甲丁上直角方形三與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁甲丁上兩直角方形并等也又甲丙上直角方形等于丁丙甲丁上兩直角方形并一卷四七即乙丙甲丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁甲丁上兩直角方形

并等也又甲乙上直角方形等于乙丁甲丁上兩直角方形并(一卷四七)即乙丙甲丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及甲乙上直角方形并等反說之則甲乙上直角方形小于乙丙甲丙上兩直角方形并者為乙丙偕丁丙矩線內直角形二也

注曰題中止論銳角形不言直角鈍角形而直角鈍角形中俱有兩銳角(一卷十七卅二)即對銳角邊上形亦同此論(如第二第三圖是)但三銳角形所作垂線任用一角而直角形必用直角鈍角形必用鈍角此為異耳(直角鈍角形不用直角鈍角不能作垂線)

第十四題

有直線形求作直角方形與之等



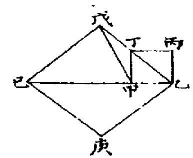
法曰甲直線無法四邊形求作直角方形與之等先作乙丁形與甲等而直角(一卷四五)次任用一邊引長之如丁丙引之至己而丙己與乙丙等次以

丁巳兩平分于庚其庚點或在丙點或在丙點之外若在丙即乙丁是直角方形與甲等矣（蓋丙己與乙丙等又與丙丁等而餘邊俱相等故乙丁為直角方形見一卷卅四）若庚在丙外即以庚為心丁巳為界作丁辛巳半圜末從乙丙線引長之遇圜界于辛即丙辛上直角方形與甲等

論曰試自庚至辛作直線其丁巳線既兩平分于庚又任兩分于丙則丁丙偕丙巳矩內直角形（即乙丁直角形）（蓋丙己與乙丙等故乙丙等故）及庚丙上直角方形并與庚巳之庚辛上直角方形等（本篇五）夫庚辛上直角方形等于庚丙丙辛上兩直角方形并（一卷四七）即乙丁直角形及庚丙上直角方形并與庚丙丙辛上兩直角方形并等次各減同用之庚丙上直角方形則丙辛上直角方形與乙丁直角形等

增題凡先得直角方形之對角線所長于本形邊之較而求本形邊

法曰直角方形之對角線所長于本形邊之較為



甲乙而求本形邊先于甲乙上作甲丙直角方形次作乙丁對角線又引長之為丁戊線而丁戊與甲丁等即得乙戊線如所求

論曰試于乙戊作戊己垂線從乙甲線引長之遇于己其乙戊己既直角而戊乙己為半直角（一卷卅二）即戊己乙亦半直角而戊乙與戊己兩邊等（一卷六）次作己庚與戊乙平行作乙庚與戊己平行即戊庚形為戊乙邊上直角方形也末作戊甲線即丁戊甲丁甲戊兩角等也（一卷五）夫乙戊己丁甲己既兩皆直角試每減一相等之丁戊甲丁甲戊角即所存己戊甲己甲戊兩角必等而己戊己甲兩邊必等（一卷六）則乙己對角線大于乙戊邊之較為甲乙矣

此增不在本書因其方形故類附于此

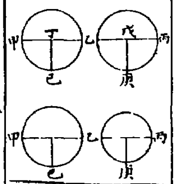
幾何原本卷三之首

西洋利瑪竇譯

界說十則

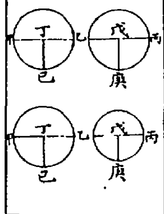
第一界

凡圜之徑線等或從心至圜界線等為等圜



三卷將論圜之情故先為圜界說此解

圜之等者如上圖甲乙乙丙兩徑等或



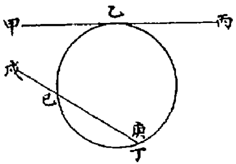
丁己戊庚從心至圜界等即甲己乙乙

庚丙兩圜等若下圖甲乙乙丙兩徑不

等或丁己戊庚從心至圜界不等則兩圜亦不等矣

第二界

凡直線切圜界過之而不與界交為切線



甲乙線切乙己丁圜之界乙又引長之至

丙而不與界交其甲丙線全在圜外為切

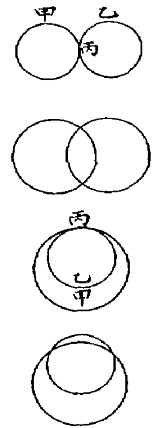
線若戊己線先切圜界而引之至庚入圜

內則交線也

第三界

凡兩圜相切而不相交為切圜

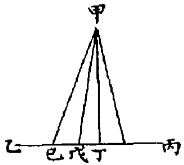
甲乙兩圜不相交而相切于丙或切于外如第一圖

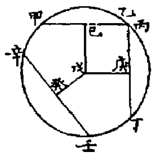


或切于內如第三圖其第二第四圖則交圜也

第四界

凡圜內直線從心下垂線其垂線大小之度即直線距心遠近之度





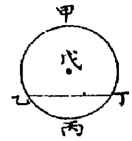
凡一點至一直線上惟垂線至近其他即遠垂線一而已遠者無數也故欲知點與線相去遠近必用垂線為度試如前圖甲點與乙丙線相去遠近必以甲丁垂線為度為甲丁一線獨去直線至近他若甲戊甲己諸線愈大愈遠乃至無數故如後圖

說甲乙丙丁圜內之甲乙丙丁兩線其去戊心遠近

等為己戊庚戊兩垂線等故若辛壬線去戊心近矣為戊癸垂線小故

第五界

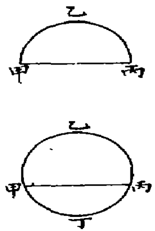
凡直線割圜之形為圜分



甲乙丙丁圜之乙丁直線任割圜之一分如甲乙丁及乙丙丁兩形皆為圜分凡分有三形其過心者為半圜分函心者為圜大分不函心者為圜小分又割圜之直線為弦所割圜界之一分為弧

第六界

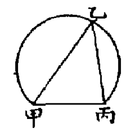
凡圜界偕直線内角為圜分角



以下三界論圜角三種本界所言雜圜也其在半圜分内為半圜角在大分内為大分角在小分内為小分角

第七界

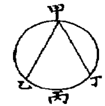
凡圜界任于一點出兩直線作一角為負圜分角



甲乙丙圜分甲丙為底于乙點出兩直線作甲乙丙角形其甲乙丙角為負甲乙丙圜分角

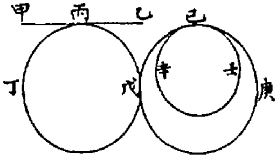
第八界

若兩直線之角乘圜之一分為乘圜分角



甲乙丙丁圜內于甲點出甲乙甲丁兩線其乙甲丁角為乘乙丙丁圜分角

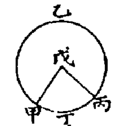
圜角三種之外又有一種為切邊角或直線切圜



或兩圜相切其兩圜相切者又或內或外如上圖甲乙線切丙丁戊圜于丙即甲丙丁乙丙戊兩角為切邊角又丙丁戊己戊庚兩圜外相切于戊及己戊庚己辛壬兩圜內相切于己即丙戊己戊己辛壬己庚三角俱為切邊角

第九界

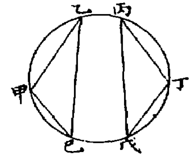
凡從圜心以兩直線作角偕圜界作三角形為分圜形



甲乙丙丁圜從戊心出戊甲戊丙兩線偕甲丁丙圜界作角形為分圜形

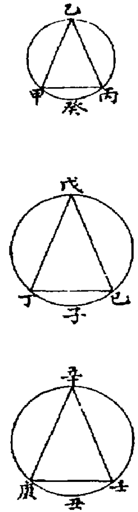
第十界

凡圜内兩負圜分角相等即所負之圜分相似



甲乙丙丁圜内有甲乙己與丁丙戊兩負圜分角等則所負甲乙丁己與丁丙甲戊兩圜分相似

又有兩圜或等或不等其負圜分角等即圜分俱相似如上三圖三圜之甲乙丙丁戊己庚辛壬三負圜分角等即所負甲乙丙丁戊己庚辛壬三圜分相似



相似者如云同為幾分圜之幾也

幾何原本卷三之首

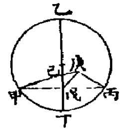
欽定四庫全書

幾何原本卷三

西洋利瑪竇撰

第一題

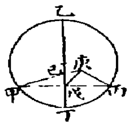
有圜求尋其心



法曰甲乙丙丁圜求尋其心先于圜之兩界任作一甲丙直線次兩平分之于戊一卷十次于戊上作乙丁垂線兩平分之于己即己為圜

心

論曰如云不然令言心何在彼不得言在己之上下何者乙丁線既平分于己離平分不能為心故必言心在乙丁線外為庚即令自庚至丙至戊至甲各作



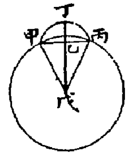
直線則甲庚戊角形之甲戊既與丙庚戊角形之丙戊兩邊等戊庚同邊而庚甲庚丙兩線俱從心至界宜亦等即對等邊之庚戊甲庚戊丙兩角宜亦等一卷八而為兩直角矣一卷界說十夫乙

戊甲既直角而庚戊甲又為直角可不可也

系因此推顯圜內有直線分他線為兩平分而作直角即圜心在其內

第二題

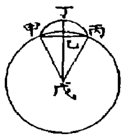
圜界任取二點以直線相聯則直線全在圜內



解曰甲乙丙圜界上任取甲丙二點作直線相聯題言甲丙線全在圜內

論曰如云在外若甲丁丙線令尋取甲乙丙圜之戊

心本篇一次作戊甲戊丙兩直線次于甲丁丙線上作戊乙丁線而與圜界遇于乙即戊甲丁丙當為三角形以甲丁丙為底戊甲戊丙兩腰等其戊甲丙戊丙甲兩角宜等一卷五而戊丁甲為戊丙丁之外角宜大于戊丙丁角即亦宜大于戊甲丁角一卷十六則對戊丁甲大角之戊甲線宜大于戊丁線矣一卷十九夫戊甲與

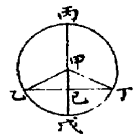


戊乙本同圜之半徑等據如所論則戊乙亦大于戊丁不可通也若云不在圜外而

在圜界依前論令戊甲大于戊乙亦不可通也

第三題

直線過圜心分他直線為兩平分其分處必為兩直角為兩直角必兩平分



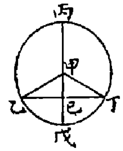
解曰乙丙丁圜有丙戊線過甲心分乙丁線為兩平分于己題言甲己必是垂線而己旁為兩直角又言己旁既為兩直角則甲己分乙丁必兩平分

先論曰試從甲作甲乙甲丁兩線即甲乙己角形之乙己與甲丁己角形之丁己兩邊等甲己同邊甲乙甲丁兩線俱從心至界又等即兩形等則其對等邊之甲己乙甲己丁亦等一卷八而為兩直角矣

後論曰如前作甲乙甲丁兩線甲乙丁角形之甲乙甲丁兩邊既等則甲乙丁甲丁乙兩角亦等一卷五又甲乙己角形之甲己乙甲乙己兩角與甲丁己角形之甲己丁甲丁己兩角各等而對直角之甲乙甲丁

兩邊又等則己乙己丁兩邊亦等一卷廿六

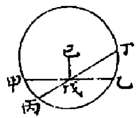
欲顯次論之㫖又有一説如甲丁上直角方形與甲己丁上兩直角方形并等一卷四七而甲乙上直角方



形與甲己乙己上兩直角方形并亦等即甲己己乙上兩直角方形并與甲己己丁上兩直角方形并亦等此二率者每減一甲己上直角方形則所存乙己己丁上兩直角方形自相等而兩邊亦等

第四題

圜內不過心兩直線相交不得俱為兩平分



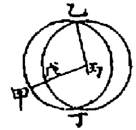
解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩直線俱不過己心若一過心一不過心即兩線不得俱為兩平分其理易顯而交于戊題言兩直線或有一線為兩平分不得俱為兩平分

論曰若云不然而甲乙丙丁能俱兩平分于戊試令尋本圜心于己本篇一從己至戊作甲乙之垂線其己

戊既分甲乙為兩平分即為兩直角本篇三而又能分丙丁為兩平分亦宜為兩直角是己戊甲為直角而己戊丙亦直角全與其分等矣

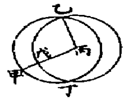
第五題

兩圜相交必不同心



解曰甲乙丁戊乙丁兩圜交于乙于丁題言兩圜不同心

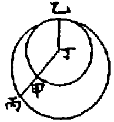
論曰若言丙為同心令自丙至乙至甲各作直線其



丙乙至圜交而丙甲截兩圜之界于戊于甲夫丙既為戊乙丁圜之心則丙乙與丙戊等而又為甲乙丁圜之心則丙乙與丙甲又等是丙戊與丙甲亦等而全與其分等也

第六題

兩圜內相切必不同心

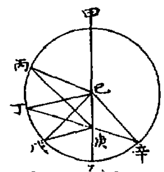


解曰甲乙丙乙兩圜內相切于乙題言兩圜不同心

論曰若言丁為同心令自丁至乙至丙各作直線其丁乙至切界而丁丙截兩圜之界于甲于丙夫丁既為甲乙圜之心則丁乙與丁甲等而又為丙乙圜之心則丁乙與丁丙又等是丁甲與丁丙亦等而全與其分等也

第七題

圜徑離心任取一點從點至圜界任出幾線其過心線最大不過心線最小餘線愈近心者愈大愈近不過心線者愈小而諸線中止兩線等



解曰甲丙丁戊乙圜其徑甲乙其心己離心任取一點為庚從庚至圜界任出幾線為庚丙庚丁庚戊題先言從庚所出諸線惟過心庚甲最大次言不過心庚乙最小三言庚丙大于庚丁庚丁大于庚戊愈近心愈大愈近庚乙愈小後言庚乙兩旁止可出兩線等

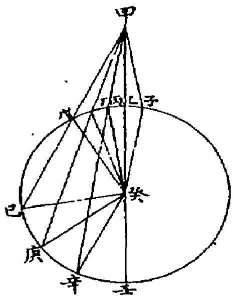
先論曰試從己心出三線至丙至丁至戊其丙己庚角形之丙己己庚兩邊并大于丙庚一邊一卷二十而丙己己庚等于甲己己庚則庚甲大于庚丙依顯庚丁庚戊俱小于庚甲是庚甲最大
次論曰己庚戊角形之己戊一邊小于己庚庚戊兩邊并一卷二十而己戊與己乙等則己乙小于己庚庚戊并矣次各減同用之己庚則庚乙小于庚戊依顯庚戊小于庚丁庚丁小于庚丙是庚乙最小

三論曰丙己庚角形之丙己與丁己庚角形之丁己兩邊等己庚同邊而丙己庚角大于丁己庚角全大于分則對大角之庚丙邊大于對小角之庚丁邊一卷廿四依顯庚丁大于庚戊而愈近心愈大愈近庚乙愈小
後論曰試依戊己乙作乙己辛相等角而抵圜界為己辛線次從庚作庚辛線其戊己庚角形之戊己腰與庚己辛角形之辛己腰既等己庚同腰兩腰間角又等則對等角之庚戊庚辛兩底亦等一卷四而庚乙

兩旁之庚戊庚辛等等矣此外若有從庚出線在辛之
上即依第三論大于庚辛之下即小于庚辛故
云庚乙兩旁止可出庚戊庚辛兩線等

第八題

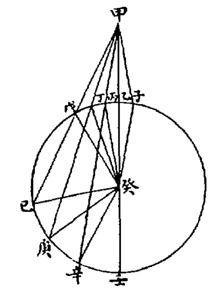
圜外任取一點從點任出幾線其至規内則過圜心線最大餘線愈離心愈小其至規外則過圜心線為徑之餘者最小餘線愈近徑餘愈小而諸線中止兩線等



解曰乙丙丁戊圜之外從甲點任出幾線其一為過癸心之甲壬其餘為甲辛為甲庚為甲己皆至規内規内線者如車輻之指牙題先言過心之甲壬最大次言近心之甲辛大于離心之甲庚甲庚又大于甲己三反上言規外之甲乙為乙壬徑餘者規外線者如車輞之湊轂最小四言甲丙近徑餘小于甲丁甲丁又小于甲戊後言甲乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從癸心至丙丁戊己庚辛各出直線其甲癸辛角形之甲癸癸辛兩邊并大于甲辛一邊 一卷二十 而甲癸癸辛與甲壬等則甲壬大于甲辛依顯甲壬更大于甲庚甲己而過心之甲壬最大

次論曰甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等甲癸同邊而甲癸辛角大于甲癸庚角 全大于分 則對大角之甲辛邊大于對小角之甲庚邊 一卷廿四 依顯甲庚大于甲己而規內線愈離心愈小



三論曰甲癸丙角形之甲癸一邊小于甲丙丙癸兩邊并 一卷二十 次每減一相等之乙癸丙癸則甲乙小于甲丙矣依顯甲乙更小于甲丁甲戊而規外甲乙最小

四論曰甲丁癸角形之內從甲與癸出甲丙丙癸兩邊并小于甲丁丁癸兩邊并 一卷廿一 此二率者每減一相等之丙癸丁癸則甲丙小于甲丁矣依顯甲丙更

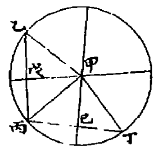
小于甲戊而愈近徑餘甲乙者愈小

後論曰試依乙癸丙作乙癸子相等角抵圜界次作甲子線其甲子癸角形之甲癸癸子兩腰與甲癸丙角形之甲癸癸丙兩腰各等而兩腰間角又等則對等角之甲子甲丙兩底亦等也

此外若有從甲出線在子之上即依第四論小于甲丙在子之下即大于甲丙故云甲乙兩旁止可出甲丙甲子兩線等

第九題

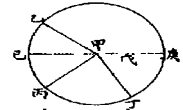
圜內從一點至界作三線以上皆等即此點必圜心



解曰從甲點至乙丙丁圜界作甲乙甲丙甲丁三直線若等題言甲點為圜心三以上等者更不待論

論曰試于乙丙丙丁界作乙丙丙丁兩直線相聯此兩線各兩平分于戊于己從甲出兩直線為甲戊為甲己其甲乙戊角形之甲乙與甲戊丙角形之甲丙兩腰既等甲戊同腰

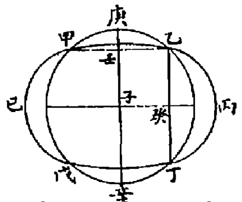
乙戊戊丙兩底又等即甲戊乙與甲戊丙兩角亦等為兩直角依顯（一卷八）甲己丙甲己丁亦等為兩直角則甲戊甲己之分乙丙丙丁俱平分為直角而此兩線俱為函心線（本篇一之系）定相遇于甲甲為圜心矣



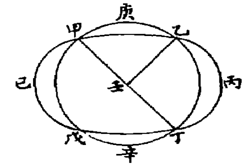
又論曰若言甲非心心在于戊者令戊甲相聯引作己庚徑線即甲是戊心外所取一點而從甲所出線愈近心者宜愈大矣（本篇七）則甲丁宜大于甲丙而先設等何也

第十題

兩圜相交止于兩點



論曰若言甲乙丙丁戊己圜與甲庚乙丁辛戊圜三相交于甲于乙于丁令作甲乙乙丁兩直線相聯此兩線各兩平分于壬于癸次從壬癸作子壬子癸兩垂線其子壬分甲乙子癸分乙丁既皆兩平分而各為兩直角即子壬子癸兩線俱為甲庚乙丁辛戊圜之函心線

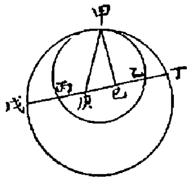


本篇一之系而子為其心矣依顯甲乙丙丁戊
己圜亦以子為心也夫兩交之圜尚不得
同心本篇五何緣得有三交
又論曰若言兩圜三相交于甲于乙于丁
令先尋甲庚乙丁辛戊圜之心于壬本篇一
次從心至三交界作壬甲壬乙壬丁三線
此三線等也一卷界說十五又甲乙丙丁戊己圜
內有從壬出之壬甲壬乙壬丁三相等線

則壬又為甲乙丙丁戊己圜之心本篇九不亦交圜同
心乎本篇五

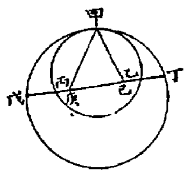
第十一題

兩圜內相切作直線聯兩心引出之必至切界



解曰甲乙丙甲丁戊兩圜內相切于甲而
己為甲乙丙之心庚為甲丁戊之心題言
作直線聯庚己兩心引抵圜界必至甲
論曰如云不至甲而截兩圜界于乙丁及丙戊令從

甲作甲己甲庚兩線其甲己庚角形之庚己己甲兩邊并大于庚甲一邊（一卷二十）而同圜心所出之庚甲庚丁宜等即庚己己甲大于庚丁矣此二率者各減同用之庚己即己甲亦大于己丁矣夫己甲與己乙是內圜同心所出等線則己乙亦大于己丁而分大于全也可乎若曰庚為甲乙丙心己為甲丁戊心亦依前轉說之甲己庚角形之己庚庚甲兩邊并大于甲己一邊（一卷二十）而同圜心所出之己甲己戊宜等即

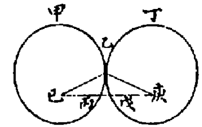


己庚庚甲大于己戊矣此二率者各減同用之己庚即庚甲大于庚戊矣夫庚甲與庚丙是內圜同心所出等線則庚丙亦大于庚戊而分大于全也可乎

第十二題

兩圜外相切以直線聯兩心必過切界

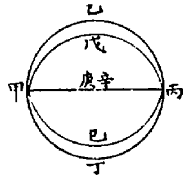
解曰甲乙丙丁乙戊兩圜外相切于乙其甲乙丙心為己丁乙戊心為庚題言作己庚直線必過乙

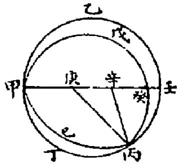


論曰如云不然而己庚線截兩圜界于戊于丙令于切界作乙己乙庚兩線其乙己庚角形之己乙乙庚兩邊并大于己庚一邊而乙庚與庚戊乙己與己丙俱同心所出線宜各等即庚戊丙己兩線并亦大于庚己一線矣（一卷二十）夫庚己線分為庚戊丙己尚餘丙戊而云庚戊丙己大于庚己則分大于全也故直線聯己庚必過乙

第十三題 二支

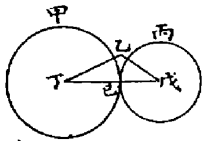
圜相切不論内外止以一點



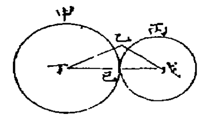


先論曰甲乙丙丁與甲戊丙己兩圜内相切若云有兩點相切于甲又于丙令作直線函兩圜心庚辛引出之如前圖宜至相切之甲之丙（本篇十一）則甲丙為兩圜之同徑矣而此徑線者兩平分于庚又兩平分于辛何也（一直線止以一點兩平分）若云庚辛引出直線一抵甲一截兩圜之界于癸于壬即如後圖令從兩

心各作直線至又相切之丙次問之甲乙丙丁圜之心為庚邪辛邪如曰庚也而辛為甲戊内己之心則丙庚辛角形之庚辛辛丙兩邊并大于庚丙一邊（一卷二十）而庚辛辛丙與庚癸宜等（辛癸辛丙同圜心所出故）即庚癸亦大于庚丙矣夫庚丙與庚壬者外圜同心所出等線也將庚癸亦大于庚壬可乎如曰辛也而庚為甲戊丙己之心則丙庚辛角形之辛庚庚丙兩邊并大于辛丙一邊（一卷二十）而辛丙與辛甲宜等即辛庚庚丙亦大于辛甲矣此二率者各減同用之辛庚即庚丙亦大于庚甲也夫庚甲與庚丙者亦同圜心所出等線也而安有大小



後論曰甲乙與乙丙兩圜外相切于己從甲乙之丁心丙乙之戊心作直線相聯必過己（本篇十三）若云又相切于乙令自乙至丁至戊各作直線其丁乙乙戊并宜與丁戊等而為角形之兩腰又宜大于丁戊（一卷二十）則兩圜相切安得兩點



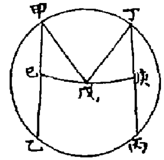
又後論曰更令于兩相切之乙之己作直線相聯其直線當在甲乙圜內本篇二又當在乙丙圜內何所置之

第十四題二支

圜內兩直線等即距心之遠近等距心之遠近等即兩直線等

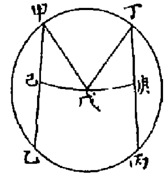
先解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內甲乙丁丙兩線等

題言兩線距戊心遠近亦等



論曰試從戊心向甲乙作戊己向丁丙作戊庚各垂線次自丁自甲至戊各作直線其戊己戊庚既各分甲乙丁丙線為兩平分本篇三而甲乙丁丙等則平分之甲己丁庚亦等夫甲戊上直角方形與甲己己戊上兩直角方形并等一卷四七等甲戊之丁戊上直角方形與丁庚庚戊上兩直角方形并等而甲己丁庚上兩直角方形既等即戊己戊庚上兩直角方形亦等則戊己戊庚兩線亦

等是甲乙丁丙兩線距心之度等（本卷界說四）後解曰甲乙丁丙兩線距戊心遠近等題言甲乙丁丙兩線亦等



論曰依前論從戊作戊己戊庚兩垂線既等（本卷界說四）而分甲乙丁丙各為兩平分（本篇三）其甲戊上直角方形與甲己己戊上兩直角方形并等（一卷四七）等甲戊之丁戊上直角方形與丁庚庚戊上兩直角方形并等即甲己己戊上兩直

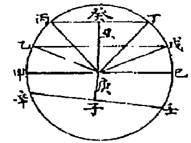
角方形并與丁庚庚戊上兩直角方形并亦等此二率者每減一相等之己戊戊庚上直角方形即所存甲己丁庚上兩直角方形亦等是甲己丁庚兩線等也夫甲乙倍甲己丁丙倍丁庚其半等其全必等

第十五題

徑為圜內之大線其餘線者近心大于遠心

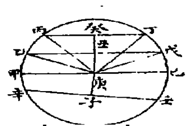
解曰甲乙丙丁戊己圜其心庚其徑甲己其近心線為辛壬遠心線為丙丁題言甲乙最大辛壬近心大

于丙丁遠心



論曰試從庚向丙丁作庚癸向辛壬作庚子各垂線其丙丁距心遠于辛壬即庚癸大于庚子（本卷界說四）次于庚癸線截庚丑與庚子等次從丑作乙戊為庚癸之垂線末于庚乙庚丙庚丁庚戊各作直線相聯其庚丑既等于庚子即乙戊與辛壬各以垂線距心遠近等（本卷界說四）而兩線亦等（本篇十四）夫庚乙庚戊并大于乙戊（一卷二十）而與甲己等即甲己

大于乙戊亦大于辛壬矣依顯甲己大于

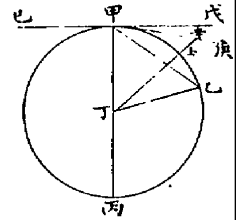


他線則甲己最大又乙庚戊角形之乙庚庚戊兩腰與丙庚丁角形之丙庚庚丁兩腰等而乙庚戊角大于丙庚丁角則乙戊底大于丙丁底（一卷廿四）故等乙戊之辛壬亦大于丙丁也是近心線大于遠心線也

第十六題（三支）

圜徑末之直角線全在圜外而直線偕圜界所作切邊

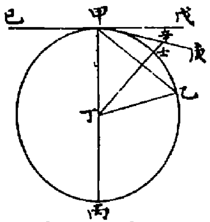
角不得更作一直線入其內其半圜分角大于各直線銳角切邊角小于各直線銳角



先解曰甲乙丙圜丁為心甲丙為徑從甲作甲丙之垂線題言此線全在圜外

論曰若言在內如甲乙令自丁至乙作直線即丁甲乙與丁乙甲兩角等（一卷五）丁甲既為直角丁乙又為直角乎夫角形三角并等兩直角（一卷十七）豈得形內自有兩直角也則垂線必在圜外若己戊必不在圜內若甲乙又不在圜界之上（如云在界亦依此論）故曰全在圜外

次解曰題又言戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角不得更作一直線入其內



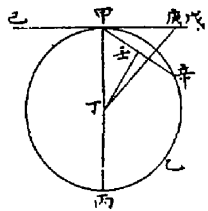
論曰若云可作如庚甲令從丁心向庚甲作丁辛為庚甲之垂線（一卷十二）夫丁甲辛角形之丁甲辛丁辛甲兩角并小于兩直角（一卷十七）而丁辛甲為直角即對小角之丁辛線

小于對大角之甲丁線矣一卷十九甲丁者與丁壬為同圜相等者也將丁壬亦大于丁辛乎則戊甲乙角之内不得更作一直線而戊甲之下但有直線必入本圜之内也

後解曰題又言丁甲垂線偕乙甲圜界所作丙甲乙圜分角大于各直線鋭角而戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角小于各直線鋭角

論曰依前論甲戊下有直線既云必入圜内即此直線偕戊甲所作各直線鋭角皆小于圜分角而切邊角小于各直線鋭角

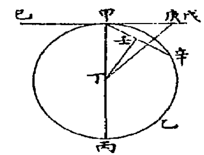
系己甲線必切圜以一點



增先解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙從甲作戊甲為甲丙之垂線題言戊甲全在圜外

增正論曰試于甲戊線内任取一點為庚自庚至丁作直線其甲丁庚角形之丁甲庚丁庚甲兩角

小于兩直角一卷十七而丁甲庚為直角即丁庚甲小于直角對大角之丁庚線大于對小角之丁甲線矣一卷十九則庚點在圜之外也凡戊甲以內作點皆



依此論故戊甲線全在圜外

增次解曰從甲作甲辛線在戊甲之下題言甲辛必割圜為分

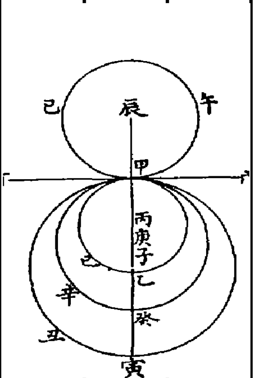
增正論曰試作甲丁壬角與戊甲辛角等其甲丁壬辛甲丁兩角并等于戊甲丁直角必小于兩直角而丁壬甲辛兩線必相遇分論十一其相遇又必在圜之內如壬何者壬甲丁壬丁甲兩角既與一直角等即甲壬丁必為直角一卷卅二而對大角之甲丁線必大于對小角之丁壬線矣一卷十九夫甲丁線僅至圜界則丁壬不能抵圜界必在圜之內也

後支前已正論

或難曰切邊角有大有小何以畢不得兩分向者聞幾何之分不可窮盡如莊子尺棰之義深著明

矣今切邊之内有角非幾何乎此幾何何獨不可分邪又十卷第一題言設一小幾何又設一大幾何若從大者半減之減之又減必至一處小于所設小率此題最明無可疑者今言切邊之角小于直線鋭角是亦小幾何也彼直線鋭角是亦大幾何也若從直線鋭角半減之減之又減何以終竟不得小于切邊角邪既本題推顯切邊角中不得容一直線如此著明便當并無切邊角無角則無

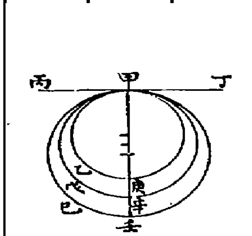
幾何此則不可得分耳且幾何原本書中無有至大不可加之率無有至小不可減之率若切邊角不可分豈非至小不可減乎答曰謬矣子之言也有圜有線安得無切邊角且既言直線鋭角大于切邊角即有切邊角矣苟無角安所較大小哉且



子言直線與圜界并無切邊角則兩圜外相切亦無角乎曰然曰試如作甲己乙圜其心丙而

丁戊為切線即丁甲己為切邊角次移心于庚又作甲辛癸圜即丁甲辛為切邊角而小于丁甲己次移心于子又作甲丑寅圜即丁甲丑為切邊角而又小于丁甲辛如是小之又小疑無角焉次又于切線之外以辰為心作甲己午圜而與前圜外相切于甲依子所説疑無角焉然兩圜外相切而以丁戊線分之不可分乎更自辰至寅作直線截兩圜之界而分丁戊為兩平分不可分乎兩圜兩

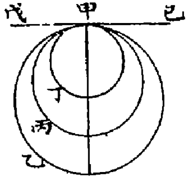
直線交羅相遇于甲也能不皆以一點乎如以一點也即此一點之外不能無空即不能不為四切邊角矣子所據尺棰之分無盡又言幾何原本書中無至小不可減之率也是也夫切邊角但不可

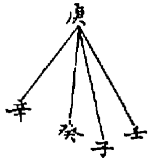


以直線分之耳若用圜線則可分矣如甲乙庚圜與丙甲丁直線相切于甲作丁甲庚切邊大角若移一心作甲戊辛圜又得丁甲辛切邊角即小于丁甲庚也又移一

心作甲己壬圜又得丁甲壬切邊小角即又小于丁甲辛也如此以至無窮則切邊角分之無盡何謂不可減邪若十卷第一題所言元無可疑但以圜角分圜角則與其説合矣彼所言大小兩幾何者謂夫能相較為大能相較為小者也如以直線分直線角以圜線分圜線角是已此切邊角與直線角豈能相較為大小哉

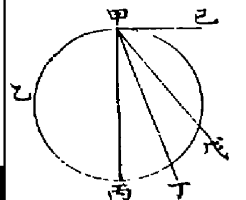
增題有兩種幾何一大一小以小率半增之遞增至于無窮以大率半減之遞減至于無窮其元大者恒大元小者恒小





解曰戊甲乙切邊角為小率壬庚辛直線鋭角為大率今别作甲丙甲丁等圜俱切戊己線于甲其切邊角愈增愈大如前論别以庚癸庚子線作角分壬庚辛角于庚愈分愈小然直線角恒大切邊角恒小乃至終古不得相比

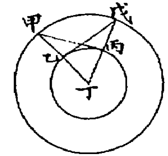
又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以一大率加一小率之上不相離逐線漸移之必至一相等之處又一說有率大于此率者有率小于此率者則必有率等于此率者昔人以為皆公論也若用以律本題即不可得故今斥不為公論



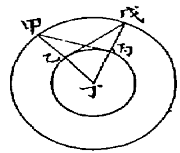
解曰甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在于甲而引丙線逐線漸移之向已其所經丁戊己及中間逐線所經無數然依本題論則甲丙所經凡割圜時皆為銳角即小于半圜分角纔離銳角便為直角即大于半圜分角是所經無數線終無有相等線可見前一舊說未為公論又直線銳角皆小于半圜分角直角與鈍角皆大于半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊說未為公論也

第十七題

設一點一圜求從點作切線



法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先從甲作甲丁直線截乙丙圜于乙次以丁為心甲為界作甲戊圜次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊圜于戊次作戊丁直線而截乙丙圜于丙末作甲丙直線即切乙丙圜于丙

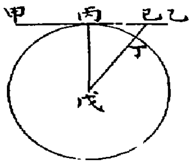


論曰乙戊丁角形之戊丁丁乙兩腰與甲丙丁角形之甲丁丁丙兩腰各等一卷界說十五丁角同即甲丙乙戊兩底亦等一卷四而戊

乙丁為直角即甲丙丁亦直角則甲丙偕乙丙圜之半徑丁丙為一直角矣豈非圜之切線本篇十六之系

第十八題

直線切圜從圜心作直線至切界必為切線之垂線



解曰甲乙直線切丙丁圜于丙從戊心至切界作戊丙線題言戊丙為甲乙之垂線

論曰如云不然令從戊別作垂線如至己而截丙丁圜于丁其丙戊己角形之戊己丙既為直

角即宜大于己丙戊角卷一十七而對大角之戊丙邊宜大于對小角之戊己邊矣卷一十九夫戊丙與戊丁等也戊丙大于戊己則戊丁亦大于戊己乎

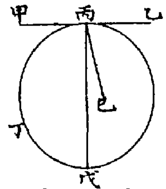
又論曰若云丙非直角即其兩旁角一鋭一鈍令乙丙戊為鋭角則鋭角乃大于半圜分角乎本篇十六

第十九題

直線切圜圜內作切線之垂線則圜心必在垂線之內

解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙圜內作戊丙為甲乙之垂線題言圜心在戊丙線內

論曰如云不然心在于己令從己作己丙直線即己丙亦為甲乙之垂線本篇十八而己丙甲與戊丙甲等為直角是全與其分等矣

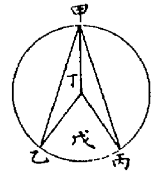


第二十題

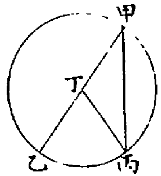
負圜角與分圜角所負所分之圜分同則分圜角必倍大于負圜角

解曰甲乙丙圜其心丁有乙丁丙分圜角乙甲丙負

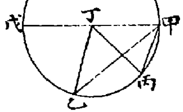
圜角同以乙丙圜分為底題言乙丁丙角倍大于乙甲丙角



先論分圜角在乙甲甲丙之内者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其甲丁乙角形之丁甲丁乙等即丁甲乙丁乙甲兩角等一卷五而乙丁戊外角與內相對兩角并等一卷卅二即乙丁戊倍大于乙甲丁矣依顯丙丁戊亦倍大于丙甲丁則乙丁丙全角亦倍大于乙甲丙全角

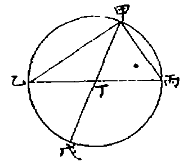


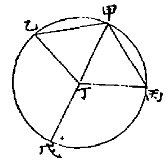
次論分圜角不在乙甲甲丙之內而甲乙線過丁心者曰如上圖依前論推顯乙丁丙外角等于內相對之丁甲丙丁丙甲兩角并一卷卅二而丁甲丁丙兩腰等即甲丙兩角亦等一卷五則乙丁丙角倍大于乙甲丙角



後論分圜角在負圜角線之外而甲乙截丁丙者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其戊丁丙分圜角與戊甲丙負圜角同

以戊乙丙圜分為底如前次論戊丁丙角倍大于戊甲丙角依顯戊丁乙分圜角亦倍大于戊甲乙負圜





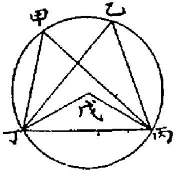
角次于戊丁丙角減戊丁乙角戊甲丙角減戊甲乙角則所存乙丁丙角必倍大于乙甲丙角

增若乙丁丁丙不作角于心或為半圜或小于半圜則丁心外餘地亦倍大于同底之負圜角

論曰試從甲過丁心作甲戊線即丁心外餘地分為乙丁戊戊丁丙兩角依前論推顯此兩角倍大于乙甲丁丁甲丙兩角

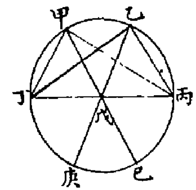
第二十一題

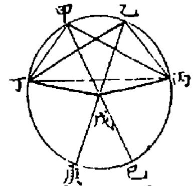
凡同圜分內所作負圜角俱等



解曰甲乙丙丁圜其心戊于丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙丁乙丙兩角題言此兩角等

先論函心大分所作曰試從戊作戊丁戊丙線其丁戊丙分圜角既倍大于丁甲丙角丁乙丙角（本篇十二）即



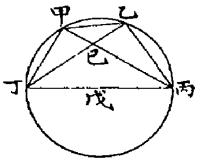


甲乙兩角自相等（公論七）

後論半圜分不函心小分所作曰丁甲乙丙或為半圜分或為不函心小分俱從甲從乙過戊作甲己乙庚兩線若不函心更從戊作戊丁戊丙兩線其丁戊己分圜角既倍大于丁甲己負圜角（本篇二十）依顯丙戊

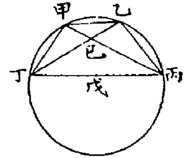
己分圜角亦倍大于丙甲己負圜角而丁戊庚庚戊己兩角與丁戊己一角等則丁戊庚庚戊己己戊丙三角必倍大于丁甲丙依顯此三角亦倍大于丁乙丙則丁甲丙丁乙丙兩角自相等

又後論曰二十題增言分圜不作角其心外餘地倍大于同底各負圜角即各角自相等

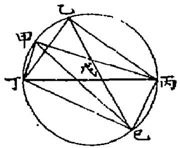


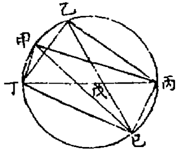
又後論曰甲丙乙丁線交羅相遇為己試作甲乙線相聯其甲丁己角形之三角并

與乙丙己角形之三角并等一卷卅二次每減一交角相等之甲己丁乙己丙一卷十五即己甲丁己丁甲丙角并與己丙乙己乙丙兩角并等矣而甲丁乙丙甲兩角同在甲丁丙乙函心大分內又等本題第一論則丁甲丙與丙乙丁亦等



又後論曰丁丙之外任取一界為己作丁己丙己兩線令俱函心而丁甲乙丙己與丙乙甲丁己俱為大



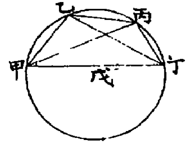


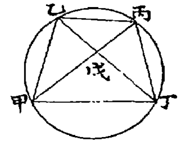
分次于甲己乙己己各作直線相聯其丁甲己與丁乙己兩角同負于甲乙丙己圜界即等本題第一論依顯丙乙己與丙甲己兩角同負丙乙甲丁己圜界又等此二相等率并之則丁甲丙丁乙丙兩全角亦等

第二十二題

圜內切界四邊形每相對兩角并與兩直角等

解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內有甲乙丙丁四邊形



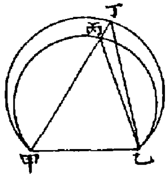


題言甲乙丙丙丁甲兩角并乙丙丁丁甲乙兩角并各與兩直角等

論曰試作甲丙乙丁兩對角線其甲乙丁甲丙丁兩角同負甲乙丙丁圜分即等本篇廿一依顯丙甲丁丙乙丁兩角亦等則甲乙丁丙乙丁兩角并為甲乙丙一角與甲丙丁丙甲丁兩角并等次每加一丙丁甲角即甲乙丙丙丁甲并與甲丙丁丙甲丁丙丁甲三角并等此三角并元與兩直角等一卷卅二則甲乙丙丙丁甲相對兩角并與兩直角等依顯乙丙丁丁甲乙并亦與兩直角等

第二十三題

一直線上作兩圜分不得相似而不相等



論曰如云不然令于甲乙線上作同方兩圜分相似而不相等必作甲丙乙又作甲丁乙其兩圜相交止于甲乙兩點本篇十即

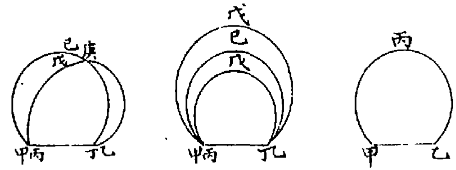
一圜分全在內一圜分全在外矣次令作甲丁線截甲丙乙圜于丙末令作丙乙丁乙兩線相聯夫兩圜分相似者其負圜角宜等（本卷界說十）則乙丙甲外角與相對之乙丁甲內角等乎（一卷十六）

第二十四題

相等兩直線上作相似兩圜分必等

解曰甲乙丙丁兩線上作甲丙乙丙己丁相似兩圜分題言兩圜分等

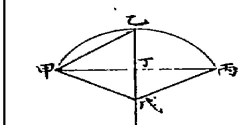
論曰甲乙丙丁兩線既等試以甲乙線加



丙丁線上兩線必相合即甲丙乙丙己丁兩圜分相加亦相合如云不然必兩圜分相加或在內或在外或半在內半在外矣若在內在外即一直線上有兩圜分相似而不相等也（本篇廿三）若半在內半在外即兩圜三相交也（本篇十）兩俱不可故相似者必等

第二十五題

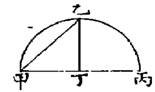
有圜之分求成圜



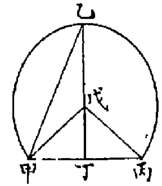
法曰甲乙丙圜分求成圜先于分之兩端作甲丙線次作乙丁為甲丙之垂線次作甲乙線相聯其丁乙甲角或大于丁甲乙角或等或小若大即甲乙丙當為圜之小分何也乙丁分甲丙為兩平分即知圜之心必在乙丁線內本篇一之系而心在丁點之外則從丁點所出丁乙為不過心徑線

至小本篇七故對小邊之丁甲乙角小于對大邊之丁乙甲角也一卷十八即作乙甲戊角與丁乙甲角等次從乙丁引出一線與甲戊線遇于戊即戊為圜心

論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁戊兩皆直角即對直角之甲戊與戊丙兩線等一卷四夫甲戊與乙戊以對角等故既等一卷六戊丙與甲戊又等則從戊至界三線皆等而戊為心本篇九



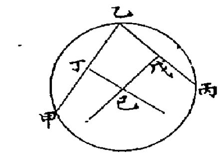
次法兼論曰若丁乙甲丁甲乙丙角等即甲乙丙為半圜而甲丙為徑丁為心何也丁乙丁甲丙邊等然後丁乙甲丁甲乙丙角等一卷五今丁乙甲丁甲乙丙角既等即丁乙丁甲兩線必等一卷六丁丙元與丁甲等則從丁所出三線等而丁為圜心本篇九



後法曰若丁乙甲小于丁甲乙即甲乙丙當為圜大分何也乙丁分甲丙為兩平分即知圜心在乙丁線內本篇一之系而丁點在心之外則所出丁乙為過心徑線至大本篇七故對大邊之丁甲乙大于對小邊之丁乙甲也一卷十八即作乙甲戊角與丁乙甲等而甲戊線與乙丁線遇于戊即戊為圜心

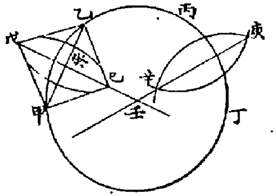
論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁戊兩皆直角即對直角之甲戊戊丙兩線亦等一卷四

夫乙戊與甲戊以對角等故既等一卷五戊丙與甲戊亦等則從戊至界三線皆等而戊為心本篇九



增求圜分之心有一簡法于甲乙丙圜分任取三點于甲于乙于丙以兩直線聯之各兩平分于丁于戊從丁從戊作甲乙乙丙之各垂線為己丁為己戊而相遇于己即己為圜心

論曰己丁己戊既各以兩直角平分甲乙乙丙兩線即圜之心當在兩垂線內本篇一而相遇于己即己為圜心



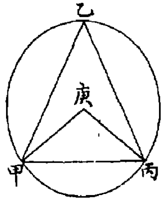
其用法圜界上任取四點為甲為乙為丙為丁每兩點各自為心相向各任作圜分四圜分兩兩相交于戊于己于庚于辛從戊己從庚辛各作直線引長之交于壬即壬為圜心

論曰試作甲戊戊乙乙己己甲四直線此四線各

為同圜等圜之半徑各等即甲戊己角形之甲戊己甲己戊兩角形之乙戊己乙己戊兩角亦等次作甲乙直線分戊己于癸即甲己癸角形之甲己邊與乙己癸角形之乙己邊等己癸同邊而對甲己癸角之甲癸邊與對乙己癸角之乙癸邊亦等一卷八則甲癸己乙癸己俱為直角而戊己線必過心本篇一依顯庚辛線亦過心而相遇于壬為圜心

第二十六題二支

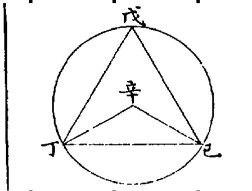
等圜之乘圜分角或在心或在界等其所乘之圜分亦等



先解在心者曰甲乙丙丁戊己兩圜等其心為庚為辛有甲庚丙與丁辛己兩乘圜角等題言所乘之甲丙丁己兩圜分亦等

論曰試于甲乙丙丁戊己兩圜分之上任取兩點于乙于戊從乙作乙甲乙丙從戊

作戊丁戊己各兩線次作甲丙丁己兩線



相聯其乙與戊兩角既各半于庚辛兩角即乙與戊自相等（本篇二十）而所負甲乙丙與丁戊己兩圜分相似（本卷界說十）又甲庚丙角形之甲庚庚丙兩邊與丁辛己角形之丁辛辛己兩邊各等庚角與辛角又等即甲丙與丁己兩邊亦等（一卷四）而相似之甲乙丙與丁戊己兩圜分在等線上亦等（本篇廿四）夫相等圜減相等圜分則所存甲丙丁己兩圜分亦等故云等角所乘之圜分等

後解在界者曰兩圜之乙與戊兩乘圜角等題言所乘之甲丙丁己兩圜分亦等

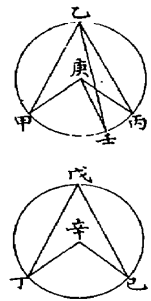
論曰乙戊兩角既等而庚辛兩角各倍于乙戊即庚辛自相等（本篇二十）依前論甲丙丁己兩邊亦自相等而甲乙丙與丁戊己兩圜分亦等（本篇廿四）今于相等圜減相等圜分則所存甲丙丁己兩圜分亦等

注曰後解極易明葢庚辛角既各倍于乙戊則依

先論甲丙丁己自相等（在心之乘圜角即分圜角隨類異名）

第二十七題（二支）

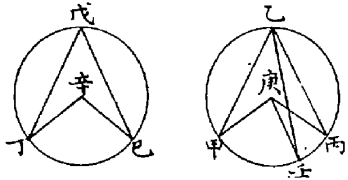
等圜之角所乘圜分等則其角或在心或在界俱等



先解在心者曰甲乙丙丁戊己兩圜等其心為庚為辛若甲庚丙乘圜角所乘之甲丙分與丁辛己所乘之丁己分等題言甲庚丙丁辛己兩角等

論曰如云不然而庚大于辛令作甲庚壬角與丁辛

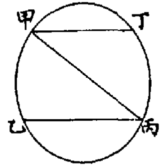
己角等即甲壬圜分宜與丁己圜分等（本篇廿六）而甲丙與丁己元等則甲壬與甲丙亦等乎



後解在界者曰甲丙丁己兩圜分等題言其上乙戊兩角亦等

論曰如云不然而乙大于戊令作甲乙壬角與戊角等其甲乙壬與丁戊己若等即所乘之甲壬丁己宜等（本篇廿六）而甲丙與丁己元等則甲壬與甲丙亦等乎

增題從此推顯兩直線不相交而在一圜之內若兩線界相去之圜分等則兩線必平行若兩線平行則兩線界相去之圜分等

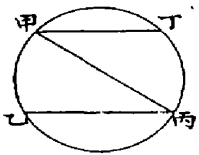


先解曰甲乙丙丁圜內有甲丁乙丙兩線其相去之甲乙丁丙兩圜分等題言兩線必平行

論曰試自甲至丙作直線相聯其甲乙丁丙既等即甲丙乙與丙甲丁兩乘圜角亦等（本題）既內相對

之兩角等即兩線必平行（一卷廿七）

後解曰甲丁乙丙為平行線題言甲乙丁丙兩圜分必等

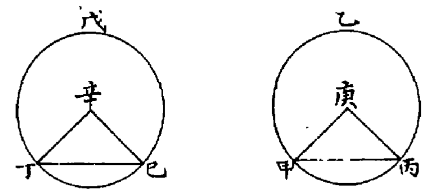


論曰試作甲丙線其甲丁乙丙既平行即內相對之兩角甲丙乙丙甲丁必等（一卷廿七）而所乘圜分甲乙丁丙亦等（本篇廿六）

第二十八題

等圜內之直線等則其割本圜之分大與大小與小各

等



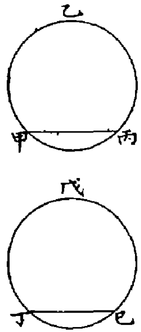
解曰甲乙丙丁戊己兩圜等其心為庚為辛圜內有甲丙丁己兩直線等題言甲乙丙與丁戊己兩大分甲丙與丁己兩小分各等

論曰試于甲庚庚丙丁辛辛己各作直線其甲庚丙角形之甲丙與丁辛己角形之丁己兩底既等而甲庚庚丙兩腰與丁辛辛己兩腰

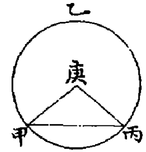
又等即庚辛兩角亦等其所乘之甲丙丁己兩小分必等本篇廿六次減相等之甲丙丁己兩小分則所存甲乙丙丁戊己兩大分亦等

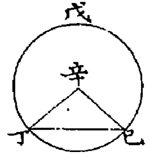
第二十九題

等圜之圜分等則其割圜分之直線亦等



解曰依前題兩圜之甲乙丙丁戊己兩圜分等而甲丙丁己兩圜分亦等題言甲丙丁己兩線必等



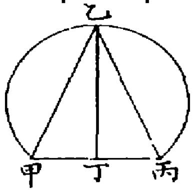


論曰依前題作四線其甲庚丙角形之甲庚庚丙兩腰與丁辛己角形之丁辛辛己兩腰等而庚辛兩角所乘之甲丙丁己兩圜分等即庚辛兩角亦等（本篇廿七）而對等角之甲丙丁己兩線必等（一卷四）

注曰第二十六至二十九四題所說俱等圜其在同圜亦依此論

第三十題

有圜之分求兩平分之



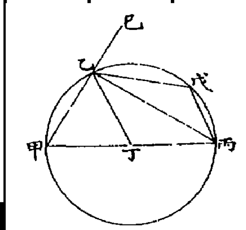
法曰甲乙丙圜分求兩平分先于分之兩界作甲丙線次兩平分于丁從丁作乙丁為甲丙之垂線即乙丁分甲乙丙圜分為兩平分

論曰從乙作乙甲乙丙兩線其甲乙丁角形之甲丁與丙乙丁角形之丙丁兩腰等丁乙同腰而甲丁乙與丙丁乙兩直角又等即對直角之甲乙乙丙兩底

亦等（一卷四）而甲乙與乙丙兩圜分亦等（本篇十八）則甲乙丙圜界兩平分于乙矣

第三十一題（五支）

負半圜角必直角負大分角小于直角負小分角大于直角大圜分角大于直角小圜分角小于直角



解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙于半圜分內任作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圜分乙甲丙角負乙甲丙大分又任作乙戊丙角負乙戊丙小分題先言負半圜之甲乙丙為直角二言負大分之乙甲丙角小于直角三言負小分之乙戊丙角大于直角四言丙乙甲大圜分角大于直角後言丙乙戊小圜分角小于直角

先論曰試作乙丁線次以甲乙線引長之至己其丁乙丁甲兩線等即丁乙甲丁甲乙兩角等（一卷五）依顯丁乙丙丁丙乙兩角亦等而甲乙丙全角與乙甲丙

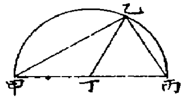
甲丙乙兩角并等又己乙丙外角亦與相對之乙甲丙甲丙乙兩內角并等（一卷卅二）則己乙丙與甲乙丙等為直角

二論曰甲乙丙角形之甲乙丙既為直角則乙甲丙小于直角（一卷十七）

三論曰甲乙戊丙四邊形在圜之內其乙甲丙乙戊丙相對兩角并等兩直角（本篇廿二）而乙甲丙小于直角則乙戊丙大于直角

四論曰甲乙丙直角為丙乙甲大圜分角之分則大于直角

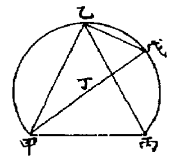
後論曰丙乙戊小圜分角為己乙丙直角之分則小于直角



此題別有四解四論先解曰甲乙丙半圜其心丁其上任作甲乙丙角題言此為直角

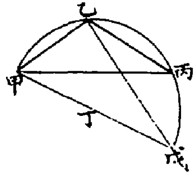
論曰試作乙丁線其丁乙丁甲兩線既等即丁乙甲丁甲乙兩角亦等（一卷五）而乙丁丙外角既與

丁乙甲甲乙相對之兩內角并等（一卷卅二）即倍大于丁乙甲角依顯乙丁甲外角亦倍大于丁乙丙角即乙丁甲乙丁丙兩角并亦倍大于甲乙丙角夫乙丁甲乙丁丙并等兩直角（一卷十三）則甲乙丙為直角



二解曰甲乙丙大圜分其心丁任作甲乙丙角題言此小于直角

論曰試作甲丁戊徑線次作乙戊線相聯其甲乙戊既為直角（本題一論）即甲乙丙為其分而小于直角

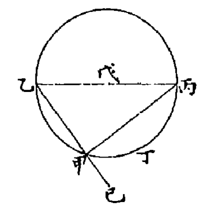


三解曰甲乙丙小圜分其心丁任作甲乙丙角題言此大于直角

論曰試作甲丁戊徑線而引乙丙圜界至戊次作乙戊線其甲乙戊既負半圜之直角而為甲乙丙角之分則甲乙丙大于直角

四五合解曰甲乙丙大圜分丙丁甲小圜分其心戊題言丙甲乙大圜分角大于直角丙甲丁小圜分角

小于直角



論曰試作乙戊丙徑線次作乙甲線引長之至己其乙甲丙直角為丙甲乙大圜分角之分而丙甲丁小圜分角又為己甲丙直角之分則大分角大于直角小分角小于直角

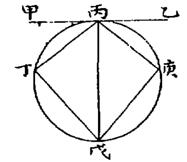
一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直角何者其外角與內相對之兩角等則與外角等之內交角豈非直角

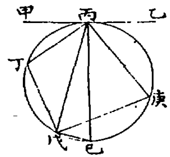
二系大分之角大于直角小分之角小于直角終無有角等于直角又從小過大從大過小非大即小終無相等依此題四五論甚明與本篇十六題增注互相發也

第三十二題

直線切圜從切界任作直線割圜為兩分分內各任為負圜角其切線與割線所作兩角與兩負圜角交互相等

解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙從丙任作丙戊直線割圜為兩分兩分内任作丙丁戊丙庚戊兩負圜角

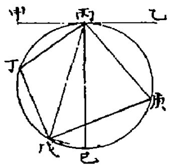




題言甲丙戊角與丙庚戊角乙丙戊角與丙丁戊角交互相等

先論割圜線過心者曰如前圖甲丙戊乙丙戊兩皆直角一卷十八而丙庚戊丙丁戊兩負半圜角亦皆直角本篇卅一則交互相等

後論割圜線不過心者曰如後圖試作丙

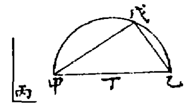


己過心直線次作戊己線相聯其己丙為甲乙之垂線一卷十八而丙戊己為直角本篇卅一即戊丙己戊己丙兩角并等于一直角亦等于甲丙己角矣此兩率者各減同用之戊丙己角即所存戊己丙與甲丙戊等也夫戊己丙與丙庚戊元等本卷廿一則甲丙戊與丙庚戊交互相等又丙丁戊庚四邊形之丙丁戊丙庚戊兩對角并等兩直角本篇廿二而甲丙戊乙丙戊兩交角亦等兩直角一卷十三此二

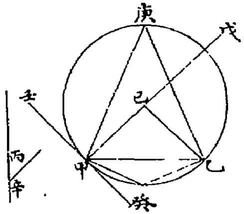
率者各減一相等之甲丙戊丙庚戊則所存丙丁戊乙丙戊亦交互相等

第三十三題

一線上求作圜分而負圜分角與所設直線角等



先法曰設甲乙線丙角求線上作圜分而負圜分角與丙等其丙角或直或鋭或鈍若直角先以甲乙兩平分于丁次以丁為心甲乙為界作半圜圜分內作甲戊乙角即負半圜角為直角（本篇卅一）如所求



次法曰若設丙鋭角先于甲點上作丁甲乙鋭角與丙等次作戊甲為甲丁之垂線于甲乙之上次作己乙甲角與己甲乙角等而乙己線與甲戊線遇于己即己乙己甲兩線等（一卷六）末以己為心甲為界作甲庚圜必過乙即甲庚乙圜分內甲乙線上所作負圜角必為鋭角而與丙等

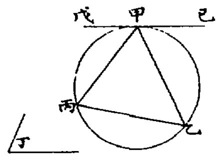
論曰試作甲庚乙角其甲己戊線過己心而丁甲又為戊甲之垂線即丁甲線切甲庚乙圜于甲本篇十六之系則丁甲乙與甲庚乙兩角交互相等本篇卅二如所求

後法曰若設辛鈍角依前作壬甲乙鈍角與辛等次作戊甲為壬甲之垂線餘倣第二法而于甲乙線上作甲癸乙等即與辛等

後論同次

第三十四題

設圜求割一分而負圜分角與所設直線角等

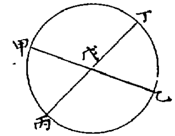


法曰設甲乙丙圜求割一分而負圜分角與丁等先作戊己直線切圜于甲本篇十七次作己甲乙角與丁等即割圜之甲乙線上所作甲丙乙角負甲丙乙圜分而與丁等

何者己甲乙角與丁等亦與甲丙乙交互相等故本篇卅二

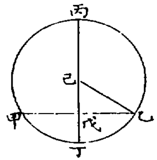
第三十五題

圜內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等



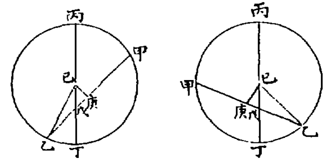
解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩線交而相分于戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心若俱過心者其各分四線等即兩矩內直角形亦等

先論曰圜內線獨丙丁過己心者又有二種其一丙丁平分甲乙線于戊即丙戊線在甲乙上為兩直角（本篇三）



試作己乙線相聯其丙丁線既兩平分于己又任兩分于戊即丙戊偕戊丁矩內直角形及己戊上直角方形并與等己丁之己乙上直角方形等（二卷五）夫己乙上直角方形與己戊戊乙上兩直角方形并等（一卷四七）即丙戊偕戊丁矩內直角形及己戊上直角方形并與己戊戊乙上兩直角方形并亦等矣次每減同用之己戊上直角方形則所存丙戊偕戊丁矩內直角形不與戊乙

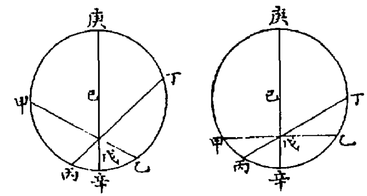
上直角方形等乎戊乙與甲戊既等即甲戊偕戊乙矩內直角形與丙戊偕戊丁矩內直角形亦等



次論曰若丙丁任分甲乙線于戊即以甲乙線兩平分于庚次于庚已乙各作直線相聯即已庚為甲乙之垂線而成兩直角（本篇三）其丙戊偕戊丁矩內直角形及已戊上直角方形并與等已丁之已乙上直角方形等（二卷五）而已戊上直角方形與已

庚庚戊上兩直角方形并等（一卷四七）已乙上直角方形與已庚庚乙上兩直角方形并亦等則丙戊偕戊丁矩內直角形及已庚庚戊上兩直角方形并與已庚庚乙上兩直角方形并等次每減同用之已庚上直角方形即所存丙戊偕戊丁矩內直角形及庚戊上直角方形不與庚乙上直角方形等乎夫甲戊偕戊乙矩內直角形及庚戊上直角方形并亦與庚乙上直角方形等（二卷五）此二相等率者每減同用之庚戊

上直角方形則丙戊偕戊丁與甲戊偕戊乙兩矩內直角形等矣



後論曰圜內兩線俱不過心者又有二種或一線平分或兩俱任分皆從已心與戊相聯作直線引長之為庚辛線依上論甲戊偕戊乙矩內直角形不論甲乙線平分任分皆與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等又依上論丙戊偕戊丁矩內直角形

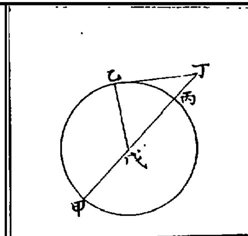
不論丙丁線平分任分亦與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等則甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等

第三十六題

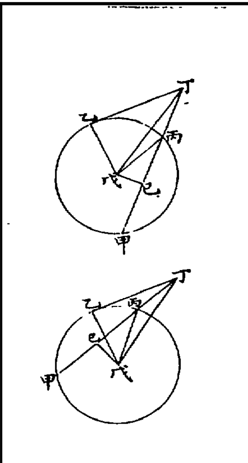
圜外任取一點從點出兩直線一切圜一割圜其割圜之全線偕規外線矩內直角形與切圜線上直角方形等

解曰甲乙丙圜外任取丁點從丁作丁乙線切圜于

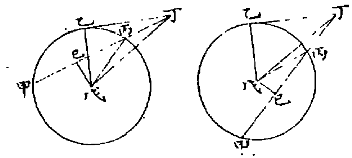
乙本篇十七作丁甲線截圜界于丙題言甲丁偕丙丁矩內直角形與丁乙上直角方形等



先論丁甲過戊心者曰試作乙戊線為丁乙之垂線本篇十八其甲丙線平分于戊又引出一丙丁線即甲丁偕丙丁矩內直角形及等戊丙之戊乙上直角方形并與戊丁上直角方形等二卷六而戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等一卷四七即甲丁偕丙丁矩內直角形及戊乙上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等此兩率者每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丙丁矩內直角形與丁乙上直角方形等

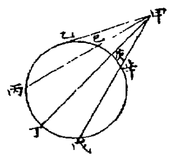


後論丁甲不過戊心者曰試以甲丙線兩平分于己次從戊心作戊己戊丙戊丁戊乙四線即戊乙為丁乙之垂線本篇十八戊己為甲丙之垂線本篇三其甲丙線既兩平分于己又引出一丙丁線



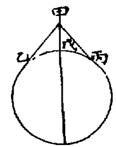
即甲丁偕丁丙矩内直角形及己丙上直角方形并與己丁上直角方形等二卷六次每加一戊己上直角方形即甲丁偕丁丙矩内直角形及己丙戊己上兩直角方形并與己丁戊己上兩直角方形并等夫己丙戊己上兩直角方形并與等戊丙之戊乙上直角方形等一卷四七而戊丁上直角方形與己丁戊己上兩直角方形并等即甲丁偕丁丙矩内直角

形及戊乙上直角方形與戊丁上直角方形等矣又戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等即甲丁偕丁丙矩内直角形及戊乙上直角方形并與戊乙丁乙上兩直角方形并等次每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丁丙矩内直角形與丁乙上直角方形等

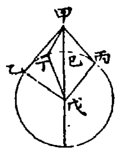


一系若從圜外一點作數線至規内各全線偕規外線矩内直角形俱等如從甲作

甲丙甲丁甲戊各線截圜界于己于庚于辛其甲丙偕己甲甲丁偕庚甲甲戊偕辛甲各矩内直角形俱等何者試作甲乙切圜線則各矩線内直角形與甲乙上直角方形俱等故本題



二系從圜外一點作兩直線切圜此兩線等如甲點作甲乙甲丙兩切圜線即甲丙與甲乙等何者試從甲作甲丁線截圜界于戊其甲乙甲丙上兩直角方形各與甲丁偕甲戊矩内直角形等本題則此兩直角方形自相等



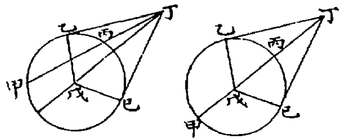
三系從圜外一點止可作兩直線切圜若言從甲既作甲乙甲丙兩線切圜又可作甲丁線亦切圜令從戊心作戊乙戊丁兩線即甲乙戊為直角而甲丁戊亦宜為直角本篇十八試作甲戊直線則甲乙戊角形内有甲丁戊角應大于甲乙戊角一卷廿一安得為直角也又甲乙甲丁若俱切圜即兩線宜等本題二系試作甲戊線截圜于己則甲

丁為近己線甚小當小于遠己之甲乙線本篇八又安
得相等也故一點上止可作切圜線兩也

第三十七題

圜外任于一點出兩直線一至規外一割圜至規內而
割圜全線偕割圜之規外線矩內直角形與至規外
之線上直角方形等則至規外之線必切圜

解曰甲乙丙圜其心戊從丁點作丁乙至規外之線
遇圜界于乙又作丁甲割圜至規內之線而截圜界



于丙其丁甲偕丁丙矩內直角形與丁乙
上直角方形等題言丁乙為切圜線
論曰試從丁作丁己線切圜于己本篇十七次
作戊乙戊己兩線相聯若丁甲不過戊心
者又作丁戊直線其丁己上直角方形與
丁甲偕丁丙矩內直角形等本篇卅六而丁乙
上直角方形與丁甲偕丁丙矩內直角形亦等則丁
乙丁己上兩直角方形自相等而丁乙丁己兩線亦

等夫丁乙戊角形之丁乙乙戊與丁己戊角形之丁己己戊各兩腰等丁戊同底即兩角形之三角各等（一卷八）而對丁戊底之丁己戊為直角（本篇十八）即丁乙戊亦直角故丁乙為切圜線（本篇十六之系）

幾何原本卷三

欽定四庫全書

幾何原本卷四之首

西洋利瑪竇譯

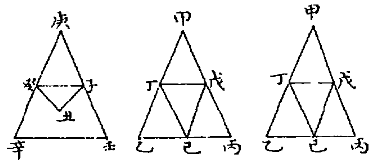
界說七則

第一界

直線形居他直線形內而此形之各角切他形之各邊

為形內切形

此卷將論切形在圜之內外及作圜在形之內外故



解形之切在形內及切在形外者先以直線形為例如前圖丁戊己角形之丁戊己三角切甲乙丙角形之甲乙乙丙丙甲三邊則丁戊己為甲乙丙之形內切形如後圖癸子丑角形雖癸子兩角切庚辛壬角形之庚辛壬庚兩邊而丑角不切辛壬邊則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形

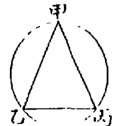
第二界

一直線形居他直線形外而此形之各邊切他形之各角為形外切形

如第一界圖甲乙丙為丁己戊之形外切形　其餘各形倣此二例

第三界

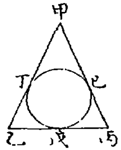
直線形之各角切圜之界為圜內切形



甲乙丙形之三角各切圜界于甲于乙于丙是也

第四界

直線形之各邊切圜之界為圜外切形



甲乙丙形之三邊切圜界于丁于己于戊是也

第五界

圜之界切直線形之各邊為形內切圜

同第四界圖

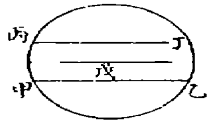
第六界

圜之界切直線形之各角為形外切圜

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圜界為合圜線



甲乙線兩界各抵甲乙丙圜之界為合圜線

若丙抵圜而丁不至及戊之兩俱不至不為合圜線

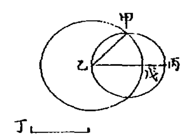
幾何原本卷四之首

幾何原本卷四

西洋利瑪竇撰

第一題

有圜求作合圜線與所設線等此設線不大于圜之徑線



法曰甲乙丙圜求作合線與所設丁線等

其丁線不大于圜之徑線徑為圜內之最大線更大不可

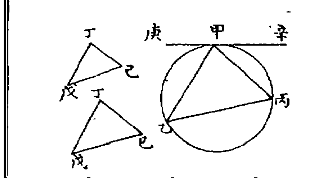
合見三卷十五先作甲乙圜徑為乙丙若乙丙與

丁等者即是合線若丁小于徑者即于乙丙上截取乙戊與丁等次以乙為心戊為界作甲戊圜交甲乙丙圜于甲末作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等

第二題

有圜求作圜內三角切形與所設三角形等角

法曰甲乙丙圜求作圜內三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先作庚辛線切圜于甲三卷十七

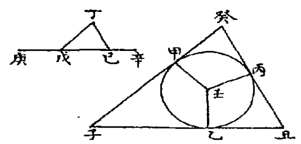


次作庚甲乙角與設形之己角等次作辛甲丙角與設形之戊角等末作乙丙線即圜內三角切形與所設丁戊己形等角

論曰甲丙乙與庚甲乙兩角等甲乙丙與辛甲丙兩角亦等（三卷卅二）而庚甲乙辛甲丙兩角既與所設己戊兩角各等即甲丙乙甲乙丙亦與己戊各等而乙甲丙必與丁等（一卷卅二）則三角俱等

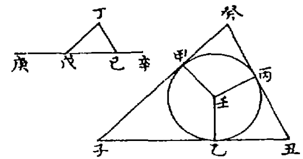
第三題

有圜求作圜外三角切形與所設三角形等角



法曰甲乙丙圜求作圜外三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先于戊己一邊引長之為庚辛次于圜界抵心作甲壬線次作甲壬乙角與丁戊庚等次作乙壬丙角與丁己辛等末于甲乙丙上作癸子子丑丑癸三垂線此三線各切圜于甲于乙于丙（三卷十六之系）而相遇于子于丑于癸（若作甲丙線郎癸甲丙癸丙甲兩角小于兩直角而

子癸丑癸兩線必相遇餘二倣此此癸子丑三角與所設丁戊己三角各等

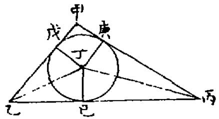


論曰甲壬乙子四邊形之四角與四直角等一卷卅二題內而壬甲子壬乙子兩為直角即甲壬乙甲子乙兩角并等兩直角彼丁戊庚丁戊己兩角并亦等兩直角一卷十三此二等率者每減一相等之丁戊庚甲壬乙則所存丁戊己與甲子乙等依顯丑角與丁己戊等則癸與丁亦等一卷卅二而

癸子丑與丁戊己兩形之各三角俱等

第四題

三角形求作形內切圜



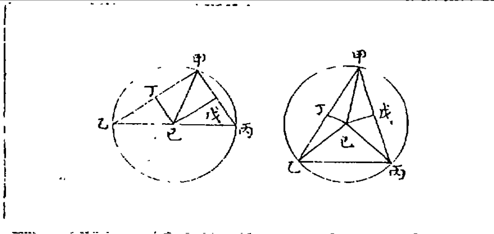
法曰甲乙丙角形求作形內切圜先以甲乙丙角甲丙乙角各兩平分之一卷九作乙丁丙丁兩直線相遇于丁次自丁至角形之三邊各作垂線為丁己丁庚丁戊其戊丁乙角形之丁戊乙丁乙戊兩角與乙丁己丁己乙丁

乙己丙角各等乙丁同邊即丁戊丁己丙邊亦等

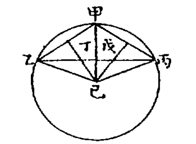
廿六依顯丁丙己角形與丁庚丙角形之丁己丁庚兩邊亦等即丁戊丁己丁庚三線俱等末作圜以丁為心戊為界即過庚己為戊庚己圜而切角形之甲乙乙丙丙甲三邊于戊于己于庚三卷十六之系此為形內切圜

第五題

三角形求作形外切圜



法曰甲乙丙角形求作形外切圜先平分兩邊若形是直角鈍角則分直角鈍角之兩旁邊于丁于戊次于丁于戊上各作垂線為己丁己戊而相遇于己若自丁至戊作直線即己丁戊角形之己丁戊己戊丁兩角小于兩直角故丁己戊己兩線必相遇其己點或在形內或在形外俱作己甲己乙己丙三線或在乙丙邊上止作己甲線其甲丁己角形之甲丁與乙丁己角形之乙丁兩腰等丁己同腰而丁之兩旁角俱直角即

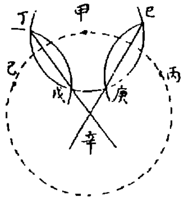


甲己己乙丙底必等依顯甲己戊丙己戊丙形之甲己己丙丙底亦等則己甲己乙己丙三線俱等末作圜以己為心甲為界必切丙乙而為角形之形外切圜

一系若圜心在三角形內即三角形為銳角形何者每角在圜大分之上故若在一邊之上即為直角形若在形外即為鈍角形

二系若三角形為銳角形即圜心必在形內若直角形必在一邊之上若鈍角形必在形外

增從此推得一法任設三點不在一直線可作一過三點之圜其法先以三點作三直線相聯成三角形次依前作

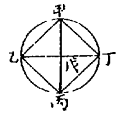


其同法甲乙丙三點先以甲乙兩點各自為心相向各任作圜分令兩圜分相交于丁于戊次甲丙兩點亦如之令兩圜分相交于己于庚末作丁

戊己庚兩線各引長之令相交于辛即辛為圜之心　論見三卷二十五增

第六題

有圜求作內切圜直角方形



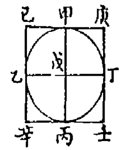
法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次作甲乙乙丙丙丁丁甲四線即甲乙丙丁為內切圜直角方形

論曰甲乙戊角形之甲戊與乙戊丙角形之戊丙兩腰等乙戊同腰而腰間角兩為直角即其底甲乙乙丙等一卷四依顯乙丙丙丁亦等則四邊形之四邊俱等而甲乙丙丁四角皆在半圜分之上又皆直角三卷卅一是為內切圜直角方形

第七題

有圜求作外切圜直角方形

法曰甲乙丙丁圜其心戊求作外切圜直角方形先



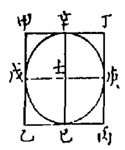
作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次于甲乙丙丁作庚己己辛辛壬壬庚四線為兩徑之垂線而相遇于己于辛于壬于庚即己庚壬辛為外切圜直角方形

論曰甲戊乙己乙戊既皆直角即己辛甲丙平行一卷廿八依顯甲丙庚壬亦平行則己庚辛壬亦平行一卷三十又甲丙辛己既直角形即甲丙己辛必等一卷卅四而甲丙辛甲己辛兩角亦等甲丙辛既直角即甲己辛亦

直角依顯庚壬辛亦直角而辛壬壬庚庚己三邊俱等于甲丙乙丁兩徑既四邊俱等于兩徑則己庚壬辛為直角方形而四邊各切圜三卷十六之系

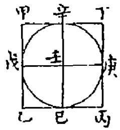
第八題

直角方形求作形內切圜



法曰甲乙丙丁直角方形求作形內切圜先以四邊各兩平分于戊于己于庚于辛而作辛己戊庚兩線交于壬其甲丁與乙丙既平行相等

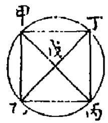
即半減線之甲辛乙己亦平行相等而甲乙與辛己



亦平行相等一卷卅三依顯丁丙與辛己亦平行相等甲丁乙丙戊庚俱平行相等而甲壬乙壬丙壬丁壬四俱直角形壬戊壬己壬庚壬辛四線與甲辛戊乙丁辛甲戊四線各等夫甲辛戊乙丁辛甲戊各為等線之半即與之等者壬戊壬己壬庚壬辛亦自相等次作圜以壬為心戊為界必過己庚辛而切甲丁丁丙丙乙乙甲四邊三卷十六是為形內切圜

第九題

直角方形求作形外切圜

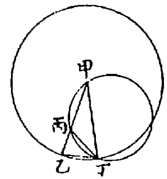


法曰甲乙丙丁直角方形求作外切圜先作對角兩線為甲丙乙丁而交于戊其甲乙丁角形之甲乙甲丁兩腰等即甲乙丁甲丁乙兩角亦等一卷五而乙甲丁為直角即甲乙丁甲丁乙俱半直角一卷卅二依顯丙乙丁丙丁乙亦俱半直角而四角俱等又戊甲丁戊丁甲兩角等即戊甲戊丁兩邊亦等

（一卷六）依顯戊甲戊乙兩邊亦等而戊乙戊丙兩邊戊丙戊丁兩邊各等次作圜以戊為心甲為界必過乙丙丁而為形外切圜

第十題

求作兩邊等三角形而底上兩角各倍大于腰間角



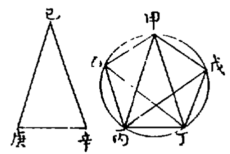
法曰先任作甲乙線次分之于丙其分法須甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等（二卷十一）次以甲為心乙為界作乙丁圜次作乙丁合圜線與甲丙等（本篇一）末作甲丁線相聯其甲乙甲丁等即甲乙丁為兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙兩角各倍大于甲角

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圜（本篇五）其甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等即亦與至規外之乙丁上直角方形等而乙丁線切甲丙丁圜于丁（三卷卅七）即乙丁切線偕丁丙割線所作乙丁丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等

此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與（三卷卅二）
丙甲丁丙丁甲兩角并等夫乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲相對之兩內角等（一卷卅二）即乙丙丁角與甲丁乙全角等而與相等之甲乙丁亦等丙丁與乙丁兩線亦等（一卷六）夫乙丁元與甲丙等即丙丁與甲丙亦等丙甲丁丙丁甲兩角亦等而甲角既與乙丁丙角等即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等是甲丁乙倍大于丙丁甲必倍大于相等之甲角也而相等之甲乙丁亦倍大于甲也

第十一題

有圜求作圜內五邊切形其形等邊等角



法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊內切圜形等邊等角先作己庚辛兩邊等角形而庚辛兩角各倍大于己角（本篇十）次于圜內作甲丙丁角形與己庚辛角形各等角（本篇二）次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分（一卷九）作丙戊丁

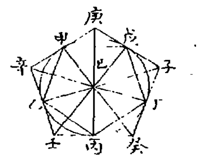
乙丙線末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯即甲乙丙丁戊為五邊內切圜形而五邊五角俱自相等

論曰甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大于丙甲丁角而兩角又平分即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙甲五角皆等而五角所乘之甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五圜分亦等（三卷廿六）即甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等（三卷廿九）是五邊形之五邊等又甲乙戊丁兩圜分

等而各加一乙丙丁圜分即甲乙丙丁與戊丁丙乙兩圜分等乘兩圜分之甲戊丁乙甲戊兩角亦等依顯餘三角與兩角俱等是五邊形之五角等

第十二題

有圜求作圜外五邊切形其形等邊等角

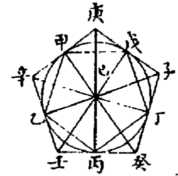


法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形（本篇十一）次從己心作己甲己乙

己丙己丁己戊五線次從此五線作庚辛辛壬壬癸癸子子庚五垂線相遇于庚于辛于壬于癸于子庚戊甲庚甲戊兩角小于兩直角故甲庚戊庚線必相遇餘四倣此五垂線既切圜三卷十六即成外切圜五邊形而等邊等角

論曰試從己心作己庚己辛己壬己癸己子五線其己甲甲辛上兩直角方形己乙乙辛上兩直角方形之兩并各與己辛上直角方形等一卷四七即兩并自相等此兩并率者每減一相等之甲己己乙上直角方形即所存甲辛辛乙上兩直角方形等則甲辛辛乙兩線等也又甲己辛角形之甲己與乙己辛角形之乙己兩腰等己辛同腰而甲辛乙兩底又等即甲己辛乙己兩角等一卷八而甲辛己乙辛己兩角亦等一卷四則甲己乙角倍大于辛己乙角也依顯乙己丙角亦倍大于乙己壬角乙壬丙角亦倍大于乙壬己角也又甲己乙乙己丙兩角乘甲乙乙丙相等之兩圜分線等故圜分等見三卷廿八即兩角自相等三卷廿七半減之

辛己乙乙己壬丙角亦等　乙己辛角形之乙己辛辛乙己丙角與乙己壬角形之乙己壬壬乙己丙角各等而乙己同邊是辛乙乙壬丙邊亦等也一卷廿六乙辛己乙壬己丙角亦等也則辛壬線倍大于辛乙線



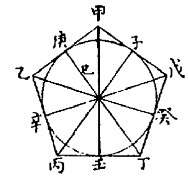
也依顯庚辛線亦倍大于辛甲線也前己顯甲辛辛乙丙線等則倍大之庚辛辛壬丙線亦等也依顯壬癸癸子子庚與庚辛辛壬俱等也是為庚辛壬癸子形之五邊等又依前

所顯乙辛己與乙壬己丙角等是乙辛甲之減半角與乙壬丙之減半角等即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也依顯辛壬癸壬癸子癸子庚子庚辛與庚辛壬俱等也是為庚辛壬癸子形之五角等

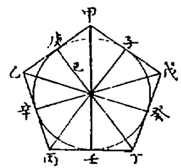
第十三題

五邊等邊等角形求作形內切圜

法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作內切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分一卷九其線為己甲



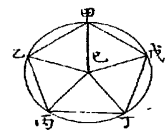
己乙而相遇于己己甲乙己乙甲兩角小于兩直角故己甲己乙兩線必相遇自己作己丙己丁己戊三線其甲己乙角形之甲乙腰與乙己丙角形之乙丙腰等乙己同腰而兩腰間之甲乙己丙乙己兩角等即甲己己丙兩底亦等乙甲己乙丙己兩角亦等一卷四又乙甲戊與乙丙丁兩角等而乙甲己為乙甲戊之半即乙丙己亦乙丙丁之半則乙丙丁角亦兩平分于己丙線矣依顯丙丁戊丁戊甲兩角亦兩平分于己丁己戊兩線矣次從己向各邊作己庚己辛己壬己癸己子五垂線其甲己庚角形之己甲庚己庚甲兩角與甲己子角形之己甲子己子甲兩角各等甲己同邊即兩形必等一卷廿六己子與己庚兩線亦等依顯己辛己壬己癸三垂線與己庚己子兩垂線俱等末作圜以己為心庚為界必過辛壬癸子而為甲乙丙丁戊五邊形之內切圜三卷十六



第十四題

五邊等邊等角形求作形外切圜

法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作外切圜先



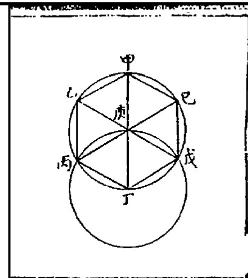
分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分其線為己甲己乙而相遇于己說見前次從己作己丙己丁己戊三線依前題論推顯乙丙丁丙丁戊丁戊甲三角各兩平分于己丙己丁己戊三線夫五角既等即其半減之角亦等而甲乙己角形

之己甲己乙甲兩角等即甲己與己乙兩線亦等依顯己丙己丁己戊三線與己甲己乙俱等末作圜以己為心甲為界必過乙丙丁戊而為甲乙丙丁戊五邊形之外切圜

第十五題

有圜求作圜內六邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊己圜其心庚求作六邊內切圜形等邊等角先作甲丁徑線次以丁為心庚為界作圜



兩圜相交于丙于戊次從庚心作丙庚戊庚兩線各引長之為丙己戊乙末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線相聯即成甲乙丙丁戊己內切圜六邊形而等邊等角

論曰庚丙庚丁兩線等而丁丙與丁庚亦等（依圜界說）三邊俱等即庚丙丁為平邊角形而庚丁丙丁丙庚丙庚丁三角俱等（一卷五）此三角元與兩直角等（一卷卅二）即每角為兩直角三分之一而丙庚丁角為兩直角三

分之一也依顯丁庚戊角亦兩直角三分之一而丙庚丁丁庚戊戊庚己三角又等于兩直角（一卷十三）即戊庚己角亦兩直角三分之一矣則丙庚丁丁庚戊庚己三角亦自相等而此三角與己庚甲甲庚乙乙庚丙三角亦等（一卷十五）是輳庚心之六角俱自相等而所乘之六圜分（三卷廿六）及甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線俱自相等（三卷廿九）則甲乙丙丁戊己形之六邊等又乙丙與甲己兩圜分等而各加一丙丁戊己圜

分即乙丙丁戊己與甲己戊丁丙兩圜分等而所乘之乙甲己與甲乙丙兩角等（三卷廿七）依顯乙丙丁丙丁戊丁戊己戊己甲四角與乙甲乙丙兩角俱等則甲乙丙丁戊己形之六角等

一系凡圜之半徑為六分圜之一之分弦何者庚丁與丁丙等故故一開規為圜不動而可六平分之

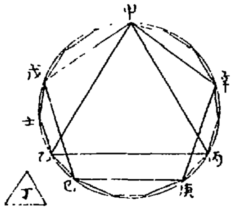
二系依前十二十三十四題可作六邊等邊等角形在圜之外又六邊等邊等角形內可作切圜又六邊

等邊等角形外可作切圜

第十六題

有圜求作圜內十五邊切形其形等邊等角

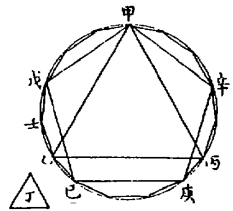
法曰甲乙丙圜求作十五邊內切圜形等邊等角先



作甲乙丙內切圜平邊三角形與丁等角（本篇二）即三邊等而甲乙乙丙丙甲三圜分亦等（三卷廿八）夫甲乙丙圜十正分之則甲乙三分圜之一當為十五分之五

次從甲作甲戊己庚辛內切圜五邊形等角本篇十一即甲戊戊己己庚庚辛辛甲五圜分等三卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲戊五分圜之一當為十五分之三而戊乙得十五分之二次以戊乙圜分兩平分于壬三卷卅則壬乙得十五分之一次作壬乙線依壬乙共作十五合圜線本篇一則成十五邊等邊形而十五角所乘之圜分等即各角亦等三卷廿七

一系依前十二十三十四題可作外切圜十五邊形又十五邊形內可作切圜又十五邊形外可作切圜



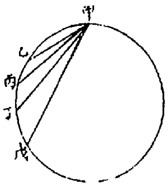
注曰依此法可設一法作無量數形如本題圖甲乙圜分為三分圜之一即命三甲戊圜分為五分圜之一即命五三與五相乘得十五即知此兩分法可作十五邊形又如甲乙命三甲戊命五三與五較得二即知戊乙得十五分之二因分戊乙為兩平分得壬乙線為十

五分之一可作內切圜十五邊形也以此法爲例

作後題

增題若圜內從一點設切圜兩不等等邊等角形之各一邊此兩邊一爲若干分圜之一一爲若干分圜之一此兩若干分相乘之數卽後作形之邊數此兩若干分之較數卽兩邊相距之圜分所得後作形邊數內之分數

法曰甲乙丙丁戊圜內從甲點作數形之各一邊如甲乙爲六邊形之一邊甲丙爲五邊形之一邊甲丁爲四邊形之一邊甲戊爲三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一卽乙丙圜分爲所作三十邊等邊等角形之一邊何者五六相乘爲三十



故當作三十邊也較數一故當爲一邊也

論曰甲乙圜分爲六分圜之一卽得三十分圜之五而甲丙爲五分圜之一卽得三十分

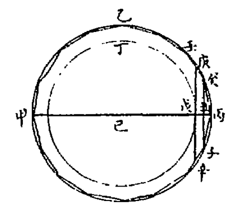
圜之六則乙丙得三十分圜之一也依顯乙丁為二十四邊形之二邊也何者甲乙命六甲丁命四六乘四得二十四也又較數二也依顯乙戊為十八邊形之三邊也丙丁為二十邊形之一邊也丙戊為十五邊形之二邊也丁戊為十二邊形之一邊也

二系凡作形于圜之内等邊則等角何者形之角所乘之圜分皆等故三卷廿七凡作形于圜之外即從圜心作直線抵各角依本篇十二題可推顯各角等

三系凡等邊形既可作在圜内即依圜内形可作在圜外即形内可作圜即形外亦可作圜皆依本篇十二十三十四題

四系凡圜内有一形欲作他形其形邊倍于此形邊即分此形一邊所合之圜分為兩平分而每分各作一合線即三邊可作六邊四邊可作八邊倣此以至無窮

又補題圜內有同心圜求作一多邊形切大圜不至小圜其多邊為偶數而等



法曰甲乙丙丁戊兩圜同以己為心求于甲乙丙大圜內作多邊切形不至丁戊小圜其多邊為偶數而等先從己心作甲丙徑線截丁戊圜于戊次從戊作庚辛為甲戊之垂線即庚辛線切丁戊圜于戊也（三卷十六之系）夫甲庚丙圜分雖大于丙庚若于甲庚丙減其

半甲乙存乙丙又減其半乙壬存壬丙又減其半壬癸如是遞減至其減餘丙癸必小于丙庚（如下補論）既得丙癸圜分小于丙庚而作丙癸合圜線即丙癸為所求切圜形之一邊也次分乙壬圜分其分數與丙壬之分數等次分甲乙與乙丙分數等分丙甲與甲乙丙分數等則得所求形（三卷廿九）而不至丁戊小圜

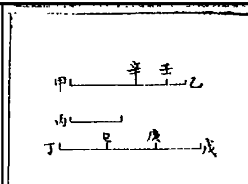
論曰試從癸作癸子為甲丙之垂線遇甲丙于丑其庚戊丑癸丑戊丙皆直角即庚辛癸子為平行線（一卷

廿八庚辛線之切丁戊圜既止一點即癸子線更在其外必不至丁戊矣何況丙癸更遠于丑癸乎依顯其餘與丙癸等邊同度距心者三卷十四俱不至丁戊圜也

此係十二卷第十六題因六卷今增題宜藉此論故先類附于此

補論其題曰兩幾何不等若于大率遞減其大半必可使其減餘小于元設小率

解曰甲乙大率丙小率題言于甲乙遞減其大半至可使其減餘小于丙



論曰試以丙倍之又倍之至僅大于甲乙而止為丁戊丁戊之分為丁己己庚庚戊各與丙等也次于甲乙減其大半甲辛存辛乙又減其大半辛壬存壬乙如是遞減至甲乙與丁戊之分數等夫甲辛辛壬壬乙與丁己己庚庚戊分數既等丁戊又大于甲乙若兩率各為兩分而大丁戊之減丁己止于半小甲乙之減甲辛為大半即丁戊之減餘必大于甲乙之減餘也若各各為多分而己戊尚多

于丙者即又于己戊減己庚于辛乙減其大半辛壬

如是遞減卒至丁戊之末分庚戊大于甲乙之末分

壬乙也而庚戊元與丙等是壬乙小于丙也

又論曰若于甲乙遞減其半亦同前論何者大丁戊

所減不大于半則丁戊之減餘每大于甲乙之減餘

以至末分亦大于末分此係十卷第一題借用于此以足上論

幾何原本卷四

幾何原本卷五之首

西洋利瑪竇譯

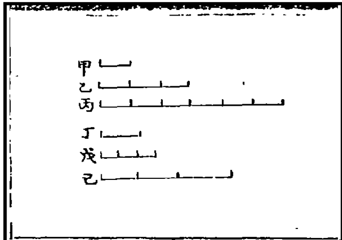
界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也而本卷則總說完幾何之同例相比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絶不及線面體諸類也第六卷則論線論角論圜界諸類及諸形之同例相比者也今先解向後所用

名目為界說十九

第一界

分者幾何之幾何也小能度大以小為大之分



以小幾何度大幾何謂之分曰幾何之幾何者謂非此小幾何不能為此大幾何之分也如一點無分亦非幾何即不能為線之分也一線無廣狹之分非廣狹之幾何

即不能為面之分也一面無厚薄之分非厚薄之幾何即不能為體之分也曰能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者也如甲為乙為丙之分則甲為乙三分之一為丙六分之一無羸不足也若戊為丁之一即羸為二即不足己為丁之三即羸為四即不足是小不盡大則丁不能為戊己之分也以數明之若四于八于十二于十六于二十諸數皆能盡分無羸不足也若四于六于七于九于十于十八于三十八諸數或羸或不足皆不能盡分者也本書所論皆指能盡分者故稱為分若不盡分者當稱幾分幾何之幾如四于六為三分六之二不得正名為分不稱小度大也不為大幾何內之小幾何也

第二界

若小幾何能度大者則大為小之幾倍

如第一界圖甲與乙能度丙則丙為甲與乙之幾倍若丁戊不能盡己之分則己不為丁戊之幾倍

第三界

比例者兩幾何以幾何相比之理

兩幾何者或兩數或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比例若線與面或數與線相比此異類不為比例又若白線與黑線熱線與冷線相比雖同類不以幾何相比亦不為比例也

比例之說在幾何為正用亦有借用者如時如音如聲如所如動如稱之屬皆以比例論之

凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此幾何為前率所比之他幾何為後率如以六尺之線比三尺之線則六尺為前率三尺為後率也反用之以三尺之線比六尺之線則三尺為前率六尺為後率也

比例為用甚廣故詳論之如左

凡比例有二種有大合有小合以數可明者為大合如二十尺之線比十尺之線是也其非數可明者為小合如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而

非數可明者是也

如上二種又有二名其大合線為有兩度之線如二十尺比八尺兩線為大合則二尺四尺皆可兩度之者是也如此之類凡數之比例皆大合也何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者若七比九無他數可兩度之以一則可兩度之也其小合線為無兩度之線如直角方形之兩邊與其對角線為小合即分至萬分以及無數終無小線可以盡分能度兩率者是也此論詳見十卷末題小合之比例至十卷詳之本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者如二十比二十尺之線比十尺之線是也有不等者如二十比十八比四十六尺之線比二尺之線是也

如上等者為相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也大合比例之以大不等者又有五種一為幾倍

大二為等帶一分三為等帶幾分四為幾倍大帶一
分五為幾倍大帶幾分
一為幾倍大者謂大幾何內有小幾何或二或三或
十或八也如二十與四是二十內為四者五如三十
尺之線與五尺之線是三十尺內為五尺者六則二
十與四名為五倍大之比例也三十尺與五尺名為
六倍大之比例也倣此為名可至無窮也
二為等帶一分者謂大幾何內既有小之一別帶一

分此一分或元一之半或三分之一四分之一以至
無窮者是也如三與二是三內既有二別帶一一為二
之半如十二尺與九尺之線是十二內既有九別帶
三三為九三分之一則三與二名為等帶半也十二
尺與九尺名為等帶三分之一也
三為等帶幾分者謂大幾何內既有小之一別帶幾
分而此幾分不能合為一盡分者是也如八與五是
八內既有五別帶三一每一各為五之分而三一不

能合而為五之分也他如十與八其十内既有八别
帶二一雖每一各為八之分與前例相似而二一却
能為八四分之一是為帶一分屬在第二不屬三也
則八與五名為等帶三分也又如二十二與十六即
名為等帶六分也四為幾倍大帶一分者謂大幾何
内既有小幾何之二之三之四等别帶一分此一分
或元一之半或三分四分之一以至無窮者是也如
九與四是九内既有二四别帶一一為四之分之一

則九與四名為二倍大帶四分之一也
五為幾倍大帶幾分者謂大幾何内既有小幾何之
二之三之四等别帶幾分而此幾分不能合為一盡
分者是也如十一與三是十一内既有三三别帶二
一每一各為三之分而二一不能合而為三之分也
則十一與三名為三倍大帶二分也
大合比例之以小不等者亦有五種俱與上以大不
等五種相反為名一為反幾倍大二為反等帶一分

三為反等帶幾分四為反幾倍大帶一分五為反幾倍大帶幾分

凡比例諸種如前所設諸數俱有書法書法中有全數有分數全數者如一二三十百等是也分數者如分一以二以三以四等是也書全數依本數書之不必立法書分數必有兩數一為命分數一為得分數如分一以三而取其二則為三分之二即三為命分數二為得分數也分一為十九而取其七則為十九分之七即十九為命分數七為得分數也

書以大小不等各五種之比例其一幾倍大以全數書之如二十與四為五倍大之比例即書五是也若四倍即書四六倍即書六也其反幾倍大即用分數書之而以大比例之數為命分之數以一為得分之數如大為五倍大之比例則此書五之一是也若四倍即書四之一六倍即書六之一也

其二等帶一分之比例有兩數一全數一分數其全

數恒為一其分數則以分率之數為命分數恒以一
為得分數如三與二名為等帶半即書一別書二之
一也其反等帶一分則全用分數而以大比例之命
分數為此之得分數以大比例之命分數加一為此
之命分數如大為等帶二之一即此書三之二也又
如等帶八分之一反書之即書九之八也又如等帶
一千分之一反書之即書一千〇〇一之一千也
其三等帶幾分之比例亦有兩數一全數一分數其

全數亦恒為一其分數亦以分率之數為命分數以
所分之數為得分數如十與七名為等帶三分即書
一別書七之三也其反等帶幾分亦全用分數而以
大比例之命分數為此之得分數以大比例之命分
數加大之得分數為此之命分數如大為等帶七之
三命數七得數三七加三為十即書十之七也又如
等帶二十之三反書之二十加三即書二十三之二
十也

其四幾倍大帶一分之比例則以幾倍大之數為全數以分率之數為命分數恒以一為得分數如二十二與七二十二內既有三七別帶一一為七分之一名為三倍大帶七分之一即以三為全數七為命分數一為得分數書三別書七之一也其反幾倍大帶一分則以大比例之命分數為此之得分數以大之命分數乘大之倍數加一為此之命分數如大為三帶七之一即以七乘三得二十一又加一為命分數書二十二之七也又加五帶九之一反書之九乘五得四十五加一為四十六即書四十六之九也

其五幾倍大帶幾分之比例亦以幾倍大之數為全數以分率之數為命分數以所分之數為得分數如二十九與八二十九內既有三八別帶五一名為三倍大帶五分即以三為全數八為命分數五為得分數書三別書八之五也其反幾倍大帶幾分則以大比例之命分數為此之得分數以大比例之命分數

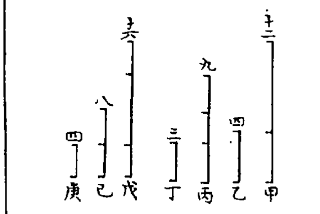
乘大之倍數加大之得分數為此之命分數如大為三帶八之五即以八乘三得二十四加五為二十九書二十九之八也又如四帶五之二即書二十二之五也

以上大小十種足盡比例之凡不得加一減一

第四界

兩比例之理相似為同理之比例

兩幾何相比謂之比例兩比例相比謂之同理之比



例如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其理相似為同理之比例又若戊與己兩幾何之比例偕己與庚兩幾何之比例其理相似亦同理之比例

凡同理之比例有三種有數之比例有量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比例也量法比例又有二種一為連比例連比例者相續不斷其中

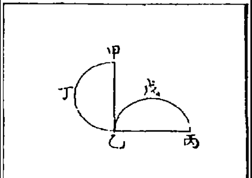
率與前後兩率遞相為比例而中率既為前率之後又為後率之前如後圖戊與己比己又與庚比是也二為斷比例斷比例者居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

第五界

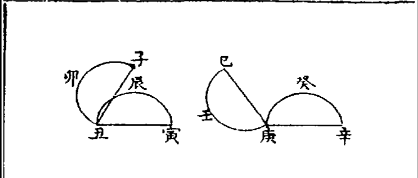
兩幾何倍其身而能相勝者為有比例之幾何

上文言為比例之幾何必同類然同類中亦有無比例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即大于八尺之線是為有比例之線也又如直角方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而直角方形之一邊一倍之即大于對角線（兩邊等三角形其兩邊并必大于一邊見一卷二十）是亦有小合比例之線也又圜之徑四倍之即大于圜之界則圜之徑與界亦有小合比例之線也（圜之界當三徑七分徑之一弱別見圜形書）又曲線與直線亦有比例如以大小兩曲線相合為初月形別作一

直角方形與之等六卷三十三一增題今附即曲直兩線相視有大有小亦有比例也又方形與圜雖自古至今學士無數不能為相等之形然兩形相視有大有小亦不可謂無比例也又直線角與曲線角亦有比例如上圖直角鈍角銳角皆有與曲線角等者若第一圖甲



乙丙直角在甲乙乙丙兩直線內而其間設有甲乙丁與丙乙戊兩圜分角等即于甲乙丁角加甲乙戊角則丁乙戊曲線角與甲乙



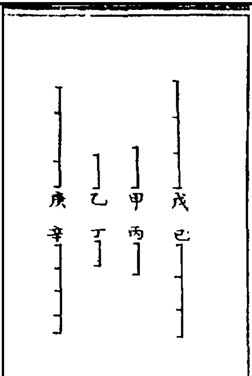
丙直角等矣依顯壬庚癸曲線角與己庚辛鈍角等也又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角各減同用之子丑丑辰內圜小分即兩角亦等也此五者皆疑無比例而實有比例者也他若有窮之線與無窮之線雖則同類實無比例何者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面面與體各自為類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切

圜角與直線鋭角亦無比例何者依三卷十六題所説畢世倍切邊角不能勝至小之鋭角故也此後諸篇中毎有倍此幾何令至勝彼幾何者故備著其理以需後論也

第六界

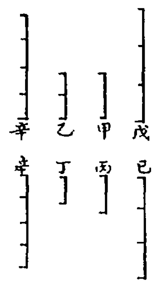
四幾何若第一與二偕第三與四為同理之比例則第一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱為大俱為小恒如是

兩幾何曷顯其能為比例乎上第五界所説是也兩比例曷顯其能為同理之比例乎此所説是也其術



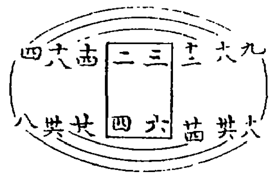
通大合小合皆以加倍法求之如一甲二乙三丙四丁四幾何于一甲三丙任加幾倍為戊為己戊倍甲己倍丙其數自相等次于二乙四丁任加幾倍為庚為辛庚倍乙辛倍丁其數自相等而戊與己偕庚與辛相視或等或俱大或俱小如是等大小累試之

恒如是即知一甲與二乙偕三丙與四丁為同理之
比例也
如初試之甲幾倍之戊小于乙幾倍之庚而丙幾倍
之己亦小于丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙
之庚等而倍丙之己亦與倍丁之辛等三試之倍甲



之戊大于倍乙之庚而倍丙之己
亦大于倍丁之辛此之謂或相等
或雖不等而俱為大俱為小若累

合一差即元設四幾何不得為同理之比例如下第
八界所指是也
下文所論若言四幾何為同理之比例即當推顯第
一第三之幾倍與第二第四之幾倍或等或俱大俱
小若許其四幾何為同理之比例亦如之
以數明之如有四幾何第一為三第二為二第三為
六第四為四今以第一之三第三之六同加四倍為
十二為二十四次以第二之二第四之四同加七倍



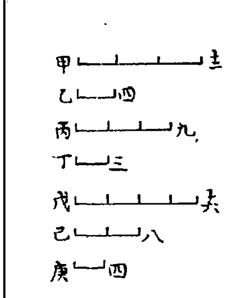
為十四為二十八其倍第一之十二既小于倍第二之十四而倍第三之二十四亦小于倍第四之二十八也又以第一之三第三之六同加六倍為十八為三十六次以第二之二第四之四同加九倍為十八為三十六其倍第一之十八既等于倍第二之十八而倍第三之三十六亦等于倍第四之三十六也又以第一之三第三之六同加三倍為九

為十八次以第二之二第四之四同加二倍為四為八其倍第一之九既大于倍第二之四而倍第三之十八亦大于倍第四之八也若爾或俱大俱小或等累試之皆合則三與二偕六與四得為同理之比例也

以上論四幾何者斷比例之法也其連比例法倣此但連比例之中率兩用之既為第二又為第三視此異耳

第七界

同理比例之幾何為相稱之幾何

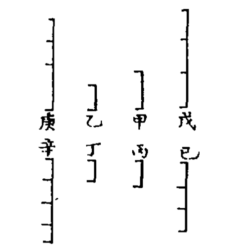


甲與乙若丙與丁是四幾何為同理之比例即四幾何為相稱之幾何又戊與己若己與庚即三幾何亦相稱之幾何

第八界

四幾何若第一之幾倍大于第二之幾倍而第三之幾倍不大于第四之幾倍則第一與二之比例大于第三與四之比例

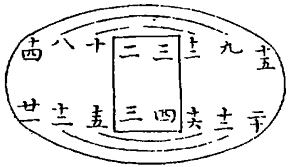
此反上第六界而釋不同理之兩比例其相視曷顯



為大曷顯為小也謂第一第三之幾倍與第二第四之幾倍依上累試之其間有第一之幾倍大于第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或小于第四之幾倍即第一與二之比例大于第三與四之比例也如上圖甲一乙二丙三丁四甲與丙各三倍為戊己乙與丁各

四倍為庚辛其甲三倍之戊大于乙四倍之庚而丙三倍之己乃小于丁四倍之辛即甲與乙之比例大于丙與丁也若第一之幾倍小于第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或大于第四之幾倍即第一與二之比例小于第三與四之比例如是等大小相戾者但有其一不必再試

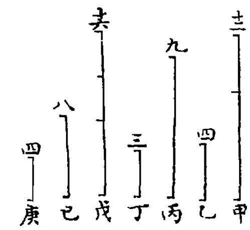
以數明之中設三二四三四幾何先有第一之倍大于第二之倍而第三之倍亦大于第四之倍後復有



第一之倍大于第二之倍而第三之倍乃或等或小于第四之倍即第一與二之比例大于第三與四也若以上圖之數反用之以第一為二第二為一第三為四第四為三則第一與二之比例小于第三與四

第九界

同理之比例至少必三率

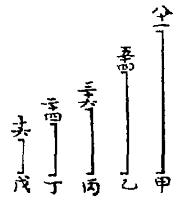


同理之比例必兩比例相比如甲與乙若丙與丁是四率斷比例也若連比例之戊與己若己與庚則中率己既為戊之後又為庚之前是以三率當四率也

第十界

三幾何為同理之連比例則第一與三為再加之比例四幾何為同理之連比例則第一與四為三加之比例倣此以至無窮

甲乙丙丁戊五幾何為同理之連比例其甲與乙若乙與丙乙與丙若丙與丁丙與丁若丁與戊即一甲



與三丙視一甲與二乙為再加之比例又一甲與四丁視一甲與二乙為三加之比例何者甲丁之中有乙丙兩幾何為同理之比例如甲與乙故也又一甲與五戊視一甲與二乙為四加之比例也若反用之以戊為首則一戊與三丙為再加與四乙為三加與五甲為四加

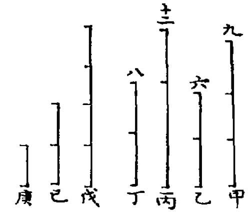
也

下第六卷二十題言此直角方形與彼直角方形為此形之一邊與彼形之一邊再加之比例何者若作三幾何為同理之連比例則此直角方形與彼直角方形若第一幾何與第三幾何故也以數明之如此直角方形之邊三尺而彼直角方形之邊一尺即此形邊與彼形邊若九與一也夫九與一之間有三為同理之比例則九三一三幾何之連比例既有三與一為比例又以九比三三比一為再加之比例也則彼直角方形當為此形九分之一不止為此形三分之一也大畧第一與二之比例若線相比第一與三若平面相比第一與四若體相比也第一與五若筭家三乘方與六若四乘方與七若五乘方倣此以至無窮

第十一界

同理之幾何前與前相當後與後相當

上文已解同理之比例此又解同理之幾何者蓋一



比例之兩幾何有前後而同理之兩

比例四幾何有兩前兩後故特解言

比例之論常以前與前相當後與後

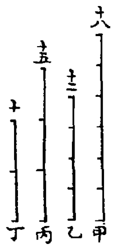
相當也如上甲與乙丙與丁兩比例

同理則甲與丙相當乙與丁相當也戊己己庚兩比例同理則己既為前又為後兩相當也如下文有兩三角形之邊相比亦常以同理之兩邊相當不可混也

上文第六第八界説幾何之幾倍常以一與三同倍二與四同倍則以第一第三為兩前第二第四為兩後各同理故

第十二界

有屬理更前與前更後與後



此下説比例六理皆後論所需也

四幾何甲與乙之比例若丙與丁今更推甲與丙若乙與丁為屬理　下言屬理皆省曰

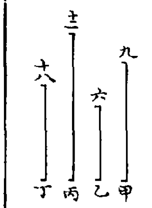
更

此論未證證見本卷十六

此界之理可施于四率同類之比例若兩線兩面或兩面兩數等不為同類即不得相更也

第十三界

有反理取後為前取前為後



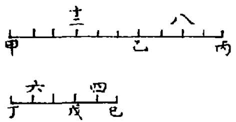
甲與乙之比例若丙與丁今反推乙與甲若丁與丙為反理

證見本篇四之系

此界之理亦可施于異類之比例

第十四界

有合理合前與後為一而比其後

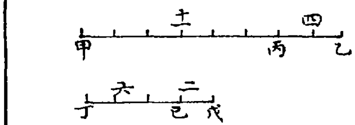


甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己今合甲丙為一而比乙丙合丁己為一而比戊己即推甲丙與乙內若丁己與戊己是合兩前後率為兩一率而比兩後率也

證見本卷十八

第十五界

有分理取前之較而比其後

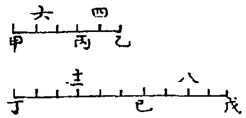


甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今分推甲乙之較甲丙與丙乙若丁戊之較丁己與己戊

證見本卷十七

第十六界

有轉理以前為前以前之較為後



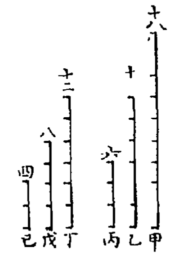
甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁己

證見本卷十九

第十七界

有平理彼此幾何各自三以上相為同理之連比例則

此之第一與三若彼之第一與三又曰去其中取其

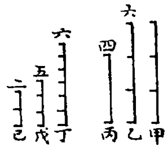


首尾甲乙丙三幾何丁戊己三幾何等數相為同理之連比例者甲與乙若丁與戊乙與丙若戊與己也今平推首甲與尾丙若首丁與尾己

平理之分又有二種如後二界

第十八界

有平理之序者此之前與後若彼之前與後而此之後與他率若彼之後與他率



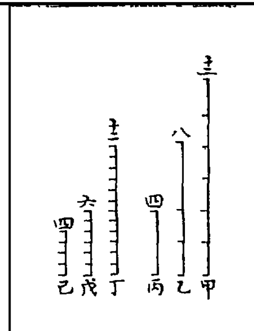
甲與乙若丁與戊而後乙與他率丙若後戊與他率己是序也今平推甲與丙若丁與己也此與十七界同重宣序義以別後界也

證見本卷二十二

第十九界

有平理之錯者此數幾何彼數幾何此之前與後若彼

之前與後而此之後與他率若彼之他率與其前

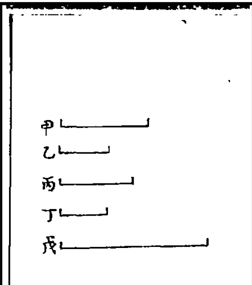


甲乙丙數幾何丁戊己數幾何其甲與乙若戊與己又此之後乙與他率丙若彼之他率丁與前戊是錯也今平推甲與丙若丁與己也十八十九界推法于十七界中通論之故兩題中不再著也

證見本卷二十三

增一幾何有一幾何相與為比例即此幾何必有

彼幾何相與為比例而兩比例等一幾何有一幾何相與為比例即必有彼幾何與此幾何為比例而兩比例等比例同理省曰比例等



甲幾何與乙幾何為比例即此幾何丙亦必有彼幾何如丁相與為比例若甲與乙也丙幾何與丁幾何為比例即必有彼幾何如戊與此幾何丙為比例若丙與丁也

此理推廣無礙于理有之不必舉其率也舉率之

理備見後卷

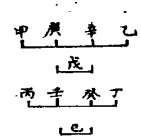
幾何原本卷五之首

幾何原本卷五

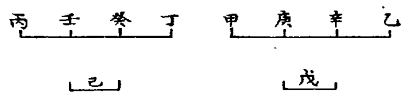
西洋利瑪竇撰

第一題

此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍于彼之各率則此之并率亦幾倍于彼之并率



解曰如甲乙丙丁此二幾何大于戊己彼二幾何各若干倍題言甲乙丙丁并大于戊己并亦若干倍



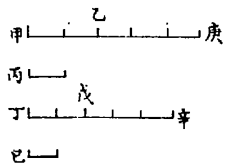
論曰如甲乙與丙丁既各三倍大于戊與己即以甲乙三分之各與戊等為甲庚庚辛辛乙又以丙丁三分之各與己等為丙壬壬癸癸丁即甲乙與丙丁所分之數等而甲庚既與戊等丙壬既與己等既于甲庚加丙壬于戊加己其甲庚丙壬并與戊己并必等依顯庚辛壬癸并辛乙癸丁并與戊己并各等夫甲乙與丙丁之

分三合于戊己皆等本卷界說二則甲乙丙丁并三倍大于戊己并

第二題

六幾何其第一倍第二之數等于第三倍第四之數而第五倍第二之數等于第六倍第四之數則第一第五并倍第二之數等于第三第六并倍第四之數

解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四己之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛倍四己之數題言一

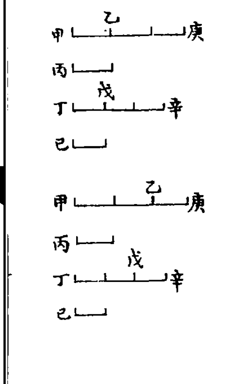


甲乙五乙庚并倍二丙之數若三丁戊六戊辛并倍四己之數

論曰甲乙丁戊之倍于丙己其數等則甲乙幾何內有丙幾何若干與丁戊幾何內有己幾何若干其數亦等本卷界說二依顯乙庚內有丙若干與戊辛內有己若干亦等次于甲乙丁戊兩等數率每加一等數之乙庚戊辛率則甲庚丁辛兩幾何內之分數等而一五并之甲庚內有二丙若干與

三六并之丁辛內有四己若干亦等

注曰若第一第三兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等而第五倍第二之數等于第六倍第四之數或第一倍第二之數等于第三倍第四之數而第五第二兩幾何之數與第六第四兩幾何之數各等俱同本論如上二圖甲庚為第一第五之并率其倍二丙之數與丁辛為第

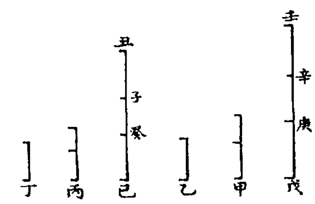


三第六之并率其倍四己之數等也甲庚內有丙若干與丁辛內有己若干等故同理他若第一第三兩幾何之數第五第六兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等此理更明何者第一第五并之倍第二若第三第六并之倍第四俱兩倍故

第三題

四幾何其第一之倍于第二若第三之倍于第四次倍第一又倍第三其數等則第一所倍之與第二若第

三所倍之與第四



解曰一甲所倍于二乙若三丙所倍于四丁次作戊己兩幾何同若干倍于甲于丙題言以平理推戊倍乙之數若己倍丁

論曰戊與己之倍甲與丙其數既等試以戊作若干分各與甲等為戊庚庚辛辛壬次分己亦如之為己癸癸子子丑即戊內有甲若干與己內有丙若干等

本卷界說二夫戊庚與甲己癸與丙既等而甲之倍乙與丙之倍丁又等則戊庚倍乙若己癸倍丁也依顯庚辛辛壬各所倍于乙若癸子子丑各所倍于丁也夫一戊庚之倍二乙既若三己癸之倍四丁而五庚辛之倍二乙亦若六癸子之倍四丁則一戊庚五庚辛并之倍二乙若三己癸六癸子并之倍四丁也本篇二

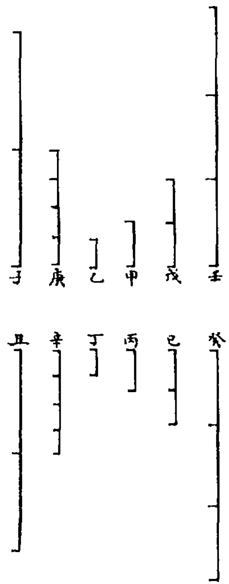
又一戊辛之倍二乙既若三己子之倍四丁而五辛壬之倍二乙亦若六子丑之倍四丁則一戊辛五辛

壬并之倍二乙若三己子六子丑并之倍四丁也辛壬子丑以上任作多分皆倣此論

第四題 其系爲反理

四幾何其第一與二偕第三與四比例等第一第三同任為若干倍第二第四同任為若干倍則第一所倍與第二所倍第三所倍與第四所倍比例亦等

解曰甲與乙偕丙與丁比例等次作戊與己同任若干倍于一甲三丙別作庚與辛同任若干倍于二乙四丁題言一甲所倍之戊與二乙所倍之庚偕三丙所倍之己與四丁所倍之辛比例亦等



論曰試以戊己二幾何同任倍之為壬為癸別以庚辛同任倍之為子為丑其戊之倍甲既若己之倍丙

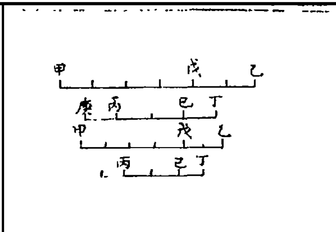
而壬之倍戊亦若癸之倍己即壬之倍甲亦若癸之倍丙也（本篇三）依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙偕丙與丁之比例既等而壬癸所倍于甲丙子丑所倍于乙丁各等即三試之若倍甲之壬小于倍乙之子則倍丙之癸亦小于倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等矣若壬大于子即癸亦大于丑矣（本卷界說六）夫戊己之倍為壬癸也庚辛之倍為子丑也不論幾許倍其等大小三試之恒如是也則一戊所倍之壬與二庚所倍之子偕三己所倍之癸與四辛所倍之丑等大小皆同類也而戊與庚偕己與辛之比例必等（本卷界說六）

一系凡四幾何第一與二偕第三與四比例等即可反推第二與一偕第四與三比例亦等何者如上倍甲之壬與倍乙之子偕倍丙之癸與倍丁之丑等大小俱同類而顯甲與乙若丙與丁即可反說倍乙之子與倍甲之壬偕倍丁之丑與倍丙之癸等大小俱

同類而乙與甲亦若丁與丙本卷界說六
二系別有一論亦本書中所恒用也曰若甲與乙偕丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍偕丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等倣此以至無窮

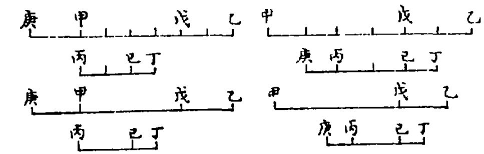
第五題

大小兩幾何此全所倍于彼全若此全截取之分所倍于彼全截取之分則此全之分餘所倍于彼全之分餘亦如之



解曰甲乙大幾何丙丁小幾何甲乙所倍于丙丁若甲乙之截分甲戊所倍于丙丁之截分丙己題言甲戊之分餘戊乙所倍于丙巳之分餘巳丁亦如其數

論曰試作一他幾何為庚丙今戊巳之倍庚丙若甲戊之倍丙巳也本卷界說增　甲戊戊乙之倍丙巳庚丙其數等即其兩并甲乙之倍庚巳亦若甲戊之倍丙巳



也（本篇一）而甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙己則丙丁與庚己等也次每減同用之丙巳即庚丙與巳丁等而戊乙之倍巳丁亦若戊乙之倍庚丙矣夫戊乙之倍庚丙既若甲戊之倍丙己則戊乙為甲戊之分餘所倍于巳丁為丙巳之分餘者亦若甲乙之倍丙丁也

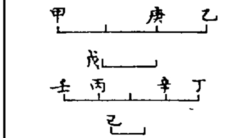
又論曰試作一他幾何為庚甲令庚甲之

倍己丁若甲戊之倍丙巳（本說界說二十）即其兩并庚戊之倍丙丁亦若甲戊之倍丙巳也（本篇一）而甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙巳是庚戊與甲乙等矣次每減同用之甲戊即庚甲與戊乙等也而庚甲之倍己丁若甲乙之倍丙丁也則戊乙之倍巳丁亦若甲乙之倍丙丁也

第六題

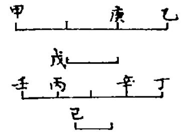
此兩幾何各倍于彼兩幾何其數等于此兩幾何每減

一分其一分之各倍于所當彼幾何其數等則其分餘或各與彼幾何等或尚各倍于彼幾何其數亦等

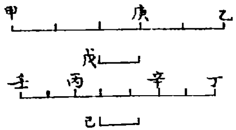


解曰甲乙丙丁兩幾何各倍于戊巳兩幾何其數等每減一甲庚丙辛甲庚丙辛之倍戊巳其數等題言分餘庚乙辛丁或與戊巳等或尚各倍于戊巳其數亦等

論曰甲乙全與其分甲庚既各多倍于戊則分餘庚乙與戊其或等或尚幾倍必矣何者庚乙與戊不等



不幾倍其加于甲庚不成為戊之多倍也然則庚乙與戊等曷為辛丁與巳亦等試作壬丙與己等其一甲庚之倍二戊既若三丙辛之倍四己而五庚乙之等二戊又若六壬丙

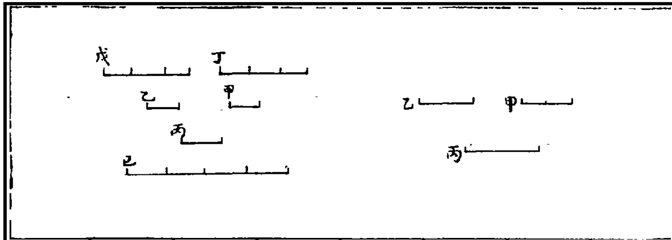


之等四巳則第一第五并之甲乙所倍于二戊若第三第六并之壬辛所倍于四巳也（本篇二）而甲乙之倍戊元若丙丁之倍己即壬辛與丙丁亦等次每減同用之丙辛

即壬丙與辛丁必等是辛丁與己亦等矣然則庚乙之倍戊曷為與辛丁之倍己等試作壬丙其倍己若庚乙之倍戊依前論甲乙之倍戊若壬辛之倍己本篇二而壬辛與丙丁等壬丙與辛丁亦等是辛丁之倍己亦若庚乙之倍戊矣

第七題二支

此兩幾何等則與彼幾何各為比例必等而彼幾何與此相等之兩幾何各為比例亦等



解曰甲乙兩幾何等彼幾何丙不論等大小于甲乙題言甲與丙偕乙與丙各為比例必等又反上言丙與甲偕丙與乙各為比例亦等

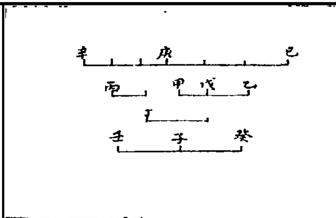
論曰試作丁戊兩率任同若干倍于甲乙即丁與戊等別作己任若干倍于丙其丁戊既等即丁視己與戊視己或等或大或小必同類矣夫一甲三乙所倍之丁戊偕

當二又當四之丙所倍之己其等大小既同類本卷界說六則一甲與二丙之比例若三乙與四丙矣反說之當一當三之丙所倍之己偕二甲四乙所倍之丁戊其等大小既同類則一丙與二甲之比例若三丙與四乙矣

後論與本篇第四題之系同用反理如甲與丙若乙與丙反推之丙與甲亦若丙與乙也

第八題

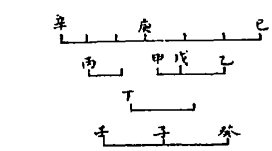
大小兩幾何各與他幾何為比例則大與他之比例大于小與他之比例而他與小之比例大于他與大之比例



解曰不等兩幾何甲乙大丙小又有他幾何丁不論等大小于甲乙于丙題言甲乙與丁之比例大于丙與丁之比例又反上言丁與丙之比例大于丁與甲乙之比例

論曰試于大幾何甲乙內分甲戊與小幾何丙等而戊乙為分餘次以甲戊戊乙作同若干倍之辛庚庚

己而庚己為戊乙之倍必令大于丁辛庚為甲戊之



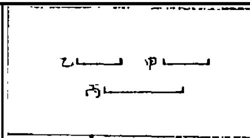
倍必令大于丁或等于丁若不足以倍加之也其庚己辛庚之倍于戊乙甲戊既等即辛己之倍甲乙若辛庚之倍甲戊矣本篇一甲戊即丙也次作一壬癸為丁之倍令僅大于辛庚兩倍不足三之又不足任加之己大勿倍也次于壬癸截取子癸與丁等即壬子必不大于辛庚何者向作壬癸為丁之倍元令僅大于辛庚若壬子大于辛庚者何必又倍之為壬癸也故僅大之壬癸截去子癸者必不大于辛庚也則壬子或等或小于辛庚矣夫庚己既大于丁而子癸與丁等即庚己必大于子癸又辛庚不小于壬子或大或等即辛己亦大于壬癸也夫辛己辛庚同若干倍于第一甲乙第三丙也而壬癸之倍于當二之丁當四之丁又同一率也則第一所倍之辛己大于第二所倍之壬癸而第三所倍之辛庚不大于第四所倍之壬癸辛庚元小于壬

癸是一甲乙與二丁之比例大于三丙與四丁矣本卷界說八

次反上說一丁所倍之壬癸反說則丁當一當三丙二甲乙四大于二丙所倍之辛庚而三丁所倍之壬癸不大于四甲乙所倍之辛己壬癸必小于辛己是一丁與二丙之比例大于三丁與四甲乙矣本卷界說八

第九題二支

兩幾何與一幾何各為比例而等則兩幾何必等一幾何與兩幾何各為比例而等則兩幾何亦等



先解曰甲乙兩幾何各與丙為比例等題言甲與乙等

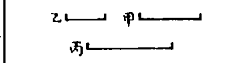
論曰如云不然而甲大于乙即甲與丙之比例宜大于乙與丙本篇八何先設兩比例等也故比例等則甲與乙等

後解曰丙幾何與甲與乙各為比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大于乙即丙與乙之比例宜大于丙與甲本篇八何先設兩比例等也

第十題 二支

彼此兩幾何此此幾何與他幾何之比例大于彼與他之比例則此幾何大于彼他幾何與彼幾何之比例大于他與此之比例則彼幾何小于此

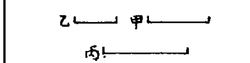


先解曰甲乙兩幾何復有丙幾何甲與丙之比例大于乙與丙題言甲大于乙

論曰如云不然甲與乙等即所為兩比例宜等本篇七何先設甲與丙大也又不然甲小于乙即乙與

丙之比例宜大于甲與丙本篇八何先設甲與丙大也

後解曰丙與乙之比例大于丙與甲題言乙小于甲

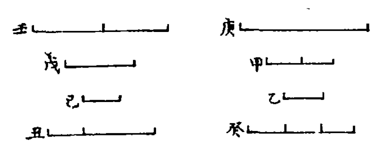


論曰如云不然乙與甲等即所為兩比例宜等本篇七何先設丙與乙大也又不然乙大于甲即丙與甲之比例宜大于丙與乙何先設丙與乙大也

第十一題

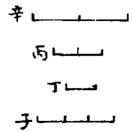
此兩幾何之比例與他兩幾何之比例等而彼兩幾何

之比例與他兩幾何之比例亦等則彼兩幾何之比例與此兩幾何之比例亦等



解曰甲乙偕丙丁之比例各與戊己之比例等題言甲乙與丙丁之比例亦等

論曰試于各前率之甲丙戊同任倍之為庚辛壬別于各後率之乙丁己同任倍之為癸子丑其一甲與二乙之比例既若三戊與四己即三試之若倍一甲之庚小于



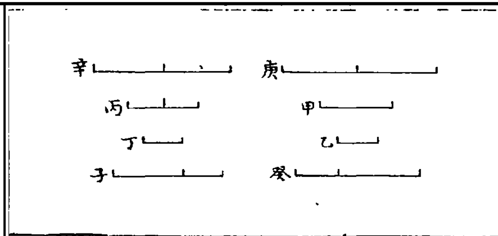
倍二乙之癸即倍三戊之壬亦小于倍四己之丑矣若庚癸等即壬丑亦等若庚大于癸即壬亦大于丑矣（本卷界說六）依顯壬之視丑若辛之視子其等大小亦同類矣此三前三後率任作幾許倍其等大小皆同類也（本卷界說六）則甲與乙之比例若丙與丁也

第十二題

數幾何所為比例皆等則并前率與并後率之比例若

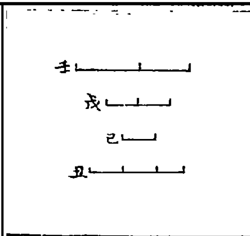
各前率與各後率之比例

解曰甲乙丙丁戊己數幾何所為比例皆等者甲與



乙若丙與丁丙若戊與己也題言甲丙戊諸前率并與乙丁己諸後率并之比例若甲與乙丙與丁戊與己各前各後之比例也

論曰試于各前率之甲丙戊同任倍之為庚辛壬別于各後率之乙丁己同任倍之



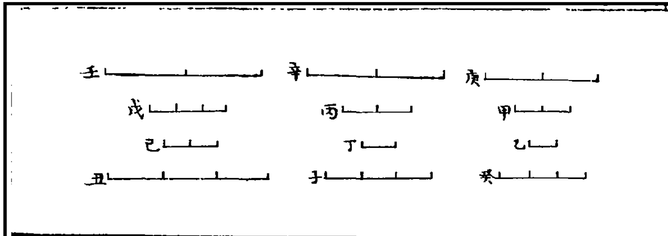
為癸子丑即庚辛壬并之倍甲丙戊并若庚之倍甲也癸子丑并之倍乙丁己并若癸之倍乙也本篇一夫一甲與二乙既若三丙與四丁又若三戊與四己則庚之倍一甲與癸之倍二乙或等或大或小偕辛壬之倍三丙戊與子五之倍四丁己等大小同類也又各前所倍庚辛壬并與各後所倍癸子丑并其或等或大或小亦偕各前所自倍與各後所自倍其等大小必同類也本卷界說六

則一甲與二乙之比例若三甲丙戊并與四乙丁己
并矣

第十三題

數幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第三與四之比例大于第五與六之比例則第一與二之比例亦大于第五與六之比例

解曰一甲與二乙之比例若三丙與四丁而三丙與四丁之比例大于五戊與六己題言甲與乙之比例



亦大于戊與己

論曰試以甲丙戊各前率同任倍之為庚辛壬別以乙丁己各後率同任倍之為癸子丑其甲與乙既若丙與丁即三試之若倍甲之庚大于倍乙之癸即倍丙之辛必大于倍丁之子矣若庚癸等即辛子亦等若庚小于癸即辛亦小于子矣本卷界說六次丙與丁既大于戊與己又三試之即倍丙

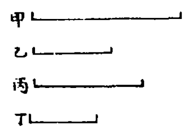
之辛大于倍丁之子而倍戊之壬不必大于倍己之丑也或等或小矣（本卷界說八）夫庚癸與辛子等大小同類則壬丑不類于辛子者亦不類于庚癸也故甲與乙之比例亦大于戊與己（本卷界說八）

注曰若三丙與四丁之比例或小或等于五戊六己則一甲與二乙之比例亦小亦等于五戊六己

依此論推顯

第十四題

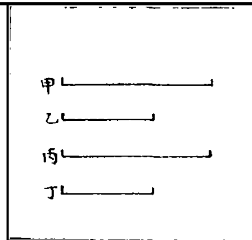
四幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第一幾何大于第三則第二幾何亦大于第四第一或等或小于第三則第二亦等亦小于第四



解曰甲與乙之比例若丙與丁題言甲大于丙則乙亦大于丁若等亦等若小亦小

先論曰如甲大于丙即甲與乙之比例大于丙與乙矣（本篇八）夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而三甲與四乙之比例大于五丙與六乙即

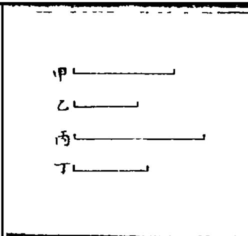
一丙與二丁之比例亦大于五丙與六乙（本篇十三）是丁



幾何小于乙也（本篇十一）

次論曰如甲丙等即甲與乙之比例若丙與乙（本篇七）夫甲與乙之比例元若丙與丁而又若丙與乙是丙與丁之比例亦若丙與乙也（本篇十一）則乙與丁等也（本篇九）

後論曰如甲小于丙即丙與乙之比例大于甲與乙矣（本篇八）夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而



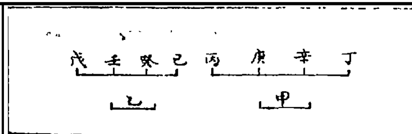
三甲與四乙之比例小于五丙與六乙即一丙與二丁之比例亦小于五丙與六乙也（本篇十三）是乙小于丁也（本篇十）

第十五題

兩分之比例與兩多分并之比例等

解曰甲與乙同任倍之為丙丁為戊己題言丙丁與戊己之比例若甲與乙

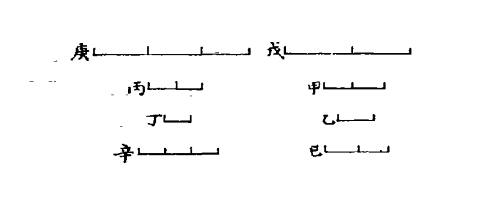
論曰丙丁之倍甲既若戊己之倍乙即丙丁內有甲



若干與戊己內有乙若干等次分丙丁為丙庚庚辛辛丁各與甲分等分戊己為戊壬壬癸癸己各與乙分等即丙庚與戊壬若甲與乙也丙庚與甲等戊壬與乙等故見本篇七庚辛與壬癸辛丁與癸己皆若甲與乙也本篇十一則等甲之丙庚與等乙之戊壬定若丙丁全與戊己全而丙丁全與戊己全若甲與乙矣本篇十二

第十六題更理

四幾何為兩比例等即更推前與前後與後為比例亦等



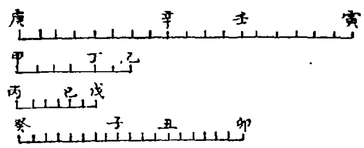
解曰甲乙丙丁四幾何甲與乙之比例若丙與丁題言更推之甲與丙之比例亦若乙與丁

論曰試以甲與乙之任倍之為戊為己別以丙與丁同任倍之為庚為辛即戊與己若甲與乙也本篇十五庚與辛若丙與丁也夫甲與乙若丙與丁而戊與己亦若甲與乙即戊與己

亦若丙與丁矣依顯庚與辛若丙與丁即戊與己亦若庚與辛也（本篇十一）次三試之若戊大于庚則己亦大于辛也若等亦等若小亦小任作幾許倍恒如是也（本篇十四）則倍一甲之戊倍三乙之己與倍二丙之庚倍四丁之辛其等大小必同類也而甲與丙若乙與丁矣

第十七題（分理）

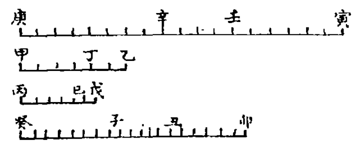
相合之兩幾何為比例等則分之為比例亦等



解曰相合之兩幾何其一為甲乙丁乙其一為丙戊己戊比例等者甲乙與丁乙若丙戊與己戊也題言分之為比例亦等者甲丁與丁乙若丙己與己戊也

論曰試以甲丁丁乙丙己己戊同任倍之為庚辛辛壬為癸子子丑即庚壬之倍甲乙若庚辛之倍甲丁也亦若癸子之倍丙己也（本篇一）夫癸子之倍丙己亦若癸丑之倍丙戊即庚壬之倍

甲乙亦若癸丑之倍丙戊也次别以丁乙己戊同任
倍之為壬寅為丑卯其一辛壬之倍二丁乙既若三
子丑之倍四己戊而五壬寅之倍二丁乙亦若六丑
卯之倍四己戊即辛寅之倍丁乙亦若子卯之倍己
戊也本篇二夫一甲乙與二丁乙之比例既若三丙戊
與四己戊而一與三二與四各所倍等即三試之若
一甲乙所倍之庚壬大于二丁乙所倍之辛寅即三
丙戊所倍之癸丑亦大于四己戊所倍之子卯也若

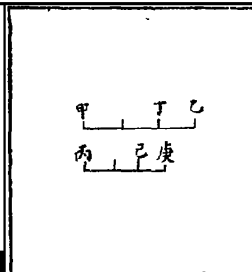


等亦等若小亦小也本卷界說六如庚壬小于
辛寅而癸丑小于子卯者即每減一同用
之辛壬子丑其所存庚辛亦小于壬寅而
癸子亦小于丑卯矣依顯庚壬等辛寅而
癸丑等子卯者即庚辛等壬寅而癸子等
丑卯矣庚壬大于辛寅而癸丑大于子卯
者即庚辛大于壬寅而癸子大于丑卯矣夫庚辛為
甲丁之倍癸子為丙己之倍壬寅為丁乙之倍丑卯

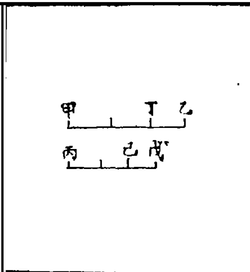
為己戊之倍而甲丁丙己之所倍視丁乙己戊之所倍其等大小皆同類則甲丁與丁乙若丙己與己戊也本卷界說六

第十八題合理

兩幾何分之為比例等則合之為比例亦等

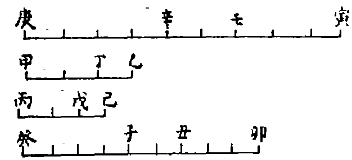


解曰甲丁丁乙與丙己己戊兩分幾何其比例等者甲丁與丁乙若丙己與己戊是也題言合之為比例亦等者甲乙與丁乙



若丙戊與己戊也

論曰如前論以甲丁丁乙丙己己戊同任倍之為庚辛辛壬為癸子子丑本篇二次別以丁乙己戊同任倍之為壬寅為丑卯即庚壬之倍甲乙若癸丑之倍丙戊也本篇一而辛寅之倍丁乙若子卯之倍乙戊也本篇二夫一甲丁與二丁乙既若三丙己與四己戊而一與三二與四各所倍等即三試之若一甲丁所倍之庚辛小於二丁乙所倍之壬寅



即三丙己所倍之癸子亦小於四己戊所倍之丑卯也若等亦等若大亦大也本卷界說六如庚辛小於壬寅而癸子亦小於丑卯即每加一辛壬子丑其所并庚壬亦小於辛寅而癸丑亦小於子卯矣依顯庚辛等壬寅而癸子等丑卯即庚壬等辛寅而癸丑等子卯矣庚辛大於壬寅而癸子大於丑卯即庚壬大於辛寅而癸丑大於子卯矣夫一甲乙所倍之

庚壬與二丁乙所倍之辛寅偕三丙戊所倍之癸丑與四己戊所倍之子卯其等大小皆同類則甲乙與丁乙若丙戊與己戊也本卷界說六

第十九題 其系為轉理

兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比例等則分餘之比例與兩全之比例亦等

解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁全之比例若截取之甲戊與丙己題言分餘戊乙與己丁之比

例亦若甲乙與丙丁

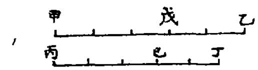
論曰甲乙與丙丁既若甲戊與丙己試更之甲

乙與甲戊若丙丁與丙己也本篇十六次分之戊乙

與甲戊若己丁與丙己也本篇十七又更之戊乙與

己丁若甲戊與丙己也本篇十六夫甲戊與丙己元

若甲乙與丙丁則戊乙與己丁亦若甲乙與丙



丁矣

一系從此題可推界說第十六之轉理如上甲乙與

戊乙若丙丁與己丁即轉推甲乙與甲戊若丙丁與

丙己也何者甲乙與戊乙既若丙丁與己丁試更之

甲乙與丙丁若截取之戊乙與己丁也本篇十六即甲乙

全與丙丁全又若分餘之甲戊與丙己矣本題又更之

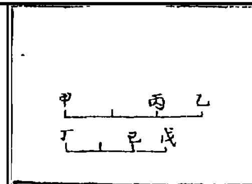
則甲乙與甲戊若丙丁與丙己也本篇十六此轉理也

注曰凡更理可施於同類之比例不可施於異類

若轉理不論同異類皆可用也依此系即轉理亦

賴更理為用似亦不可施於異類矣今別作一論

不賴更理以為轉理明轉理可施於異類也

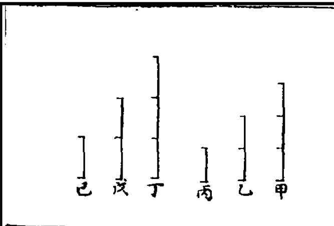


論曰甲乙與丙乙若丁戊與己戊即轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁己何者甲乙與丙乙既若丁戊與己戊試分之甲丙與丙乙若丁己與己戊也（本篇十七）次反之丙乙與甲丙若己戊與丁己也（本篇四）次合之甲乙與甲丙若丁戊與丁己也（本篇十八）

第二十題（三支）

有三幾何又有三幾何相為連比例而第一幾何大於

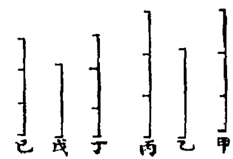
第三則第四亦大於第六第一或等或小於第三則第四亦等亦小於第六



先解曰甲乙丙三幾何丁戊己三幾何其甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與己而甲大於丙題言丁亦大於己

論曰甲既大於丙即甲與乙之比例大於丙與乙矣（本篇八）而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦大於丙與乙矣（本篇十三）又丙與乙之比例

若己與戊（乙與丙若戊與己反之則丙與乙若己與戊）即丁與戊之比例大於己與戊矣是丁大於己也（本篇十）



次解曰若甲丙等題言丁己亦等

論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙矣（本篇七）而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦若丙與乙矣（本篇十一）又丙與乙之比例若己與戊（反理）即丁與戊之比例亦若己與戊矣是丁己等也（本篇九）

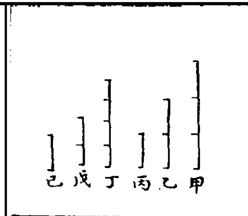
後解曰若甲小於丙題言丁亦小於己

論曰甲既小於丙即甲與乙之比例小於丙與乙矣（本篇八）而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦小於丙與乙矣又丙與乙之比例若己與戊（反理）即丁與戊之比例小於己於戊矣是丁小於己也（本篇十）

第二十一題（三支）

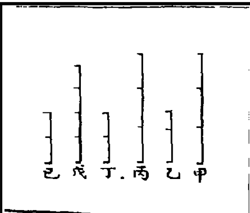
有三幾何又有三幾何相為連比例而錯以平理推之

若第一幾何大于第三則第四亦大于第六若第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六



解曰甲乙丙三幾何丁戊己三幾何相為連比例不序不序者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也以平理推之若甲大于丙題言丁亦大于己

論曰甲既大于丙即甲與乙之比例大于丙與乙本篇八而甲與乙若戊與己即戊與己之比例亦大于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也本篇四則戊與己大于戊與丁也是丁大于己也本篇十二



次解曰若甲丙等題言丁己亦等

論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙本篇七而甲與乙若戊與己即丙與乙之比例亦若戊與己也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也本篇四則戊與己若戊與丁也

是丁己等也本篇九

後解曰若甲小于丙題言丁亦小于己

論曰甲既小于丙即甲與乙之比例小于

丙與乙本篇八而甲與乙若戊與己即戊與

己之比例小于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反

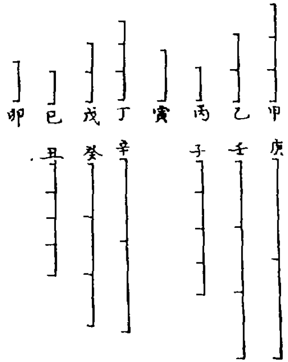
之即丙與乙若戊與丁本篇四則戊與己小于戊與丁

也是丁小于己也本篇十

第二十二題 平理之序

有若干幾何又有若干幾何其數等相為連比例以

平理推



解曰有若干幾何甲乙丙又

有若干幾何丁戊己而甲與

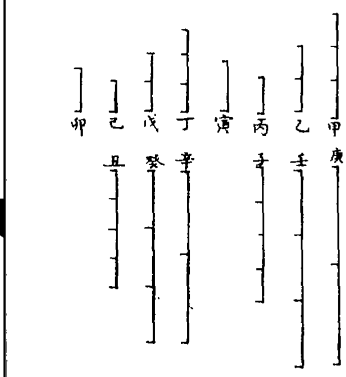
乙之比例若丁與戊乙與丙

之比例若戊與己題言以平

理推之甲與丙之比例若丁

與己

論曰試以甲與丁同任倍之為庚為辛別以乙與戊同任倍之為壬為癸別以丙與己同任倍之為子為丑其一甲與二乙既若三丁與四戊即倍甲之庚與



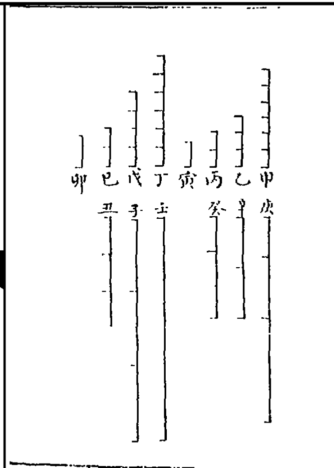
倍乙之壬若倍丁之辛與倍戊之癸也本篇四依顯一乙與二丙既若三戊與四己即倍乙之壬與倍丙之子若倍戊之癸與倍己之丑也是庚壬

子三幾何辛癸丑三幾何又相為連比例矣次三試之若庚大于子即辛必大于丑也本篇二十若等亦等者小亦小也則倍一甲之庚倍三丁之辛與倍二丙之子倍四己之丑等大小皆同類也是甲與丙若丁與己也本卷界說六其幾何自三以上如更有丙與寅若己與卯亦依顯甲與寅若丁與卯也何者上既顯甲與丙若丁與己而今稱丙與寅若己與卯即以甲丙寅作三幾何以丁己卯作又三幾何相為連比例依上

推論亦得甲與寅之比例若丁與夘也自四以上可至無窮依此推顯

第二十三題 平理之錯

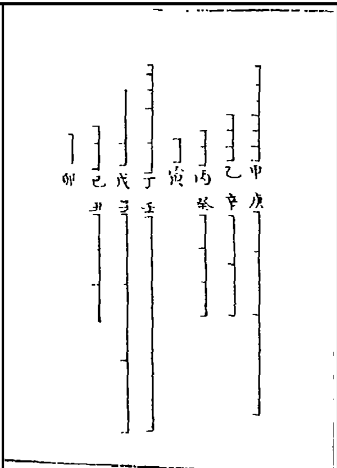
若干幾何又若干幾何相為連比例而錯亦以平理推



解曰甲乙丙若干幾何丁戊己若干幾何相為連比例而錯者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也題言以平理

推之甲與丙之比例亦若丁與己

論曰試以甲乙丁同任倍之為庚辛壬别以丙戊己同任倍之為癸子丑即甲與乙若所自倍之庚與辛



本篇十五而甲與乙既若戊與己即庚與辛亦若戊與己本篇十一戊與己又若所自倍之子與丑即庚與辛亦若子與丑本篇十一依顯一乙與二丙既若三丁與四戊即倍一乙之

辛與倍二丙之癸若倍三丁之壬與倍四戊之子也

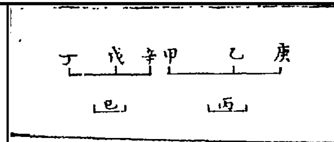
本篇四是庚辛癸三幾何壬子丑三幾何又相為連比例而錯矣次三試之若庚大于癸即壬亦大于丑若等亦等若小亦小本篇廿一則一甲三丁所倍之庚壬與二丙四己所倍之癸丑等大小皆同類也是一甲與二丙若三丁與四己本卷界說六如三以上既有甲與乙若己與卯乙與丙若戊與己又有丙與寅若丁與戊亦顯甲與寅若丁與卯何者依上論先顯甲與丙若

戊與卯次丙與寅又若丁與戊即以甲丙寅作三幾何丁戊卯作又三幾何相為連比例而錯依上論亦得甲與寅若丁與卯四以上悉依此推顯

第二十四題

凡第一與二幾何之比例若第三與四幾何之比例而第五與二之比例若第六與四則第一第五并與二之比例若第三第六并與四

解曰一甲乙與二丙之比例若三丁戊與四己而五



乙庚與二丙若六戊辛與四己題言一甲乙五乙庚并與二丙若三丁戊六戊辛并與四己

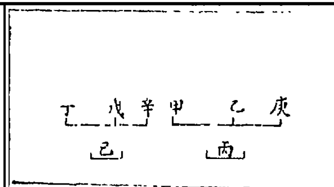
論曰乙庚與丙既若戊辛與己反之丙與乙庚若己與戊辛也（本篇四）又甲乙與丙既若丁戊與己而丙與乙庚亦若己與戊辛平之甲乙與乙庚若丁戊與戊辛也（本篇廿二）又合之甲庚全與乙庚若丁辛全與戊辛也（本篇十八）夫甲庚與乙庚既若丁辛與戊辛而乙庚與丙亦若戊辛與己平之甲庚與丙若丁辛與己矣（本篇廿二）

注曰依本題論可推廣第六題之義作後增題（第六題言幾倍後增題不止言倍其義稍廣矣）

增題此兩幾何與彼兩幾何比例等于此兩幾何每截取一分其截取兩幾何與彼兩幾何比例等則分餘兩幾何與彼兩幾何比例亦等

解曰如上圖甲庚丁辛此兩幾何與丙己彼兩幾何比例等者甲庚與丙若丁辛與己也題言截取

之甲乙與丙若丁戊與己則分餘之乙庚與丙亦若戊辛與己



論曰甲乙與丙既若丁戊與己即反之丙與甲乙若己與丁戊也本篇四又甲庚與丙既若丁辛與己而丙與甲乙亦若己與丁戊即平之甲庚與甲乙若丁辛與丁戊也本篇廿二又分之乙庚與甲乙若戊辛與丁戊也本篇十七夫乙庚與甲乙既若戊辛與丁戊而甲乙與丙若丁戊與己

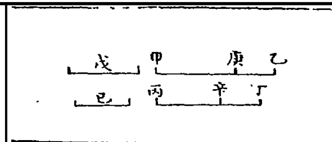
即平之若戊辛與己也本篇廿三

第二十五題

四幾何為斷比例則最大與最小兩幾何并大于餘兩幾何并

解曰甲乙與丙丁之比例若戊與己甲乙最大己最小題言甲乙己并大于丙丁戊并

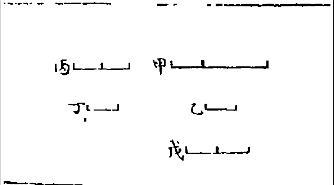
論曰試于甲乙截取甲庚與戊等于丙丁截取丙辛與己等即甲庚與丙辛之比例若戊與己也亦若甲



乙與丙丁也夫甲乙全與丙丁全既若截取之甲庚與丙辛即亦若分餘之庚乙與辛丁也本篇十九而甲乙最大必大于丙丁即庚乙亦大于辛丁矣又甲庚與戊丙辛與己既等即于戊加丙辛于己加甲庚必等而又加不等之庚乙辛丁則甲乙己并豈不大于丙丁戊并

第二十六題

第一與二幾何之比例大于第三與四之比例反之則第二與一之比例小于第四與三之比例

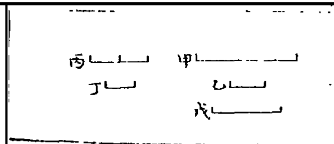


解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言反之二乙與一甲之比例小于四丁與三丙

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊本篇十則乙與戊之比例大于乙與甲也本篇八反之則乙與戊之比例若丁與丙本篇四而乙與甲之比例小于丁與丙

第二十七題

第一與二之比例大于第三與四之比例更之則第一與三之比例亦大于第二與四之比例



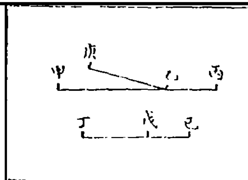
解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言更之則一甲與三丙之比例亦大于二乙與四丁

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊（本篇十）則甲與丙之比例大于戊與丙也（本篇八）夫戊與乙之比例既若丙與丁更之則戊與丙之比例亦若乙與丁（本篇十六）而甲與丙之比例大于乙與丁矣

第二十八題

第一與二之比例大于第三與四之比例合之則第一第二并與二之比例大于第三第四并與四之比例

解曰一甲乙與二乙丙之比例大于三丁戊與四戊



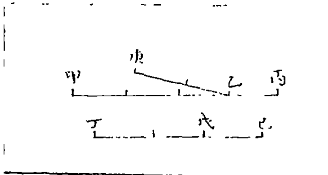
己題言合之則甲丙與乙丙之比例亦大于丁己與戊己

論曰試作庚乙與乙丙之比例若丁戊與戊己即甲乙與乙丙之比例大于庚乙與乙丙而甲乙幾何大于庚乙矣（本篇十）此二率者每加一乙丙即甲丙亦大于庚丙而甲丙與乙丙之比例大于庚丙與乙丙也（本篇八）夫庚乙與乙丙之比例既若丁戊與戊己合之則庚丙與乙丙之比例亦若丁己與戊己也

（本篇十八）而甲丙與乙丙之比例大于丁己與戊己矣

第二十九題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四之比例分之則第一與二之比例亦大于第三與四之比例

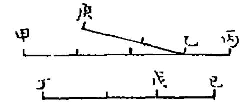


解曰甲丙與乙丙之比例大于丁己與戊己

題言分之則甲乙與乙丙之比例亦大于丁戊與戊己

論曰試作庚丙與乙丙之比例若丁己與戊

己即甲丙與乙丙之比例亦大于庚丙與乙丙而甲丙幾何大于庚丙矣（本篇十）此二率者每減一同用之乙丙即甲乙亦大于庚乙而甲乙與乙丙之比例大

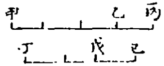


于庚乙與乙丙也（本篇八）夫庚丙與乙丙之比例既若丁己與戊己分之則庚乙與乙丙之比例亦若丁戊與戊己也（本篇十七）而甲乙與乙丙之比例大于丁戊與戊己矣

第三十題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四之比例轉之則第一合第二與一之比例小于第三合第四與三之比例

解曰甲丙與乙丙之比例大于丁己與戊己題言轉之則甲丙與甲乙之比例小于丁己與丁戊



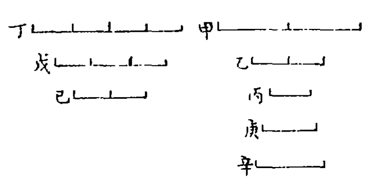
論曰甲丙與乙丙之比例既大于丁己與戊己分之即甲乙與乙丙之比例亦大于丁戊與戊己也（本篇廿九）又反之乙丙與甲乙之比例小于戊

己與丁戊矣本篇廿六又合之甲丙與甲乙之比例亦小于丁己與丁戊也本篇廿八

第三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第一與二之比例此第二與三之比例大于彼第二與三之比例如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三之比例

解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與乙



之比例大于丁與戊乙與丙之比例大于戊與己如是序者以平理推則甲與丙之比例亦大于丁與己

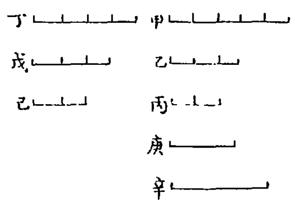
論曰試作庚與丙之比例若戊與己即乙與丙之比例大于庚與丙而乙幾何大于庚本篇十是甲與小庚之比例大于甲與大乙矣本篇八夫甲與乙之比例元大于丁與戊即甲與庚之比例更大于丁與戊也次作辛與庚之比例若

丁與戊即甲與庚之比例亦大于辛與庚而甲幾何大于辛（本篇十）是大甲與丙之比例大于小辛與丙矣夫辛與丙之比例以平理推之若丁與己也（本篇八）則甲與丙之比例大于丁與己也（本篇廿二）

第三十二題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第二與三之比例此第二與三之比例大于彼第一與二之比例如是錯者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三之比例

解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與乙之比例大于戊與己乙與丙之比例大于丁與戊如是錯者題言以平理推則甲與丙之比例亦大于丁與己

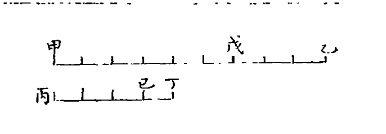


論曰試作庚與丙之比例若丁與戊即乙與丙之比例大於庚與丙而乙幾何大于庚（本篇十）是甲與小庚之比例大于

甲與大乙矣（本篇八）夫甲與乙之比例既大于戊與己即甲與庚之比例更大于戊與己也次作辛與庚之比例若戊與己即甲與庚之比例亦大于辛與庚而甲幾何大于辛（本篇十）是大甲與丙之比例大于小辛與丙矣（本篇八）夫辛與丙之比例以平理推之若丁與己也（本篇廿三）則甲與丙之比例大于丁與己也

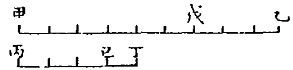
第三十三題

此全與彼全之比例大于此全截分與彼全截分之比例則此全分餘與彼全分餘之比例大于此全與彼全之比例



解曰甲乙全與丙丁全之比例大于兩截分甲戊與丙己題言兩分餘戊乙與己丁之比例大于甲乙與丙丁

論曰甲乙與丙丁之比例既大于甲戊與丙己更之即甲乙與甲戊之比例亦大于丙丁與丙



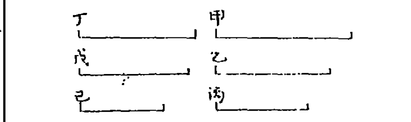
己也本篇廿七又轉之甲乙與戊乙之比例小于丙丁與己丁也本篇三十又更之甲乙與丙丁之比例小于戊乙與己丁也本篇廿七戊乙與己丁分餘也則分餘之比例大于甲乙全與丙丁全矣依顯兩全之比例小于截分則分餘之比例小于兩全

第三十四題三支

若干幾何又有若干幾何其數等而此第一與彼第一

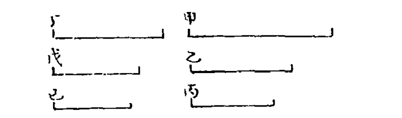
之比例大于此第二與彼第二之比例此第二與彼第二之比例大于此第三與彼第三之比例以後俱如是則此并與彼并之比例大于此末與彼末之比例亦大于此并減第一與彼并減第一之比例而小于此第一與彼第一之比例

解曰如甲乙丙三幾何又有丁戊己三幾何其甲與丁之比例大于乙與戊乙與戊之比例大于丙與己題先言甲乙丙并與丁戊己并之比例大于丙與己



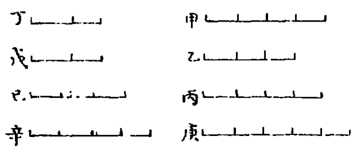
次言亦大於乙丙并與戊己并後言小于甲與丁

論曰甲與丁之比例既大于乙與戊更之即甲與乙之比例大于丁與戊也（本篇廿七）又合之甲乙并與乙之比例大于丁戊并與戊也（本篇廿八）又更之甲乙并與丁戊并之比例大于乙與戊也（本篇廿七）是甲乙全與丁戊全之比例大于減并乙與減并戊也既爾即減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙



全與丁戊全也（本篇卅三）依顯乙與戊之比例亦大于乙丙全與戊己全即甲與丁之比例更大于乙丙全與戊己全也又更之甲與乙丙并之比例大于丁與戊己并也（本篇廿七）又合之甲乙丙全與乙丙并之比例大于丁戊己全與戊己并也（本篇廿八）又更之甲乙丙全與丁戊己全之比例大于乙丙并與戊己并也（本篇廿七）則得次解也又甲乙丙全與丁戊己全之比例既大于減并乙丙與

減并戊己即減減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙丙全與丁戊己全也本篇卅三則得後解也又乙與戊之比例既大于丙與己更之即乙與丙之比例大于戊與己也本篇廿七又合之乙丙全與丙之比例大于戊己全與己也本篇廿八又更之乙丙并與戊己并之比例大于丙與己也本篇廿七而甲乙丙并與丁戊己并之比例既大于乙丙并與戊己并即更大于末丙與末己也則得先解也



若兩率各有四幾何而丙與己之比例亦大于庚與辛即與前論同理

盖依上文論乙與戊之比例大于乙丙庚并與戊己辛并即甲與丁之比例更大于乙丙庚并與戊己辛并也更之即甲與乙丙庚并之比例大于丁與戊己辛并也本篇十八又合之甲乙丙庚全與乙丙庚并之比例大于丁戊

己辛全與戊己辛并也又更之甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例大于乙丙庚并與戊己辛并也本篇廿七則得次解也又甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例既大于減并乙丙庚與減并戊己辛即減餘甲與減餘丁之比例大于甲乙丙庚全與丁戊己辛全也本篇卅三則得後解也又依前論顯乙丙庚并與戊己辛并之比例既大于庚與辛而甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例大于乙丙庚并與戊己辛并即更大于末庚與末辛也則得先解也自五以上至于無窮俱倣此論可顯全題之旨

幾何原本卷五

幾何原本卷六之首

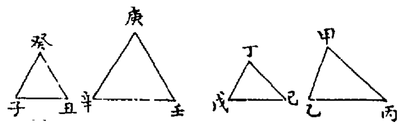
西洋利瑪竇譯

界說六則

第一界

凡形相當之各角等而各等角旁兩線之比例俱等為相似之形

甲乙丙丁戊己兩角形之甲角與丁角等乙與戊丙

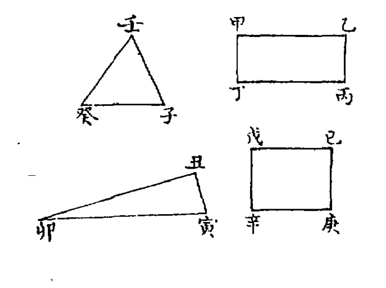


與己各等其甲角旁之甲乙與甲丙兩線之比例若丁角旁之丁戊與丁己兩線而甲乙與乙丙若丁戊與戊己甲丙與丙乙若丁己與己戊則此兩角形為相似之形依顯凡平邊形皆相似之形如庚辛壬癸子丑俱平邊角形其各角俱等而各邊之比例亦等者是也

四邊五邊以上諸形俱倣此

第二界

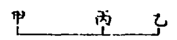
兩形之各兩邊線互為前後率相與為比例而等為互相視之形



甲乙丙丁戊己庚辛兩方形其甲乙乙丙邊與戊己己庚邊相與為比例等而彼此互為前後如甲乙與戊己若己庚與乙丙也則此兩形為互相視之形依顯壬癸子丑寅卯兩角形之壬子與丑寅若丑卯與壬癸或壬癸與丑寅若丑卯與壬子亦互相視之形也

第三界

理分中末線者一線兩分之其全與大分之比例若大分與小分之比例

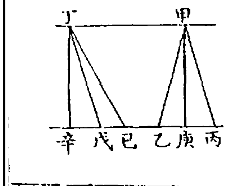


甲乙線兩分之于丙而甲乙與大分甲丙之比例若大分甲丙與小分丙乙此為理分中末線其分法見本卷三十題而與二卷十一題理同

名異此線為用甚廣至量體尤所必須十三卷諸題多頼之古人目為神分線也

第四界

度各形之高皆以垂線之亘為度



甲乙丙角形從甲頂向乙丙底作甲庚垂線即甲庚為甲乙丙之高又丁戊己角形作丁辛垂線即丁辛為丁戊己之高若兩形相視兩垂線等即兩形之高必等如上兩形在兩平行線之内者是也若以丙己為頂以甲乙丁戊為底則不等自餘諸形之度高俱倣此

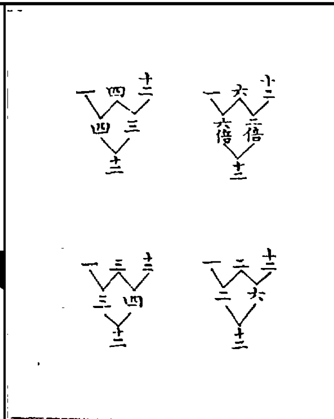
凡度物高以頂底為界以垂線為度盖物之定度止有一不得有二自頂至底垂線一而已偏線無數也

第五界

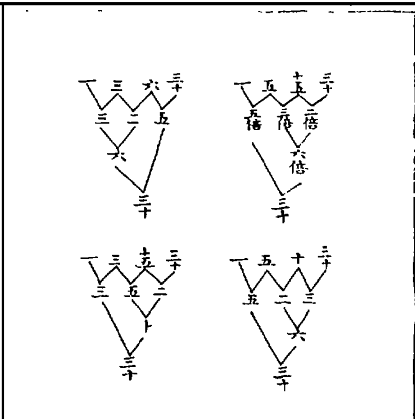
比例以比例相結者以多比例之命數相乘除而結為一比例之命數

此各比例不同理而相聚為一比例者則用相結之

法合各比例之命數求首尾一比例之命數也曷為比例之命數謂大幾何所倍於小幾何若干或小幾何在大幾何內若干也如大幾何四倍于小或小幾何為大四分之一即各以四為命比例之數也



三 今言以彼多比例之命數相乘除而結為此一比例之命數者如十二倍之此比例則以彼二倍六倍兩比例相結也二六



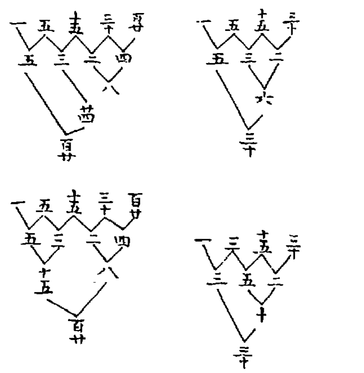
相乘為十二故也或以彼三倍四倍兩比例相結也三四相乘亦十二故也又如三十倍之此比例則以二倍三倍五倍三比例相結也二乘三為六六乘五為三十故也

其曰相結者相結之理蓋在中率凡中率為前比例之後後比例之前故以二比例合為一比例則中率

為輳合之因如兩爿合此為之膠如兩襟合此為之紐矣第五卷第十界言數幾何為同理之比例則第一與第三為再加之比例再加者以前中二率之命數再加為前後二率之命數亦以中率為紐也但彼所言者多比例同理故止以第一比例之命數累加之此題所言則不同理之多比例不得以第一比例之命數累加之故用此乘除相結之理于不同理之中求其同理別為累加之法其紐結之義頗相類焉

下文仍發明借象之術以需後用也

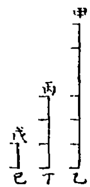
五卷言多比例同理者第一與第三為再加與第四為三加與第五為四加以至無窮今此相結之理亦以三率為始三率則兩比例相乘除而中率為紐也若四率則先以前三率之兩比例相乘除而結為一比例復以此初結之比例與第三比例



乘除相結為一比例也若五率則先以前三率之兩比例乘除相結復以此再結之比例與第三比例乘除相結又以三結之比例與第四比例乘除相結為一比例也或以第一第二第三率之兩比例乘除相結以第三第四第五之兩比例乘除相結又以此二所結比例乘除相結而為一比例也自六以上倣此以至無窮

設三幾何為二比例不同理而合為一比例則以第

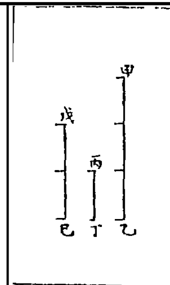
一與二第二與三兩比例相結也如上圖三幾何二比例皆以大不等者其甲乙與丙丁為二倍大丙丁



與戊己為三倍大則甲乙與戊己為六倍大二乘三為六也若以小不等戊己為第一甲乙為第三三乘二亦六則戊己與甲乙為反六倍大也

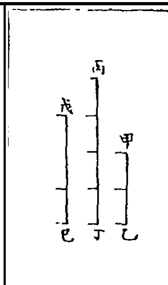
甲乙與丙丁既二倍大試以甲乙二平分之為甲庚庚乙必各與丙丁等丙丁與戊己既三倍大而甲庚

庚乙各與丙丁等即甲庚亦三倍大於戊己庚乙亦三倍大於戊己而甲乙必六倍大於戊己



又如上圖三幾何二比例前以大不等後以小不等者中率小子前後兩率也

其甲乙與丙丁為三倍大丙丁與戊己為反二倍大反二倍大者丙丁得戊己之半即甲乙與戊己為等帶半三乘半得等帶半也若以戊己為第一甲乙為第三反推之半除三為反等帶半也

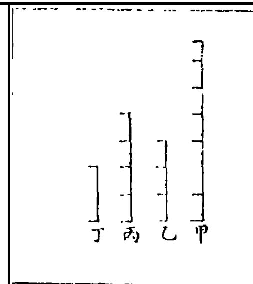


又如上圖三幾何二比例前以小不等後以大不等者中率大於前後二率也

其甲乙與丙丁為反二倍大甲乙得丙丁之半丙丁與戊己為等帶三分之一即甲乙與戊己為反等帶半甲乙得戊己三分之二何者如甲乙二即丙丁當四丙丁四即戊己當三是甲乙二戊己當三也

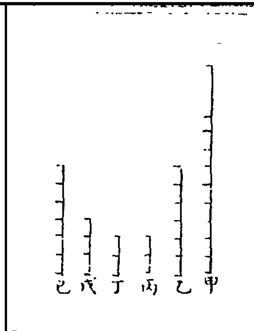
後增其乘除之法則以命數三帶得數一為四以半除之得二二比三為反等帶半也若以戊己為第一

甲乙為第三三比二為等帶半也



設四幾何為三比例不同理而合為一比例則以第一與二第二與三第三與四三比例相結也如上圖甲乙丙丁四幾何三比例先依上論以甲與乙乙與丙二比例相結為甲與丙之比例次以甲與丙丙與丁相結即得甲與丁之比例也如是遞結可至無窮也

或用此圖申明本題之旨曰甲與乙之命數為丁乙



與丙之命數為戊即甲與丙之命數為己何者三命數以一丁二戊相乘得三己即三比例以一甲與乙二乙與丙相乘得三甲與丙

後增若多幾何各帶分而多寡不等者當用通分法如設前比例為反五倍帶三之二後比例為二倍大帶八之一即以前命數三通其五倍為十五得分數從之為十七是前比例為三與十七也以後命數八

通其二倍為十六得分數從之為十七是後比例為
十七與八也即首尾二幾何之比例為三與八得二
倍大帶三之二也
曷謂借象之術如上所說三幾何二比例者皆以中
率為前比例之後後比例之前乘除相結畧如連比
例之同用一中率也而不同理別有二比例異中率
者是不同理之斷比例也無法可以相結當于其所
設幾何之外別立三幾何二比例而同中率者乘除

相結作為儀式以彼異中率之四幾何二比例依倣
求之即得故謂之借象術也假如所設幾何十六為

十六八廿四	三九	二九	十二四十八	十六四廿四	九五四	六五四	十二三十八
十六六廿四	九三六	四三六	十二二十八	十六四廿四	二十二	六十二	十二九十八
十六六廿四	二八	四八	十二九十八	十六四廿四	六三六	二三六	十二一十八

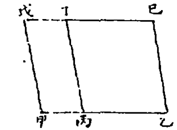
首十二為尾却云十六
與十二之比例若八與
三及二與四之比例八
為前比例之前四為後
比例之後三與二為前
之後後之前此所謂異

中率也欲以此二比例乘除相結無法可通矣用是別立三幾何二比例如其八與三二與四之比例而務令同中率如三其八得二十四為前比例之前三其三得九為前比例之後即以九為後比例之前又求九與何數為比例若二與四得十八為後比例之後其二十四與九若八與三也九與十八若二與四也則十六與十二若二十四與十八俱為等帶半之比例矣是用借象之術變異中率為同中率乘除相結而合二比例為一比例也其三比例以上亦如上方所說展轉借象遞結之　詳見本卷二十三題筭家所用借象金法雙金法俱本此

第六界

平行方形不滿一線為形小於線若形有餘線不足為形大於線

甲乙線其上作甲戊丁丙平行方形不滿甲乙線而丙乙上無形即作己乙線與丁丙平行次引戊丁線



遇己乙于己是為甲戊己乙滿甲乙線平行方形則甲丁為依甲乙線之有闕平行方形而丙己平行方形為甲丁之闕形又

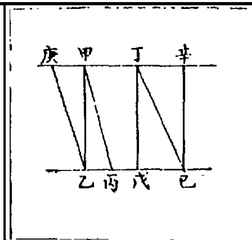
甲丙線上作甲戊己乙平行方形其甲乙邊大于元設甲丙線之較為丙乙而甲己形大于甲丙線上之甲丁形則甲己為依甲丙線之帶餘平行方形而丙己平行方形為甲己之餘形

幾何原本卷六

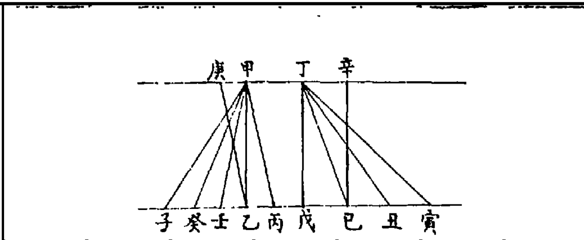
西洋利瑪竇撰

第一題

等高之三角形方形自相與為比例與其底之比例等



解曰甲乙丙丁戊己兩角形等高其底乙丙戊己丙庚戊辛兩方形等高其底乙丙戊己題言甲乙丙與丁戊己之比例丙庚



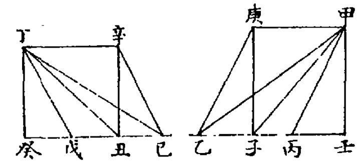
與戊辛之比例皆若乙丙與戊己

論曰試置四形於庚辛子寅兩平行線內（凡形自頂至底作垂線即本形之高故等高者必在平行線內見本卷界說四）于乙子線內作數底線各與乙丙等為乙壬壬癸癸子于己寅線內作數底線各與戊己等為己丑丑寅次從甲從丁作甲壬甲癸甲子丁丑丁寅諸線其甲乙丙甲乙壬甲壬癸甲癸子四三角形既等底而在平行線內即

等一卷三八依顯丁戊己丁己丑丁丑寅三三角形亦等則子丙底線大于乙丙若干倍而甲子丙角形大于甲乙丙亦若干倍依顯戊寅之倍戊己亦若丁戊寅之倍丁戊己底線分數與形之分數等故即用三試法若子丙底大于戊寅底則甲子丙形亦大于丁戊寅形也若等亦等若小亦小也一卷三八則一乙丙所倍之子丙三甲乙丙所倍之甲子丙與二戊己所倍之戊寅四丁戊己所倍之丁戊寅等大小皆同類也而一乙丙底

與二戊己底之比例若三甲乙丙與四丁戊己矣五卷六界又丙庚戊辛兩方形各倍大于甲乙丙丁戊己兩角形一卷卅三而甲乙丙與丁戊己之比例既若乙丙與戊己即丙庚與戊辛兩方形之比例亦若乙丙與戊己兩底矣五卷十五或從壬癸子及丑寅各作直線與庚乙辛己平行即依上論推顯

增題凡兩角形兩方形各等底其自相與為比例若兩形之高之比例



解曰甲乙丙與丁戊己兩角形甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形其底乙丙與戊己等題言甲乙丙與丁戊己兩角形之比例甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形之比例皆若甲壬與丁癸兩高

論曰試作子壬底線與乙丙等作丑癸底線與戊己等次作甲子丁丑兩線其甲壬子與甲乙丙兩角形等底又等高即等依顯丁癸丑與

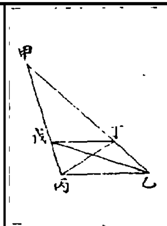
甲乙丙兩角形等底又等高即等依顯丁癸丑與丁戊己兩角形亦等（一卷三八）即甲乙丙與丁戊己之比例若甲壬子與丁癸丑也（五卷七）今以甲壬丁癸為底即甲壬子與丁癸丑兩角形之比例若甲壬與丁癸兩底也（本篇一）而甲乙丙與丁戊乙之比例亦若甲壬與丁癸矣又甲乙丙與丁戊己兩角形之比例既以倍大故若甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形之比例（五卷十五）即兩方形之比例亦若甲壬與

丁癸兩底也五卷十一若作庚子辛丑兩線亦依前論

推顯

第二題二支

三角形任依一邊作平行線即此線分兩餘邊以為比例必等三角形內有一線分兩邊以為比例而等即此線與餘邊為平行



先解曰甲乙丙角形內如作丁戊線與乙丙平行題言丁戊分甲乙甲丙于丁于戊

以為比例必等者甲丁與丁乙若甲戊與戊丙也

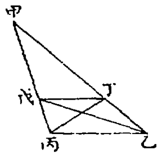
論曰試作丁丙戊乙兩線其丁戊乙丁戊丙兩角形同以丁戊為底同在兩平行線內即等一卷三七而甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例若甲戊丁與丁戊丙矣五卷七夫甲戊丁與丁戊乙兩角形亦在兩平行線內若干戊點上作一線與甲乙平行即兩形在其內則甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例若甲丁與丁乙兩底也本篇一依顯甲戊丁與戊丙兩底之比例亦若甲戊丁與丁戊丙兩角形也兩形

亦在兩平行線內故是甲丁與丁乙兩線之比例甲戊與戊丙兩線之比例皆若甲戊丁與丁戊乙也或與丁戊丙也丁戊乙與丁戊丙等則甲丁與丁乙亦若甲戊與戊丙也五卷十一

後解曰甲乙丙角形內有丁戊線分甲乙甲丙于丁于戊以為比例而等題言丁戊與乙丙為平行線

論曰試作丁丙戊乙兩線其甲丁與丁乙兩底之比例若甲戊丁與丁戊乙兩角形也在兩平行線內故見本篇一而

甲丁與丁乙之比例若甲戊與戊丙即甲戊丁與丁戊乙之比例亦若甲戊與戊丙也五卷十一又甲戊與戊丙兩底之比例既若甲戊丁與丁戊丙在兩平行線內故見本篇一

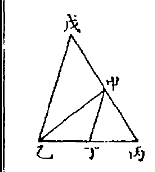


則甲戊丁與丁戊乙之比例亦若甲戊丁與丁戊丙也五卷十一而丁戊乙與丁戊丙兩角形等矣五卷九兩角形同以丁戊為底而等則在兩平行線內一卷卅九

第三題二支

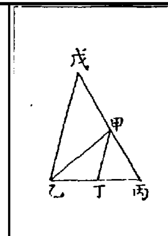
三角形任以直線分一角為兩平分而分對角邊為兩分則兩分之比例若餘兩邊之比例三角形分角之線所分對角邊之比例若餘兩邊則所分角為兩平分

先解曰甲乙丙角形以甲丁線分乙甲丙角為兩平分題言乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙



論曰試作乙戊線與甲丁平行次于丙甲線引長之

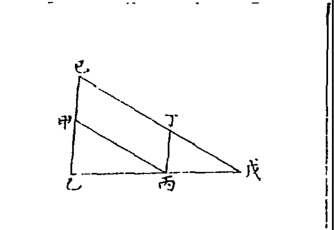
至戊其甲乙戊與乙甲丁為平行線相對之兩內角等外角丁甲丙與內角戊亦等一卷廿九今乙甲丁與丁甲丙又等即甲乙戊角與戊角亦等也而甲戊與甲乙兩腰亦等矣一卷六則戊甲與甲丙之比例若乙甲與甲丙也五卷七夫戊甲與甲丙之比例若乙丁與丁丙也本篇二則乙甲與甲丙之比例亦若乙丁與丁丙也五卷十一後解曰乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙題言甲丁線分乙甲丙角為兩平分



論曰依前作乙戊線與甲丁平行而引丙甲線至戊其乙甲與甲丙之比例既若乙丁與丁丙甲丁線又與戊乙邊平行而乙丁與丁丙之比例若戊甲與甲丙（本篇二）即乙甲與甲丙之比例亦若戊甲與甲丙（五卷十一）是戊甲與乙甲兩線等矣（五卷九）則甲乙戊角與戊角亦等也（一卷五）夫甲乙戊與乙甲丁為平行線相對之兩內角等而外角丁甲丙與內角戊亦等（一卷廿九）則乙甲丁丁甲丙兩角必等

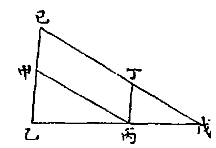
第四題

凡等角三角形其在等角旁之各兩腰線相與為比例必等而對等角之邊為相似之邊



解曰甲乙丙丁丙戊兩角形等角者甲乙丙與丁丙戊甲丙乙與丁戊丙乙甲丙與丙丁戊每相當之各角俱等也題言甲乙與乙丙之比例若丁丙與丙戊甲乙與甲丙若丁丙與丁戊甲丙與乙丙若丁戊與丙戊而每

對等角之邊各相似相似者謂各前各後率各各對本形之相當等角論曰試並置兩角形令乙丙丙戊兩底為一直線而丁丙戊為甲乙丙之外角其甲乙丙甲丙乙兩角既小于兩直角一卷廿七丁戊丙與甲丙乙

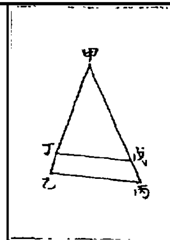


兩角又等即乙戊兩角亦小於兩直角而乙甲戊丁兩線引出之必相遇一卷界說十一即作兩線令遇于己其丁丙戊外角與甲乙丙內角既等即丁丙與己乙為平行線一卷

廿八依顯甲丙乙外角與丁戊丙內角既等即甲丙與己戊亦平行線一卷廿八而甲己丁丙為平行線方行則甲己與丁丙兩線等也甲丙與己丁兩線等也一卷卅四夫乙戊己角形內之甲丙線既與己戊邊平行即甲乙與等甲己之丁丙之比例若乙丙與丙戊也本篇二更之即甲乙與乙丙若丁丙與丙戊也五卷十六又乙戊己角形內之丁丙線既與己乙邊平行即乙丙與丙戊之比例若等己丁之甲丙與丁戊也本篇二更之即

乙丙與甲丙若丙戊與丁戊也五卷十六甲乙與乙丙既若丁丙與丙戊而乙丙與甲丙又若丙戊與丁戊平之即甲乙與甲丙若丁丙與丁戊也五卷廿二

一系凡角形内之直線與一邊平行而截一分為角

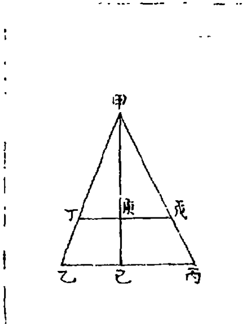


形必與全形相似如上甲乙丙角形作丁戊直線與乙丙平行而截一分為甲丁戊角形必與甲乙丙全形相似何者甲丁戊外角與甲乙丙内角等甲戊丁外角亦與甲丙乙内角等一卷廿九

甲角又同即兩形相似而各等角旁兩邊之比例等

本題

增題凡角形之内任依一邊作一平行線于此邊任取一點向對角作直線則所分兩平行線比例等



解曰甲乙丙角形内作丁戊線與乙丙平行次于乙丙邊任取己點向甲角作直線分丁戊于庚題言乙己與

己丙之比例若丁庚與庚戊

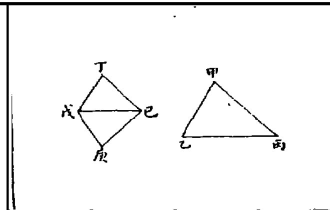
論曰甲己乙甲庚丁兩角形既相似本系即甲己與己乙之比例若甲庚與庚丁也更之即甲己與甲庚若己乙與庚丁也五卷十六依顯甲己與甲庚若己丙與庚戊也則乙己與丁庚亦若己丙與庚戊也五卷十一更之即乙己與己丙若丁庚與庚戊也五卷十六

又論曰甲己乙甲庚丁兩角形甲己丙甲庚戊兩角形既各相似即乙己與甲己之比例若丁庚與庚甲也本系依顯甲己與己丙亦若甲庚與庚戊也平之即乙己與己丙若丁庚與庚戊也五卷廿二

第五題

兩三角形其各兩邊之比例等即兩形為等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其各兩邊之比例等者甲乙與乙丙若丁戊與戊己而乙丙與甲丙若戊己與丁己甲丙與甲乙若丁己與丁戊也題言此兩形為等角形而對



各相似邊之角甲與丁乙與戊丙與己各等

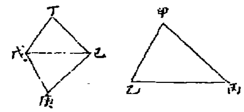
論曰試作己戊庚角與乙角等作庚己戊角與丙角等而戊庚己庚兩線遇于庚即庚角與甲角等（一卷三二）是甲乙丙庚戊己兩形等角矣則甲乙與乙丙之比例若庚戊與戊己也（本篇四）甲乙與乙丙元若丁戊與戊己則庚戊與戊己亦若丁戊與戊己也（五卷十一）而丁戊與庚戊兩線必等（五卷九）又乙丙與甲丙之比例若戊己與庚己（本篇四）而乙丙與甲丙元若戊己與丁己則戊

己與庚己亦若戊己與丁己也（五卷十一）而丁己與庚己兩線必等（五卷九）夫庚戊庚己兩腰既與丁戊丁己兩腰各等戊己同底即丁角與庚角亦等（一卷八）其餘庚戊己與丁戊己庚己戊與丁己戊各相當之角俱等（一卷四）而庚角與甲角既等即丁角與甲角亦等丁戊己角與乙角丁己戊角與丙角俱等

第六題

兩三角形之一角等而等角旁之各兩邊比例等即兩形為等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其乙與戊兩角等而甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己題言餘角丙與己甲與丁俱等

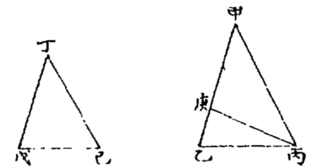


論曰試作己戊庚角與乙角等作庚己戊角與丙角等而戊庚己庚兩線遇于庚依前論推顯甲乙丙庚戊己兩形等角即甲乙與乙丙之比例若庚戊與戊己也本篇四甲乙與乙丙元若丁戊與戊己則庚戊與戊己亦若丁戊與戊己也五卷十一而丁戊與庚戊兩線必等五卷九夫丁戊庚戊兩邊既等戊己同邊庚戊己角與丁戊己角又等丁戊己角與乙角等而己戊庚亦與乙等故即其餘各相當之角俱等一卷四而庚角既與甲角等庚己戊角既與丙角等即甲角丙角與丁角戊己丁角各等而甲乙丙丁戊己為等角形矣

第七題

兩三角形之第一角等而第二相當角各兩旁之邊比例等其第三相當角或俱小于直角或俱不小于直角即兩形為等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其一甲角與一丁角等



而第二相當角如甲丙乙兩旁之甲丙丙乙兩邊偕丁己戊兩旁之丁己己戊兩邊比例等其第三相當角如乙與戊或俱小于直角或俱不小于直角題言兩形等角者謂甲丙乙角與己等乙角與戊等

先論乙與戊俱小于直角者曰如云不然而甲丙乙大于己令作甲丙庚角與己等即甲庚丙

角宜與戊等一卷卅二甲庚丙與丁戊己為等角形矣即甲丙與丙庚之比例宜若丁己與己戊本篇四而先設甲丙與丙乙若丁己與己戊也是甲丙與丙庚亦若甲丙與丙乙也五卷十一是庚丙與乙丙兩線等也五卷九丙庚乙與丙乙庚兩角亦等也一卷五夫乙既小于直角即等腰內之丙庚乙亦小于直角則較角之丙庚甲必大于直角也丙庚甲丙庚乙兩角等于兩直角見一卷十三而丙庚甲既與戊等則丙庚乙宜大于直角矣其相等之乙角

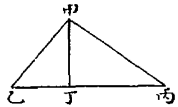
何由得小于直角也

後論乙與戊俱不小于直角者曰如云不然依先論乙角與丙庚乙角等即丙庚乙亦不小于直角夫丙庚乙丙乙庚同為角形内之兩角乃俱不小于直角一卷十七何也則甲丙乙不得不等于丁己戊也而其餘乙與戊角等矣一卷卅二

第八題

直角三邊形從直角向對邊作一垂線分本形為兩直

角三邊形即兩形皆與全形相似亦自相似



解曰甲乙丙直角三邊形從乙甲丙直角作甲丁垂線題言所分甲丁丙甲丁乙兩三邊形皆與全形相似亦自相似

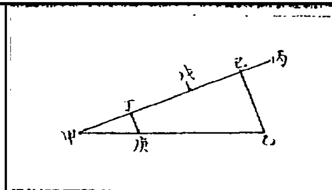
論曰甲乙丙甲丁丙兩形既各以乙甲丙甲丁丙為直角而丙角又同即其餘甲乙丙丁甲丙兩角必等一卷三則甲乙丙甲丁丙兩形必為等角形而等角旁之各兩邊比例必等等者謂乙丙與甲丙若甲丙與

丙丁也甲丙與甲乙若丙丁與甲丁也乙丙與甲乙若甲丙與甲丁也即甲丁丙角形與甲乙丙全形相似矣（本篇四）依顯甲丁乙角形與甲乙丙全形亦相似也何者丙甲乙甲丁乙兩皆直角而乙角又同即其餘甲丙乙丁甲乙兩角必等（一卷卅二）甲乙丙甲丁乙兩形必為等角形而等角旁之各兩邊比例必等故也依顯甲丁乙甲丁丙兩角形亦相似也何者兩形各與全形相似即兩形自相似（五卷十一）

系從直角作垂線即此線為兩分對邊線比例之中率而直角旁兩邊各為對角全邊與同方分邊比例之中率何者丙丁與丁甲之比例若丁甲與丁乙也故丁甲為丙丁丁乙兩分邊比例之中率也又乙丙與丙甲之比例若丙甲與丙丁也故丙甲為乙丙丙丁之中率也乙丙與乙甲之比例若乙甲與乙丁也故乙甲為乙丙乙丁之中率也

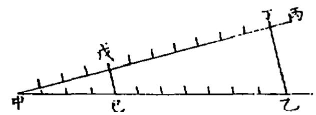
第九題

一直線求截所取之分



法曰甲乙直線求截取三分之一先從甲任作一甲丙線為甲乙角次從甲向丙任作所命分之平度如甲丁丁戊戊己為三分也次作己乙直線末作丁庚線與己乙平行即甲庚為甲乙三分之一

論曰甲乙己角形內之丁庚線既與乙己邊平行即己丁與丁甲之比例若乙庚與庚甲也（本篇二）合之己甲與甲丁若乙甲與庚甲也（五卷十八）而甲丁既為己甲三分之一即庚甲亦為乙甲三分之一也

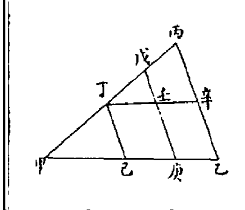


注曰甲乙線欲截取十一分之四先作甲丙線為丙甲乙角從甲向丙任平分十一分至丁次作丁乙線末從甲取四分得戊作戊己線與丁乙平行即甲己為十一分甲乙之四何者依上論丁甲與戊甲之比例若乙甲與己甲也反之甲戊與甲丁若甲己與甲

乙也五卷四甲戊為甲丁十一分之四則甲己亦甲乙十一分之四矣依此可推不盡分之數蓋四不為十一之盡分故

第十題

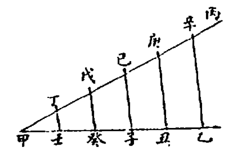
一直線求截各分如所設之截分



法曰甲乙線求截各分如所設甲丙任分之丁戊者謂甲乙所分各分之比例若甲丁丁戊戊丙也先以甲乙甲丙兩線相聯于甲任作丙甲乙角次作丙乙線相聯末從丁從戊作丁己戊庚兩線皆與丙乙平行即分甲乙線于己于庚若甲丙之分于丁于戊

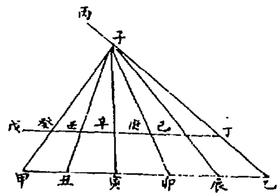
論曰甲丁與丁戊之比例既若甲己與己庚本篇二即甲己與己庚亦若甲丁與丁戊也更作丁辛線與甲乙平行而分戊庚于壬即丁戊與戊丙若丁壬與壬辛也亦若等丁壬之己庚一卷卅四與等壬辛之庚乙也本篇二則己庚與庚乙亦若丁戊與戊丙也

從此題作一用法平分一直線為若干分如甲乙線求



五平分即從甲任作甲丙線為丙甲乙角次從甲向丙任作五平分為甲丁丁戊戊己己庚庚辛次作辛乙直線相聯末作丁壬戊癸己子庚丑四線皆與辛乙平行即壬癸子丑分甲乙為五平分其理依前論推顯

又一簡法如甲乙線求五平分即從丙任作丙乙線為丙乙甲角次于乙丙任取一點為丁作丁戊線與

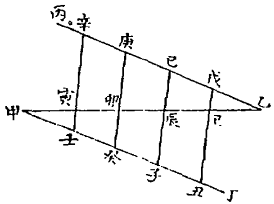


甲乙平行次從丁向戊任作五平分為丁己己庚庚辛辛壬壬癸而丁癸線令小于甲乙次從甲過癸作甲子線遇乙丙于子末從子作子壬子辛子庚子己四線各引長之而分甲乙于丑于寅于卯于辰為五平分

論曰丁戊與甲乙既平行即子壬癸與子丑甲兩角子癸壬與子甲丑兩角各等一卷廿九而甲子丑同

角即甲子丑癸子壬兩角形相似矣則子癸與癸壬之比例若子甲與甲丑也（本篇四）依顯子壬與壬辛若子丑與丑寅也又癸壬與壬辛等即子壬與壬癸若子壬與壬辛也（五卷七）則子丑與丑甲亦若子丑與丑寅也而甲丑丑寅兩線等矣（五卷十一）依顯寅夘夘辰辰乙俱與甲丑等則甲乙線為五平分

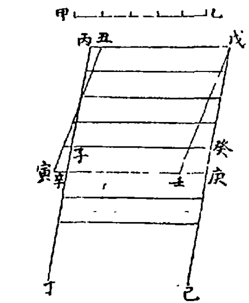
又一簡法如甲乙線求五平分即從甲從乙作甲丁乙丙兩平行線次從乙任作戊己庚辛四平分



次用元度從甲作壬癸子丑四平分末作戊丑己子庚癸辛壬四線相聯即分甲乙于己于辰于夘于寅為五平分

論曰辛庚與壬癸既平行相等即辛壬與庚癸亦平行（一卷卅三）依顯己子戊丑俱平行而甲丑既為四平分則甲己亦四平分（本題）依顯乙辛既為四平

分則乙寅亦四平分而通甲乙為五平分

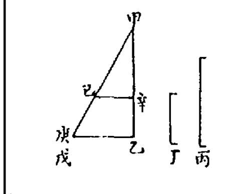


又用法先作一器丙丁戊己為平行線任平分為若干格每分作平行線相聯今欲分甲乙為五平分即規取甲乙之度以一角抵戊丙線而一角抵庚辛線如不在庚辛者即漸移之令至也既至壬即戊壬之分為甲乙之分論曰庚癸與子辛既平行相等即癸子庚辛亦平

行相等而丙丁戊己內諸線俱平行相等戊庚為五平分即戊壬亦五平分矣本題戊壬之度既與甲乙等即自戊至壬諸格分甲乙為五平分也如戊丙線上取丑點而甲乙度抵庚辛之外若丑寅即從庚辛線引長之為庚寅而癸子諸線俱引長之其丑寅仍為五平分如前論若所欲分之線極小則製器宜窄令相稱焉

增題有直線求兩分之而兩分之比例若所設兩線

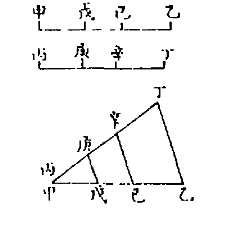
之比例



法曰甲乙線求兩分之而兩分之比例若所設丙與丁先從甲任作甲戊線而為甲角次截取甲己與丙等己庚與丁等次作庚乙線聯之末作己辛線與庚乙平行即分甲乙于辛而甲辛與辛乙之比例若丙與丁說見本篇二

又增題兩直線各三分之各互為兩前後率比例

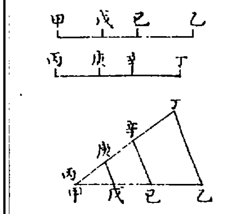
等即兩中率與兩前兩後率各為比例亦等



解曰甲乙丙丁兩線各三分之于戊于己于庚于辛各互為兩前兩後率比例等者甲戊與戊乙若丙庚與庚丁甲己與己乙若丙辛與辛丁也題言中率戊己庚辛各與其前後率為比例亦等者甲戊與戊己若丙庚與庚辛己乙與戊己若辛丁與庚辛也

論曰甲戊與戊乙之比例既若丙庚與庚丁即合

之甲乙與戊乙若丙丁與庚丁也而甲己與己乙
既若丙辛與辛丁即合之甲乙與己乙若丙丁與
辛丁也又反之己乙與甲乙若辛丁與丙丁也夫
己乙與甲乙既若辛丁與丙丁而甲乙與戊乙又



若丙丁與庚丁即平之己乙與戊乙
亦若辛丁與庚丁也五卷廿二又轉之戊
乙與戊己若庚丁與庚辛也又分之
己乙與戊己若辛丁與庚辛也此後解也又甲戊

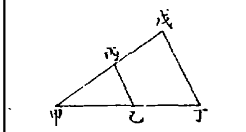
與戊乙既若丙庚與庚丁而戊乙與戊己又若庚
丁與庚辛即平之甲戊與戊己若丙庚與庚辛也
此前解也
又簡論曰如後圖聯甲于丙作乙甲丁角次作丁
乙辛己庚戊三線相聯其甲戊與戊乙之比例既
若丙庚與庚丁即庚戊與丁乙平行本篇二甲己與
己乙既若丙辛與辛丁即辛己與丁乙平行本篇二
而庚戊與辛己亦平行一卷三十是甲戊與戊己若丙

庚與庚辛也己乙與戊己亦若辛丁與庚辛也本篇二

第十一題

兩直線求別作一線相與為連比例

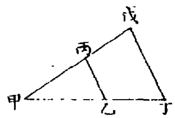
法曰甲乙甲丙兩線求別作一線相與為連比



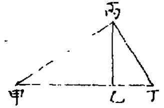
例者合兩線任作甲角而甲乙與甲丙之比例若甲丙與他線也先于甲乙引長之為乙丁與甲丙等次作丙乙線相聯次從丁作丁戊線與丙乙平行末于甲丙引長之遇于戊即丙戊為所求

線如以甲丙為前率倣此

論曰甲丁戊角形內之丙乙線既與戊丁邊平行即甲乙與乙丁之比例若甲丙與丙戊



也本篇二而乙丁甲丙元等即甲乙與甲丙若甲丙與丙戊也五卷七



注曰別有一法以甲乙乙丙兩線列作甲乙丙直角次以甲丙線聯之而甲乙引長

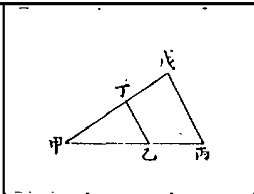
之末從丙作丙丁為甲丙之垂線遇引長線于丁即乙丁為所求線

論曰甲丙丁角形之甲丙丁既為直角而從直角至甲丁底有丙乙垂線即丙乙為甲乙乙丁比例之中率（本篇八之系）則甲乙與乙丙若乙丙與乙丁也

既從一二得三即從二三求四以上至于無窮俱倣此

第十二題

三直線求別作一線相與為斷比例



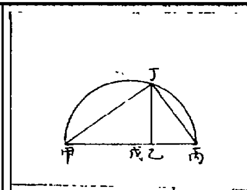
法曰甲乙乙丙甲丁三直線求別作一線相與為斷比例者謂甲丁與他線之比例若甲乙與乙丙也先以甲乙乙丙作直線為甲丙次以甲丁線合甲丙任作甲角次作丁乙線相聯次從丙作丙戊線與丁乙平行末自甲丁引之遇丙戊于戊即丁戊為所求線

論曰甲丙戊角形內之丁乙線既與丙戊邊平行即

甲丁與丁戊之比例若甲乙與乙丙本篇二

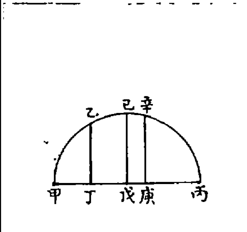
第十三題

兩直線求別作一線為連比例之中率



法曰甲乙乙丙兩直線求別作一線為中率者謂甲乙與他線之比例若他線與乙丙也先以兩線作一直線為甲丙次以甲丙兩平分于戊次以戊為心甲丙為界作甲丁丙半圜末從乙至圜界作乙丁垂線即乙丁為甲乙乙丙之中率

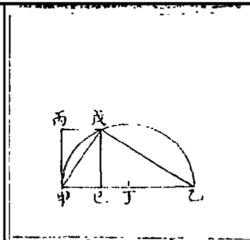
論曰試從丁作丁甲丁丙兩線即甲丁丙為直角卅一而直角所下乙丁垂線兩分對邊線甲丙其甲乙與乙丁若乙丁與乙丙也本篇八之系則乙丁為甲乙乙丙之中率



注曰依此題可推凡半圜內之垂線皆為分徑線之中率線如甲乙丙半圜其乙丁為甲丁丁丙之中率己戊為甲戊戊丙之中率辛庚為甲庚庚丙之中率也何者半圜之內從

垂線作角皆為直角（卷三卌一）故依前論推顯各為中率也

增題一直線有他直線大于元線二倍以上求分他線為兩分而以元線為中率



法曰甲乙線大于甲丙二倍以上求兩分甲乙而以甲丙為中率先以甲乙甲丙聯為丙甲乙直角而兩平分甲乙于丁次以丁為心甲乙為界作甲戊乙半圜次從丙作丙戊

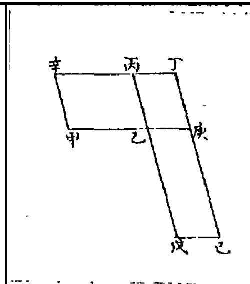
線與甲乙平行而遇半圜界于戊末從戊作戊己垂線而分甲乙于己即戊己為甲己己乙兩分之中率

論曰試作戊甲戊乙兩線依本題論即戊己為甲己己乙之中率而甲丙戊己為平行方形即丙甲與戊己等（卷一卌四）則丙甲亦甲己己乙之中率也

第十四題（二支）

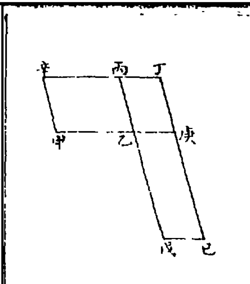
兩平行方形等一角又等即等角旁之兩邊為互相視

之邊兩平行方形之一角等而等角旁兩邊為互相視之邊即兩形等



先解曰甲乙丙辛乙戊己庚兩平行方形等甲乙丙戊乙庚兩角又等題言此兩角各兩旁之兩邊為互相視之邊者甲乙與乙庚之比例若戊乙與乙丙也

論曰試以兩等角相聯于乙令甲乙乙庚為一直線其甲乙丙與戊乙庚既等角即戊乙乙丙亦一直線



（一卷十五增題）次從辛丙己庚各引長之遇于丁其辛乙乙己兩平行方形既等即辛乙與乙丁兩形之比例若乙己與乙丁也（五卷七）而辛乙與乙丁俱在兩平行線之內等高即辛乙與乙丁兩形之比例若其底甲乙與乙庚也（本篇一）

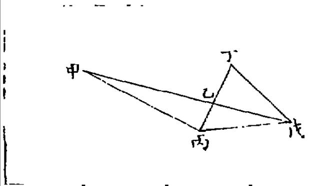
一依顯乙己與乙丁兩形亦若其底戊乙與乙丙也則甲乙與乙庚亦若戊乙與乙丙也

後解曰甲乙丙戊乙庚等角兩旁之各兩邊為互相

視之邊者甲乙與乙庚若戊乙與乙丙也題言辛乙
乙己兩平行方形等
論曰依上論以兩等角相聯其甲乙與乙庚之比例
既若戊乙與乙丙而甲乙與乙庚兩底之比例若平
行等高之辛乙與乙丁兩形本篇一戊乙與乙丙兩底
之比例若平行等高之乙己與乙丁兩形則辛乙與
乙丁若乙己與乙丁矣而辛乙乙己兩形安得不等

第十五題 二支

相等兩三角形之一角等即等角旁之各兩邊互相視
兩三角形之一角等而等角旁之各兩邊互相視即
兩三角形等



先解曰甲乙丙乙丁戊兩角形等兩乙角又
等題言等角旁之各兩邊互相視者謂甲乙
與乙戊之比例若丁乙與乙丙也
論曰試以兩等角相聯于乙令甲乙乙戊為

一直線其甲乙丙丁乙戊既等角即丁乙乙丙亦一直線（一卷十五增題）次作丙戊線相聯其甲乙丙乙丁戊兩角形既等即甲乙丙與乙丙戊之比例若乙丁戊與乙丙戊也（五卷七）夫甲乙丙與乙丙戊兩等高形之比例若其底甲乙與乙戊也而乙丁戊與乙丙戊兩等高形亦若其底丁乙與乙丙也則甲乙與乙戊若丁乙與乙丙

後解曰兩乙角等而乙旁各兩邊甲乙與乙戊之比

例若丁乙與乙丙題言甲乙丙乙丁戊兩角形等

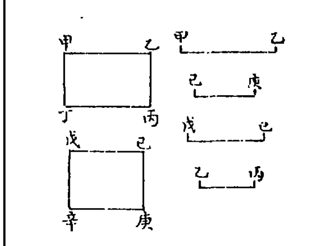
論曰依前列兩形令等角旁兩邊各為一直線其甲乙與乙戊之比例既若丁乙與乙丙而甲乙與乙戊兩底又若其上甲乙丙乙丙戊兩等高角形丁乙與乙丙兩底又若其上乙丁戊乙丙戊兩等高角形則甲乙丙與乙丙戊之比例若乙丁戊與乙丙戊矣而甲乙丙與乙丁戊豈不相等（五卷九）

第十六題（二支）

四直線為斷比例即首尾兩線矩內直角形與中兩線

矩內直角形等首尾兩線與中兩線兩矩內直角形

等即四線為斷比例

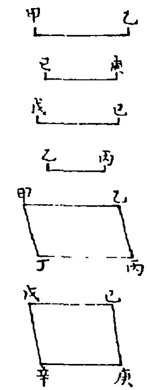


先解曰甲乙己庚戊己乙丙四直線為斷比例者謂甲乙與己庚若戊己與乙丙也而甲乙丙丁為甲乙乙丙首尾兩線矩內直角形戊己庚辛為戊己己庚中兩線矩內直角形題言甲丙戊庚兩形等

論曰兩形之乙與己既等為直角而甲乙與己庚之比例若戊己與乙丙是乙己等角旁之各兩邊互相視而甲丙戊庚兩直角形必等（本篇十四）

後解曰甲丙戊庚兩直角形等題言四線之比例等者謂甲乙與己庚若戊己與乙丙也

論曰甲丙戊庚兩形之乙與己既等為直角即等角旁之各兩邊互相視而甲乙與己庚之比例若戊己與乙丙也（本篇十四）則四線為斷比例矣



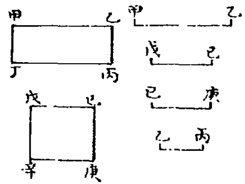
注曰若平行斜方形而等角亦同此論如上圖

以上二題即筭家句股法三數筭法所頼也

第十七題二支

三直線為連比例即首尾兩線矩內直角形與中線上直角方形等首尾線矩內直角形與中線上直角方形等即三線為連比例

先解曰甲乙戊己乙丙三線為連比例者甲乙與戊

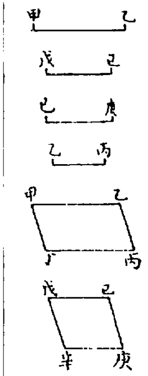


己若戊己與乙丙也而甲乙丙丁為甲乙乙丙首尾線矩內直角形戊己庚辛為戊己上直角方形題言甲丙戊庚兩形等

論曰試作己庚線與戊己等即甲乙乙丙己庚戊己為比例等等者謂甲乙與戊己若己庚與乙丙也則戊己己庚矩內直角形即戊己上直角方形與甲乙乙丙首尾線矩內之甲丙形等矣本篇十六

後解曰甲丙直角形與戊庚直角方形等題言甲乙與戊己之比例若戊己與乙丙

論曰甲丙戊庚既皆直角形即甲乙與戊己之比例若己庚與乙丙也（本篇十六）而己庚與乙丙亦若等己庚之戊己與乙丙（五卷七）則甲乙與戊己若戊己與乙丙矣



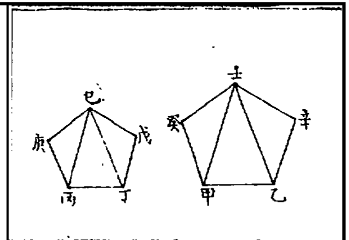
注曰若平行斜方形而等角亦同此論如上圖

系凡直線上直角方形與他兩線所作矩內直角形等即此線為他兩線之中率何者依上後論甲乙乙丙矩內直角形與戊己上直角方形等即可推甲乙與戊己若戊己與乙丙而戊己為甲乙乙丙之中率故

第十八題

直線上求作直線形與所設直線形相似而體勢等

法曰如甲乙線上求作直線形與所設丙丁戊己庚

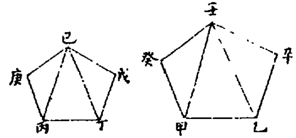


形相似而體勢等先于設形任從一角向各對角各作直線而分本形為若干角形如上設形則從己向丙向丁作兩直線而分為丙丁己丁己戊丙己庚三三角形也次于元線上作乙甲壬甲乙壬兩角與丁丙己丙丁己兩角各等其甲壬乙壬兩線遇于壬即甲壬乙與丙己丁兩角亦等而甲壬乙與丙己丁兩形為等角形矣次作乙壬辛壬乙辛兩角與丁己戊己丁

戊兩角各等其壬辛乙辛兩線遇于辛即乙辛壬與丁戊己角亦等而乙壬辛與丁己戊兩形為等角形矣末依上作甲壬癸與丙己庚亦為等角形即甲乙辛壬癸與丙丁戊己庚兩形等角則相似而體勢等凡設多角形俱倣此

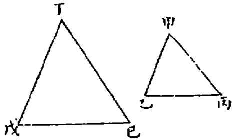
論曰壬甲乙角與己丙丁角既等而壬甲癸角與己丙庚角又等即乙甲癸全角與丁丙庚全角等依顯甲乙辛與丙丁戊兩全角亦等而其餘各全角俱等

則甲乙辛壬癸與丙丁戊己庚為等角形矣又甲乙

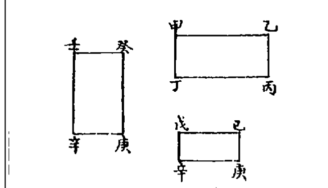


與乙壬之比例既若丙丁與丁己而乙壬與乙辛亦若丁己與丁戊本篇四平之即甲乙與乙辛亦若丙丁與丁戊也五卷廿二則甲乙辛丙丁戊兩等角旁各兩邊之比例等也而辛戊兩等角旁各兩邊之比例亦等也兩形等角即等角旁各兩邊之比例等見本篇四又辛壬與壬乙之比例既若戊己與己丁而壬乙與壬甲亦若己丁與己丙壬甲與壬癸亦若

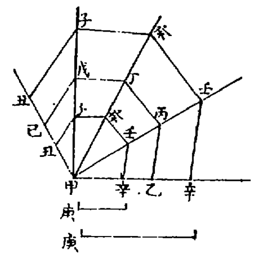
己丙與己庚平之即辛壬與壬癸亦若戊己與巳庚也五卷廿二則辛壬癸戊己庚兩等角旁各兩邊之比例等也依顯餘角俱如是則兩形為等角形而各等角旁各兩邊之比例俱等是兩形相似而體勢等



注曰凡線上形相當之各角等即形相似而體勢等如上甲乙丙丁戊己兩角形其乙丙戊己線上之乙角丙角與戊角己角相當相等者是也若兩形在乙丙丁戊兩



線上則雖相似而體勢不等又如上甲丙戊庚兩直角形其甲丁與丁丙之比例若戊辛與辛庚而餘邊之比例俱等亦形相似而體勢等若甲丙壬庚兩直



角形雖角旁比例等而在丁丙庚辛線上不相當則體勢不等

增作本題別有一簡法如設甲乙丙丁戊己直線形求于庚線上作

直線形與相似而體勢等先于甲角旁之甲乙甲己丙兩線任引出之為甲辛甲丑次從甲向各角各任作直線為甲壬甲癸甲子次于甲乙線上截取甲辛與庚線末從辛作辛壬線與乙丙平行作壬癸與丙丁癸子與丁戊子丑與戊己各平行即所

求

論曰兩形之甲角既同甲乙丙甲己戊兩角與甲辛壬甲丑子兩角各等一卷廿九而甲丙乙甲丙丁兩

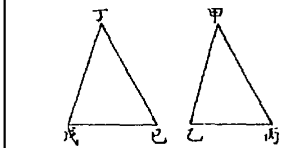
角與甲壬辛甲壬癸兩角各等即乙丙丁與辛壬癸兩全角亦等依顯丙丁戊丁戊己與壬癸子癸子丑各全角各等則甲乙丙丁戊己與甲辛壬癸子丑兩直線形為等角形矣又甲辛壬甲壬癸甲癸子甲子丑四三角形與甲乙丙甲丙丁甲丁戊甲戊己四三角形各相似（本篇四之系）即甲乙與乙丙之比例若甲辛與辛壬也而乙丙與丙甲若辛壬與壬甲也丙甲與丙丁若壬甲與壬癸也平之則

乙丙與丙丁亦若辛壬與壬癸也依顯餘邊俱如是則兩形相似而體勢等也

第十九題

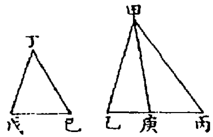
相似三角形之比例為其相似邊再加之比例

解曰如甲乙丙丁戊己兩角形等角其乙與戊丙與己相當之角各等而甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己題言兩形之比例為乙丙與戊己兩邊再加之比例

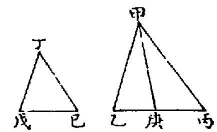


先論曰若兩角形等即乙丙與戊己兩邊亦等而各兩等邊為相同之比例即兩形亦相同之比例就令作再加之比例亦未免為相同之比例則相等之兩形即可為兩等邊再加之比例矣

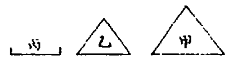
後論曰若乙丙邊大于戊己邊即于乙丙線上截取乙庚為連比例之第三率令乙丙與戊己之比例若戊己與乙庚也（本篇十一）次作甲庚直線其甲乙與乙丙



之比例若丁戊與戊己更之即甲乙與丁戊若乙丙與戊己也而乙丙與戊己若戊己與乙庚則甲乙與丁戊若戊己與乙庚也夫甲乙庚與丁戊己兩角形有乙戊兩等角而各兩旁之兩邊又互相視（本篇十五）即兩形等則甲乙丙形與丁戊己形之比例若甲乙丙形與甲乙庚形矣（五卷七）又甲乙丙與甲乙庚兩等高角形之比例若乙丙底與乙庚底（本篇一）則甲乙丙形與丁戊己



形之比例亦若乙丙底與乙庚底也既乙丙戊己乙庚三線為連比例則一乙丙與三乙庚之比例為一乙丙與二戊己再加之比例矣是甲乙丙與丁戊己兩形之比



例為乙丙與戊己再加之比例也

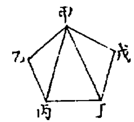
系依本題可顯凡三直線為連比例即第一線上角形與第二線上角形之比例若第一線與第三線之比例如上甲乙丙三直線為連比例

其甲與乙上各有角形相似而體勢等則一甲線與三丙線之比例若甲形與乙形也何者甲線與丙線之比例為甲線與乙線再加之比例而甲形與乙形之比例亦甲線與乙線再加之比例則甲形與乙形之比例若甲線與丙線矣依顯二乙上角形與三丙上角形相似而體勢等則二乙形與三丙形之比例若一甲線與三丙線

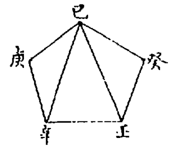
第二十題 支三

以三角形分相似之多邊直線形則分數必等而相當之各三角形各相似其各相當兩三角形之比例若兩元形之比例其元形之比例為兩相似邊再加之比例

先解曰此甲乙丙丁戊彼己庚辛壬癸兩多邊直線形其乙甲戊庚己癸兩角等餘相當之各角俱等而



各等角旁各兩邊之比例各等題先言各以角形分之其角形之分數必等而相當



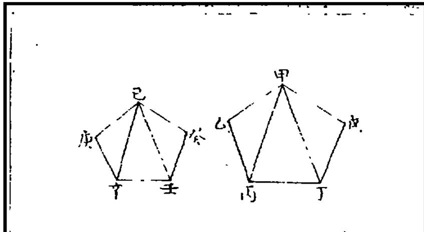
之各角形各相似

論曰試從乙甲戊庚己癸兩角向各對角俱作直線為甲丙甲丁己辛己壬其元形既相似即角數等而所分角形之數亦等又乙角既與庚角等而角旁各兩邊之比例亦等即甲乙丙與己庚辛兩角形必相似本篇六乙甲丙與庚己辛兩角甲丙乙與己辛庚兩角各等而各等角旁各兩邊之比例各等本篇四依顯甲戊丁己癸壬兩角形亦相似

又甲丙與丙乙之比例既若己辛與辛庚而丙乙與丙丁若辛庚與辛壬兩元形相似故平之即甲丙與丙丁若己辛與辛壬也五卷廿二又乙丙丁角既與庚辛壬角等而各減一相等之甲丙乙角己辛庚角即所存甲丙丁角與己辛壬角必等則甲丙丁與己辛壬兩角形亦等角形亦相似矣本篇六

次解曰題又言各相當角形之比例若兩元形之比例

論曰甲乙丙己庚辛兩角形既相似即兩形之比例為甲丙己辛兩相似邊再加之比例本篇十九依顯甲丙丁己辛壬之比例亦為甲丙己辛再加之比例則甲



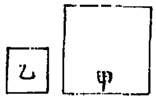
乙丙與己庚辛兩角形之比例若甲丙丁與己辛壬兩角形之比例依顯甲丁戊與己壬癸之比例亦若甲丙丁與己辛壬之比例則此形中諸角形之比例若彼形中諸角形之比例此諸形為前率彼諸形為

後率而一前與一後之比例又若并前與并後之比例（五卷十二）即此一角形與相當彼一角形之比例若此元形與彼元形之比例矣

後解曰題又言兩多邊元形之比例為兩相似邊再加之比例

論曰甲乙丙與己庚辛兩角形之比例既若甲乙丙丁戊與己庚辛壬癸兩多邊形之比例而甲乙丙與己庚辛兩形之比例為甲乙己庚兩相似邊再加之比例（本篇十九）則兩元形亦為甲乙己庚再加之比例

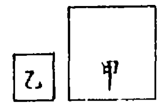
增題此直線倍大于彼直線則此線上方形與彼線上方形為四倍大之比例若此方形與彼方形為四倍大之比例則此方形邊與彼方形邊為二倍大之比例



先解曰甲線倍乙線題言甲上方形與乙上方形為四倍大之比例

論曰凡直角方形俱相似（本卷界說一）依本題

論則甲方形與乙方形之比例為甲線與乙線再加之比例甲線與乙線既為倍大之比例則兩方形為四倍大之比例矣何者四倍大之比例為二倍大再加之比例若一二四為連比例故也

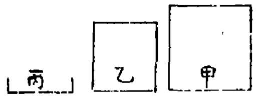


後解曰若甲上方形與乙上方形為四倍大之比例題言甲邊與乙邊為二倍大之比例

論曰兩方形四倍大之比例既為兩邊再加之比

例則甲邊二倍大于乙邊

系依此題可顯三直線為連比例如甲乙丙則第一線上多邊形與第二線上相似多邊形之比例若第一線與第三線之比

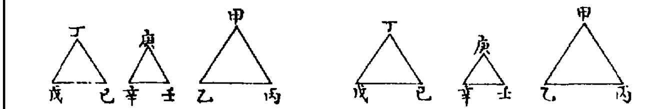


例

此系與本篇第十九題之系同論

第二十一題

兩直線形各與他直線形相似則自相似



解曰甲乙丙丁戊己兩直線形各與庚辛壬形相似題言兩形亦自相似

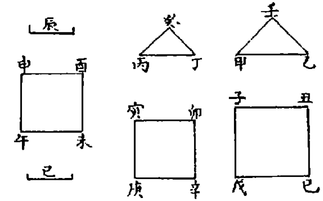
論曰甲乙丙形之各角既與庚辛壬形之各角等而丁戊己形之各角亦與庚辛壬形之各角等即兩形之各角自相等公論兩形之各角既等則甲乙丙形與庚辛壬形各等角旁各邊之比例等五卷十一而丁戊己形與庚壬辛形各等角旁各邊之比例亦等也是甲乙丙

形與丁戊己形各等角旁各邊之比例亦等也各角既等各邊之比例又等即兩形定相似矣本卷界說一

第二十二題二支

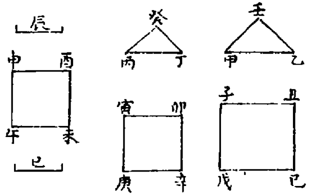
四直線為斷比例則兩比例線上各任作自相似之直線形亦為斷比例兩比例線上各任作自相似之直線形為斷比例則四直線為斷比例

先解曰甲乙丙丁戊己庚辛四直線為斷比例者甲乙與丙丁若戊己與庚辛也今于甲乙丙丁上各任



作直線形自相似如甲乙壬丙丁癸于戊己庚辛上各任作直線形自相似如戊己丑子庚辛夘寅題言四形亦為斷比例者謂甲乙壬與丙丁癸若戊丑與庚夘也

論曰試以甲乙丙丁兩線求其連比例之末率線為辰（本篇十一）次以戊己庚辛兩線求其連比例之末率線為己平之即甲乙與辰之比例若戊己與己也（五卷廿二）夫甲乙壬與丙丁癸兩相似形之比例若甲乙線與辰線（本篇十九及廿之系）而戊丑與庚夘兩相



似形之比例若戊己線與己線則甲乙壬與丙丁癸之比例亦若戊丑與庚夘矣（五卷十一）

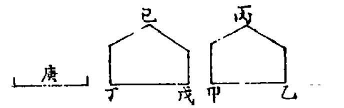
後解曰如前四形為斷比例題言甲乙丙丁戊己庚辛四線亦為斷比例

論曰試以甲乙丙丁戊己三線求其斷

比例之末率線為午未本篇十二次于午未上作直線形與戊丑相似而體勢等為午未酉申本篇十八午酉與戊丑相似即與庚夘亦相似而甲乙與丙丁之比例既若戊己與午未依上論即甲乙壬與丙丁癸兩形之比例若戊丑與午酉矣夫甲乙壬與丙丁癸之比例元若戊丑與庚夘則戊丑與午酉亦若戊丑與庚夘也五卷十一而午酉與庚夘等也五卷九午酉與庚夘既等又相似而體勢等即兩形必在等線之上而庚辛與午

未必等見下方補論則戊己與午未之比例若戊己與庚辛也而戊己與午未元若甲乙與丙丁則甲乙與丙丁亦若戊己與庚辛也

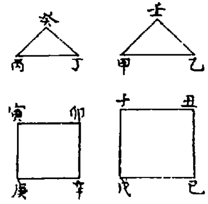
補論曰庚夘午酉兩直線形相等相似而體勢等即在等線之上者何也葢庚辛與午未若云不等者或言庚辛大于午未也則辛夘宜亦大于未酉矣五卷十四而庚夘形宜亦大于午酉形矣何先設兩形等也言小倣此補論者前此未著而論中無他論可徵故別作一論以足未備



又補論曰甲乙丙丁戊己兩直線形相等相似而體勢等即相似邊如甲乙與丁戊必等者何也盖云不等者或言甲乙大于丁戊也即令以甲乙丁戊兩線求其連比例之末率線為庚（本篇十一）其甲乙與丁戊既若丁戊與庚而甲乙大于丁戊即丁戊宜大于庚即甲乙宜更大于庚矣然甲乙與庚之比例若甲乙丙形與丁戊己形（本篇十九及廿之系）甲乙既大于庚則甲乙丙宜大于丁戊

己何先設兩形等也是甲乙不能大于丁戊矣言小倣此

增論曰本題別有簡論今先顯四線之比例等而甲

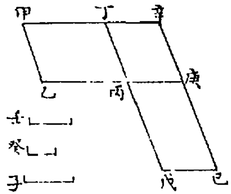


乙壬與丙丁癸兩形之比例若戊丑與庚卯兩形者盖甲乙與丙丁之比例若戊己與庚辛而甲乙壬與丙丁癸之比例為甲乙與丙丁再加之比例（本篇十九）戊丑與庚卯之比例亦為戊己與庚辛再加

之比例是甲乙壬與丙丁癸若戊丑與庚夘也次增論曰今顯四形之比例等而甲乙與丙丁兩線之比例若戊己與庚辛兩線者盖甲乙壬與丙丁癸之比例若戊丑與庚夘而甲乙壬與丙丁癸之比例為甲乙與丙丁再加之比例若戊丑與庚夘為戊己與庚辛再加之比例本篇十九則甲乙與丙丁之比例若戊己與庚辛矣

第二十三題

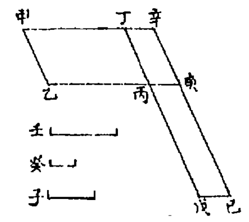
等角兩平行方形之比例以兩形之各兩邊兩比例相結



解曰甲丙丙己兩平行方形之乙丙丁戊丙庚兩角等題言兩形之比例以各等角旁各兩邊之比例相結者謂兩比例之前率在此形兩比例之後率在彼形如甲丙與丙己之比例以乙丙與丙庚偕丁丙與丙戊相結也或以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結也

論曰試以兩等相聯于丙而乙丙丙庚作一直線其乙丙丁角既與戊丙庚角等即戊丙丙丁亦一直線一卷十五增次于甲丁己庚各引長之遇于辛次任作一壬線次以乙丙丙庚壬三線求其斷比例之末率線為癸本篇十二末以丁丙丙戊癸三線求其斷比例之末率線為子其乙丙與丙庚兩底之比例既若甲丙與丙辛兩形本篇一而乙丙與丙庚亦若壬與癸則甲丙與丙辛亦若壬與癸也五卷十一依顯丙辛與丙己亦若

癸與子也平之即甲丙與丙己若壬與子也五卷廿二夫壬與子之比例元以壬與癸癸與子兩比例相結本卷界說五而壬與癸癸與子元若乙丙與丙庚丁丙與丙



戊則甲丙與丙己之比例以乙丙與丙庚偕丁丙與丙戊兩比例相結也其以乙丙與丙戊偕丁丙與丙庚相結則先以乙丙丙戊為一直線可依上推顯

後注曰此不同理之比例也兩形不相似本篇十九又

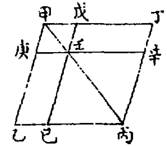
不相等之形也等角旁各兩邊不互相視（本篇十四）故
必用相結之理必須借象之術其法假虛形實所
以通比例之窮也以數明之乙丙六十丙庚二十
壬三求得癸一丁丙四十丙戊八十癸一求得子
二即甲丙之實二千四百與丙己之實一千六百
若壬三與子二為等帶半之比例也其曰壬與癸
癸與子兩比例相結者壬三倍大于癸癸反二倍
大于子（反二倍者癸得子之半）三乘半得一五則壬與子為

等帶半之比例也其曰借象者乙丙與丙庚丁丙與
丙戊二比例既不同理又異中率故借壬與癸癸與
子同中率而不同理之二比例以為象（本卷界說五）初作
壬與癸若乙丙與丙庚次作癸與子若丁丙與丙戊
（本篇十二）則癸為前率之後又為後率之前是為壬子首
尾兩率之樞紐令相象之丙庚丁丙亦化兩率為一
率為乙丙丙戊首尾兩率之樞紐因以兩比例相
結為首尾兩率之比例雖不能使三率為同理之

兩比例而合為一連比例亦能使兩不同理之比例首尾合而為一比例矣自三以上可做此相借以至無窮也本卷界說五

第二十四題

平行線方形之兩角線方形自相似亦與全形相似



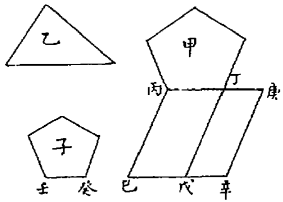
解曰甲乙丙丁平行方形作甲丙對角線任作戊己庚辛兩線與丁丙乙丙平行而與對角線交相遇于壬題言戊庚己辛兩角線方形自相似亦與全形相似

論曰試依一卷廿九題推顯兩角線形等角又庚甲戊與乙甲丁同角而甲戊壬外角與甲丁丙內角等甲庚壬外角與甲乙丙內角等戊壬庚外角與乙己壬內角等乙己壬外角又與乙丙丁內角等則戊庚形與甲丙全形等角矣依顯己辛形亦與全形等角矣今欲顯兩形與全形相似者試觀甲庚壬與甲乙丙兩角形甲戊壬與甲丁丙兩角形既各等角卷一廿九

可推仍見本篇四之系即甲乙與乙丙之比例若甲庚與庚壬而庚乙兩角旁各兩邊之比例等也六卷四又乙丙與丙甲之比例若庚壬與壬甲丙甲與丙丁之比例若壬甲與壬戊平之即乙丙與丙丁若庚壬與壬戊也五卷廿二則乙丙丁庚壬戊兩角旁各兩邊之比例等也依顯各角旁各兩邊之比例皆等是兩角線方形自相似亦與全形相似

第二十五題

兩直線形求作他直線形與一形相似與一形相等



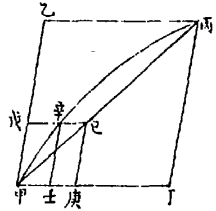
法曰甲乙兩直線形求作他直線形與甲相似與乙相等先于求相似之甲形任取一邊如丙丁于丙丁邊上作平行方形與甲等為丙戊一卷四四五次于丁戊邊上作平行方形與乙等而戊丁庚角與丁丙己角等為丁辛其丙丁庚己戊辛俱為直線也一卷四五可推次作一壬癸線為丙丁丁庚之中率本篇十三

末于壬癸上作子形與甲相似而體勢等（本篇十八）即子形與乙等

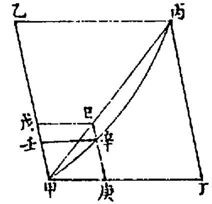
論曰丙丁壬癸丁庚三線既為連比例即依本篇二十題之系可顯一丙丁與三丁庚之比例若一丙丁上之甲與二壬癸上之子兩形相似而體勢等者之比例也又丙丁與丁庚之比例若丙戊與丁辛兩等高平行方形之比例也（本篇一）則丙戊與丁辛若甲與子矣夫丙戊與丁辛元若甲與乙也（丙戊與甲等丁辛與乙等）則甲與乙之比例若甲與子也（五卷十一）而乙形與子形等矣（五卷九）

第二十六題

平行方形之內減一平行方形其減形與元形相似而體勢等又一角同則減形必依元形之對角線



解曰乙丁平行方形之內減戊庚平行方形元形減形相似而體勢等又戊甲庚同角題言戊庚形必依乙丁形之對

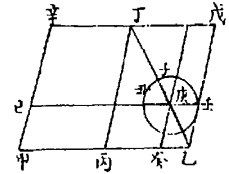


角線

論曰試作甲己己丙對角兩線若兩線為一直線即顯戊庚形依甲丙對角線矣如云甲己己丙非一直線令別作元形之對角線而分戊己邊于辛即作辛壬線與己庚平行其乙丁戊壬兩平行方形既同依甲辛丙一直對角線則宜相似而體勢等矣（本篇廿四）是乙甲與甲丁之比例宜若戊甲與甲壬也夫乙甲與甲丁元若戊甲與甲庚（元設形相似而體勢等）今若所云則戊甲與甲庚亦若戊甲與甲壬矣（五卷十一）而甲壬分與甲庚全亦等矣（五卷九）可乎若云甲辛丙分己庚于辛即令作辛壬與己戊平行依前論駁之

第二十七題

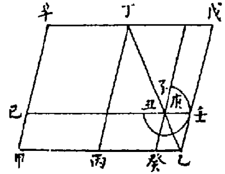
凡依直線之有闕平行方形不滿線者其闕形與半線上之闕形相似而體勢等則半線上似闕形之有闕依形必大于此有闕依形



解曰甲乙線平分于丙于半線丙乙上任作丙丁戊乙平行方形其對角線乙丁次作甲乙戊辛滿元線平行方形即甲丁為甲丙半線上之有闕依形丙戊為丙乙半線上之闕形（本卷界說六）此兩形相等相似勢體又等題言甲乙線上凡作有闕依形不滿線者其闕形與丙戊相似而體勢等即甲丙半線上之甲丁有闕依形必大于此有闕依形

論曰試于乙丁對角線上任取一點為庚從庚作己庚壬線庚癸線與甲乙乙戊各平行即得甲庚為依甲乙元線之有闕平行方形而癸壬為其闕形此癸壬闕形既依乙丁對角線則與丙戊闕形相似而體勢等（本篇廿四）夫丙庚庚戊兩餘方形既等（一卷四三）若每加一癸壬角線方形即丙壬與癸戊亦等也又丙壬與丙己俱在兩平行線內底等即兩形等（一卷三六）而丙己與癸戊兩形亦等若每加一丙庚形是甲庚平行方

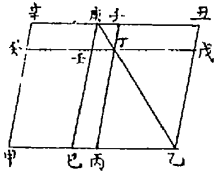
形與子丑磬折形亦等也丙戊平行方形函子丑磬折形之外尚有庚丁形則丙戊形必大于子丑磬折形而等丙戊之甲丁形（丙戊甲丁同在兩平行線內又等底故見一卷三六）必大于等磬折形之甲庚形矣依顯凡依乙丁對角線



作形與丙戊相形者其有闕依形俱小于甲丁也為其必有庚丁之較故也

又論甲丁必大于甲庚曰己丁丁壬兩平行方形同在兩平行線內又底等即兩形

等（一卷卅六）而庚戊為丁壬之分則丁壬大于庚戊較餘一庚丁形其大于丙庚亦如之（庚戊丙庚兩餘方形等故見一卷四三）即等丁壬之己丁形其大于丙庚亦較餘一庚丁形也次每加一丙己形則甲丁必大于甲庚矣



又解曰若庚點在丙戊形外即引乙丁對角線至庚從庚作辛丑線與癸戊平行次引甲癸線至辛引乙戊線至丑而與辛丑線遇于辛于丑末作庚己線與辛甲平行

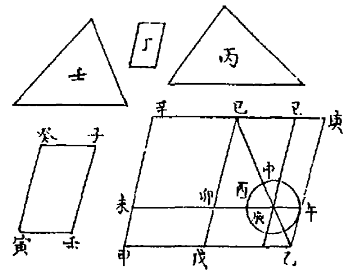
即得甲庚為依甲乙元線之有闕平行方形又得己丑與丙戊相似而體勢等者兩形同依乙庚對角線故見本篇廿四為其闕形也題言甲丁形亦大于甲庚形

論曰試于丙丁線引出之至子即辛子子丑兩線等一卷卅四而辛丁丁丑兩形亦等一卷卅六其丁丑己丁兩餘方形既等即己丁與辛丁亦等夫辛丁大于辛壬既較餘一庚丁形則己丁之大于辛壬亦較餘一庚丁形也此兩率者每加一甲壬平行方形則甲丁大于甲庚者亦較餘一庚丁形矣依顯凡乙丁對角線引出丙戊形外依而作形與丙戊相似者其有闕依形俱小于甲丁也為其必有庚丁之較故也

第二十八題

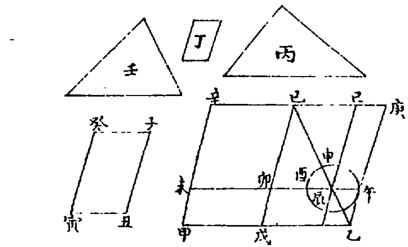
一直線求作依線之有闕平行方形與所設直線形等而其闕形與所設平行方形相似其所設直線形不大于半線上所作平行方形與所設平行方形相似者

法曰甲乙線求作依線之有闕平行方形與所設直線形丙等而其闕形與所設平行方形丁相似先以



甲乙線兩平分于戊次于戊乙半線上作戊己庚乙平行方形與丁相似而體勢等（本篇十八）次作甲辛庚乙滿元線平行方形若甲己平行方形與丙等者（本篇廿五）即得所求矣若甲己大于丙者（題言甲己小即不可作見本篇廿七）即等甲己之

戊庚亦大于丙也則尋戊庚之大于丙幾何假令其較為壬（兩直線形不等相減之較法見一卷四五增）即作癸子丑寅平行方形與壬等又與戊庚形相似而體勢（本篇廿五）則戊庚平行方形與丙直線形及癸丑平行方形并等而戊庚必大于癸丑矣夫戊庚與癸丑既相似即戊己與巳庚兩邊之比例若寅癸與癸子也而戊庚既大于癸丑即己庚兩邊亦大于寅癸癸子也次截取己巳己卯與癸子癸寅等而作己巳辰卯平行方形必與



癸丑形相等相似而體勢等矣又夘己形既與戊庚相似而體勢等必同依乙己對角線也（本篇廿六）次于己辰線引出抵甲乙元線于夘辰兩界各引出作午未線即甲辰為依甲乙線之有闕平行方形與丙等而其闕形乙辰與戊庚相似（本篇廿四）即亦與丁相似

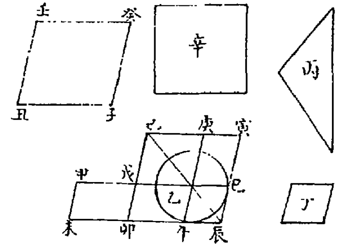
論曰辰庚與辰戊兩餘方形既等（一卷四三）每加一乙辰

角線方形即乙己與戊午亦等而與等戊午之戊未亦等（戊午戊未同在平行線內又底等故見一卷卅六）乙己與戊未既等又每加一申辰方形即甲辰平行方形與申酉罄折形亦等矣夫申酉罄折形為戊庚形之分而戊庚與丙及癸丑等戊庚所截去之夘己又與癸丑等則申酉罄折形與丙等也而甲辰亦與丙等也

第二十九題

一直線求作依線之帶餘平行方形與所設直線形等

而其餘形與所設平行方形相似



法曰甲乙線求作依線之帶餘平行方形與所設直線形丙等而其餘形與所設平行方形丁相似先以甲乙線兩平分于戊次于戊乙半線上作戊己庚乙平行方形與丁相似而體勢等（本篇十八）次別作一平行方形與丙及戊庚并等為辛（二卷十四）次別作一平行方形與辛等又

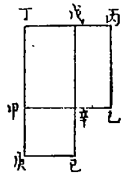
與丁相似而體勢等為壬癸子丑（本篇廿五）其丑癸既與辛等即大于戊庚而丑癸既與戊庚相似即丑壬與壬癸兩邊之比例若戊己與己庚也而丑壬與壬癸兩線必大於戊己與己庚也（若等或小即丑癸不大於戊庚）次於己戊引之至卯與壬丑等於己庚引之至寅與壬癸等而作卯寅平行方形即卯寅與丑癸同依辰己對角線而等（本篇廿六）又與戊庚相似而體勢等矣次于甲乙引之至巳庚乙引之至午於午卯引之至未末作甲

未線與己夘平行即得甲辰帶餘平行方形依甲乙線與丙等而己午為其餘形與戊庚形相似而體勢等（本篇廿四）即與丁相似而體勢等

論曰甲夘戊午兩形既等（一卷卅六）戊午與乙寅兩餘方形又等（一卷四三）則甲夘與乙寅亦等矣而每加一夘己形則甲辰平行方形與戊辰寅罄折形亦等矣夫戊辰寅罄折形元與丙等（丑癸即夘寅與丙及戊庚并等每減一戊庚即罄折形與丙等）即甲辰亦與丙等

第三十題

一直線求作理分中末線



法曰甲乙線求理分中末先于元線作甲乙丙丁直角方形次依丁甲邊作丁己帶餘平行方形與甲丙直角方形等而甲己為其餘形又與甲丙形相似（本篇廿九）即甲己亦直角方形矣（惟直角方形恒與直角方形相似）則戊己線分甲乙于辛為理分中末線也（本卷界說三）

論曰丁己與甲丙兩形既等每減一甲戊形即所存甲己辛丙兩形亦等矣此兩形之甲辛己戊辛乙兩角既等兩皆直角故即兩角旁之各兩邊線為互相視之線也本篇十四而等戊辛之甲乙線與等辛己之甲辛線其為比例若甲辛與辛乙也是甲辛乙線為理分中末也

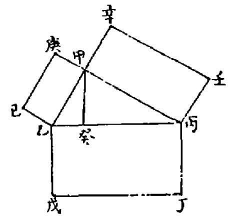
又論曰甲乙甲辛辛乙凡三線而第一第三矩內之辛丙直角形與第二甲辛上直角方形等即三線為

連比例本篇十七而甲乙與甲辛若甲辛與辛乙矣

又法曰甲乙線求分于丙而甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等二卷十一即甲乙之分于丙為理分中末線盖甲乙甲丙丙乙三線為連比例故本篇廿七

第三十一題

三邊直角形之對直角邊上一形與直角旁邊上兩形若相似而體勢等則一形與兩形并等

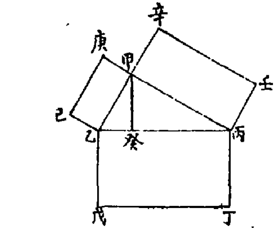


解曰甲乙丙三邊直角形乙甲丙為直角于乙丙上任作直線形為乙丙丁戊次于甲乙甲丙上亦作甲乙己庚甲丙壬辛兩形與乙丁形相似而體勢等本篇十八題言乙丁形與乙庚丙辛兩形并等

論曰試從甲作甲癸為乙丙之垂線依本篇第八題之系即乙丙與丙甲兩邊之比例若丙甲與丙癸兩邊則一乙丙邊與三丙癸邊之比例若一乙丙上之

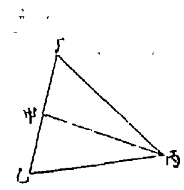
乙丁形與二甲丙上之丙辛形也本篇十九或二十之系反之則丙癸與乙丙兩邊之比例若丙辛與乙丁兩形也依顯乙癸與乙丙兩邊之比例若乙庚與乙丁兩形也乙丙乙甲乙癸三邊為連比例故見本篇八之系夫一丙癸與二乙丙之比例既若三丙辛與四乙丁而五乙癸與二乙丙之比例亦若六乙庚與四乙丁則一丙癸五乙癸并與二乙丙之比例若三丙辛六乙庚并與四乙丁也既一丙癸五乙癸并與二乙丙等則三丙辛六乙庚并

與四乙丁亦等五卷廿四



又論曰甲乙丙與癸甲丙兩角形既相似而甲乙丙角形其乙丙與丙甲之比例若癸甲丙角形之丙甲與丙癸本篇八即乙丙與丙甲兩邊相似則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例為丙甲與乙丙再加之比例本篇十九而丙辛與乙丁兩形之比例亦為丙甲與乙丙再加之比例本篇十九二十則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例若丙辛與乙丁兩形也五卷十一依顯癸乙甲與甲乙丙兩角形之比例若乙庚與乙丁兩形也是一甲癸丙與二甲乙丙之比例若三丙辛與四乙丁也而五癸乙甲與二甲乙丙之比例若六乙庚與四乙丁也即一甲癸丙五癸乙甲并與二甲乙丙之比例若三丙辛六乙庚并與四乙丁也五卷廿四既一甲癸丙五癸乙甲并與二甲乙丙等則三丙辛六乙庚并與四乙丁亦等

又論曰一甲丙上直角方形與二乙丙上直角方形之比例若三丙辛形與四乙丁形此兩率之比例皆甲丙與乙丙再加之比例見本篇十九二十又五甲乙上直角方形與二乙丙上直角方形之比例若六乙庚形與四乙丁形即一甲丙上五甲乙上兩直角方形并與二乙丙上直角方形



之比例若三丙辛六乙庚兩形并與四乙丁形五卷廿四既甲丙甲乙上兩直角方形并與乙丙上直角方形等一卷四十則丙

辛乙庚兩形并與乙丁形等

增題角形之一邊上一形與餘兩邊上兩形相似而體勢等者其一形與兩形并等則餘兩邊內角必直角

解曰甲乙丙角形于乙丙上任作一直線形與甲乙甲丙上兩形相似而體勢等其一形與兩形并等題言乙甲丙必直角

論曰試作甲丁為甲丙之垂線與甲乙等次作丁

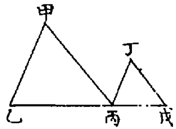
丙線其丙甲丁既直角即于丁丙上作一形與乙丙上形相似其丁丙上形與丁甲甲丙上相似而體勢等之兩形并等矣本題又甲丁與甲乙等其上兩形亦等即丁丙上形與甲乙甲丙上兩形并亦等而乙丙上形元與甲乙甲丙上兩形并等則丁丙乙丙上兩形亦等而丁丙與乙丙兩線亦等本篇

廿二補論夫甲丙丁角形之甲丁與甲乙丙角形之甲乙等甲丙同邊其底乙丙丁丙又等即丁甲丙與

乙甲丙兩角必等丁甲丙既直角則乙甲丙亦直角

第三十二題

兩三角形此形之兩邊與彼形之兩邊相似而平置兩形成一外角若各相似之各兩邊各平行則其餘各一邊相聯為一直線



解曰甲乙丙丁丙戊兩角形其甲乙甲丙邊與丁丙丁戊邊相似者謂甲乙與甲丙之比例若丁

丙與丁戊也試平置兩形令相切成一甲丙丁外角而甲乙與丁丙甲丙與丁戊各相似之兩邊各平行

題言乙丙丙戊為一直線

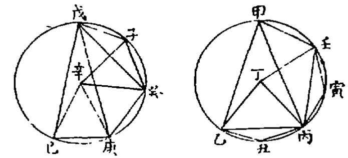
論曰甲乙與丁丙既平行即甲角與內相對之甲丙丁等（一卷廿九）依顯丁角亦與內相對之甲丙丁等則甲丁兩角等而甲乙丙與丁丙戊兩角形之甲丁兩角旁各兩邊比例又等即兩形為等角形而乙角與丁丙戊角必等（本篇六）次于乙角加甲角于丁丙戊角加

等甲之甲丙丁角即乙甲兩角并與等甲丙丁丁丙戊兩角并之甲丙戊角等次每加一甲丙乙角即甲乙丙形之內三角并與甲丙乙甲丙戊兩角并等夫甲乙丙形之內三角等兩直角（一卷卅二）則甲丙乙甲丙戊并亦等兩直角而為一直線（一卷十四）

第三十三題（三支）

等圜之乘圜分角或在心或在界其各相當兩乘圜角之比例皆若所乘兩圜分之比例而兩分圜形之比

例亦若所乘兩圜分之比例

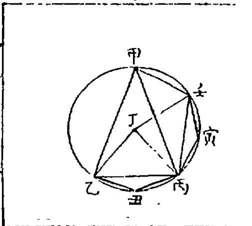


解曰甲乙丙戊己庚兩圜等其心為丁為辛兩圜各任割一圜分為乙丙為己庚其乘圜角之在心者為乙丁丙己辛庚在界者為乙甲丙己戊庚題先言乙丙與己庚兩圜分之比例若乙丁丙與己辛庚兩角次言乙甲丙與己戊庚兩角之比例若乙丙與己庚兩圜分後言乙丁丁丙兩腰偕乙丙圜分

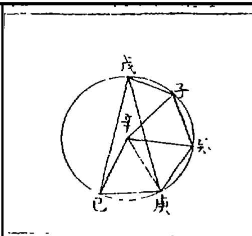
內乙丁丙分圜形與己辛辛庚兩腰偕己庚圜分內己辛庚分圜形之比例亦若乙丙與己庚兩圜分

先論曰試作乙丙己庚兩線次作丙壬合圜線與乙丙等作庚癸癸子兩合圜線各與己庚等（四卷一）其丙壬既與乙丙等即乙丙與丙壬兩圜分亦等（三卷廿八）而乙丁丙與丙丁壬兩角亦等（三卷廿七）依顯己庚庚癸癸子三圜分己辛庚庚辛癸癸辛子三角俱等則乙丙壬圜分倍乙丙圜分之數如在心乙丁壬角或乙丁

壬內地倍乙丁丙角之數而己庚癸子圜分倍己庚圜分之數如在心己辛子角或己辛子內地倍己辛庚角之數何者乙丁壬己辛子兩角或兩地內之分數與乙丙壬己庚癸子兩圜分內之分數各等故也然則乙丁壬角與地若等于己辛子角與地即乙丙



壬圜分必等于己庚癸子圜分矣若大亦大若小亦小矣是一乙丙所倍之乙丙壬三乙丁丙所倍之乙丁壬偕二己庚所倍

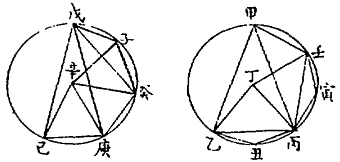


之己庚癸子四己辛庚所倍之己辛子等大小皆同類也則一乙丙與二己庚之比例若三乙丁丙與四己辛庚也五卷界說六

次論曰乙丁丙角倍大于乙甲丙角而己辛庚角亦倍大于己戊庚三卷二十即乙丁丙與己辛庚兩角之比例若乙甲丙與己戊庚兩角矣五卷廿五則乙甲丙與己戊庚在界乘圜之兩角亦若乙丙與己庚兩圜分也五卷十一若作甲壬戊癸直線亦可用先論推顯用地當角說見

三卷廿增題

後論曰試于乙丙圜分內作乙丑丙角次于丙壬圜分內作丙寅壬角此兩角所乘之乙甲壬丙與丙乙甲壬兩圜分既等（三卷廿七）即兩角亦等而乙丑丙與丙寅壬兩圜小分亦相似亦相等（乙丙與丙壬兩合圜線等故見三卷廿四）次每加一相等之乙丁丙丙丁壬角形即乙丁丙丙丁壬兩分圜形等（一卷四）則乙丁壬分圜形倍乙丁丙分圜形之數如乙丙壬圜分倍乙丙圜分之數依顯己辛子分圜形倍己辛庚分圜形之數亦如己庚癸子圜分倍己庚圜分之數然則乙丙壬圜分若等于



己庚癸子圜分者即乙丁壬分圜形亦等于己辛子分圜形矣若大亦大若小亦小矣（五卷界說六）是乙丙壬圜分之倍一乙丙圜分乙丁壬分圜形之倍三乙丁丙分圜形偕己庚癸子圜分之倍二己庚圜分己辛子分圜形之倍四己辛庚分圜形等大小

皆同類也則一乙丙圜分與二己庚圜分之比例若三乙丁丙分圜形與四己辛庚分圜形也五卷界說六

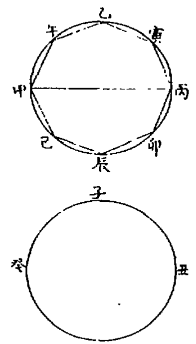
一系在圜心兩角之比例皆若兩分圜形

二系在圜心角與四直角之比例若圜心角所乗圜分與全圜界四直角與在圜心角之比例若全圜界與圜心角所乗之圜分

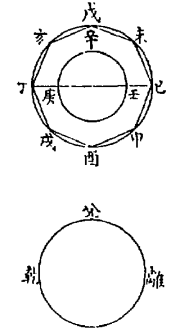
丁先生言歐几里得六卷中多研察有比例之線竟不及有比例之面故因其義類增益數題用補闕如左云賨復增一題竊弁于首仍以題旨從先生舊題隨類附演以廣其用俱稱今者以别于先生舊增也

今增題圜與圜為其徑與徑再加之比例

解曰甲乙丙丁戊己兩圜其徑甲丙丁己題言甲乙丙與丁戊己為甲丙與丁己再加之比例



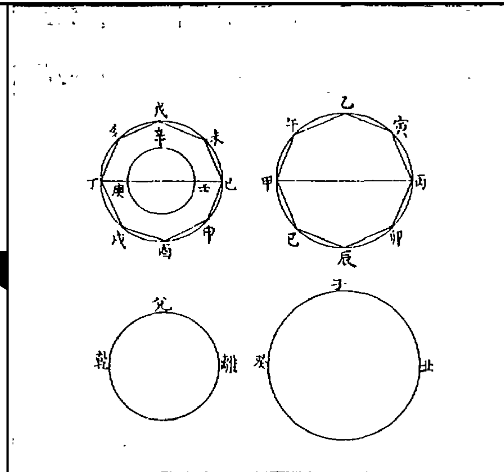
論曰如云不然當言甲乙丙



圜與小于丁戊己之庚辛壬圜或大于丁戊己之癸子丑圜為甲丙與丁己再加之比例也五卷界說二十增若言庚辛壬是者試置庚辛壬圜于丁戊己圜內為同心次于外圜內作丁亥戊未己申酉戌多邊切形其多邊為偶數又等而全不至內圜也四卷十六補題次于甲乙丙圜內作甲午乙寅丙卯辰己多邊切形與丁戊己圜內切形相似四卷

十六補題可推其兩圜內兩徑上有丁亥戊未己與甲午乙寅丙相似之兩多邊形則為兩相似邊再加之比例也本篇二十而甲丙與丁己兩線為兩形之相似邊據如彼論即甲午乙寅丙與丁亥戊未己兩形甲乙丙與庚辛壬兩圜同為甲丙與丁己兩線再加之比例也甲乙丙半圜大于甲午乙寅丙形將庚辛壬半圜亦大于丁亥戊未己形乎則分大于全乎若言癸子丑是者亦如前論甲午乙寅丙與

丁亥戊未己兩形甲乙丙與癸子丑兩圜同為甲丙與丁己兩線再加之比例也反之即癸子丑與



甲乙丙兩圜之比例為丁己與甲丙兩徑再加之比例也設他圜乾兌離令癸子丑與甲乙丙之比例若丁戊己與乾兌離五卷界說增則丁戊己與乾兌離兩圜亦宜為丁己與

甲丙兩徑再加之比例也癸子丑既大于丁戊己即甲乙丙亦大于乾兌離而丁戊己與小于甲乙丙之乾兌離兩圜能為丁己與甲丙兩徑再加之比例乎前已駮有兩圜其第一與他圜之小于第二者不得為元圜兩徑再加之比例夫甲乙丙不得與圜之大于丁戊己者小于丁戊己者為甲丙與丁己再加之比例則止有元兩圜為其元兩徑再加之比例

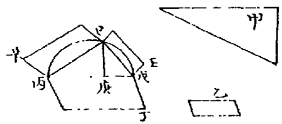
一系全圜與全圜半圜與半圜相當分與相當分

任相與為比例皆等葢諸比例皆兩徑再加之比例故

二系三邊直角形對直角邊為徑所作圜與餘兩邊為徑所作兩圜并等半圜與兩半圜并等圜分與相似兩圜分并等本篇卅一可推

三系三線為連比例以為徑所作三圜亦為連比例推此可求各圜之相與為比例者又可以圜求各圜之相與為比例者本篇十九二十之系可推

一增題直線形求減所命分其所減所存各作形與所設形相似而體勢等



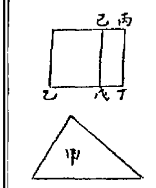
法曰如甲直線形求減三分之一其所減所存各作形與所設乙形相似而體勢等先作丙丁形與甲等與乙相似而體勢等本篇廿五次任于其一邊如丙戊上作丙己戊半圜次分丙戊為三平分而取其一庚戊次從庚作己庚為丙戊之垂線本篇九次作己丙己戊兩線末于己丙己戊上作己辛己壬兩形各

與丙丁相似而體勢等（本篇十八）即所求

論曰丙己戊角形既負半圜為直角（三卷卅一）即丙丁直線形與己辛己壬相似之兩形并等（本篇卅）而于等甲之丙丁形減己壬存己辛兩形各與丙丁相似而體勢等則與乙相似而體勢等今欲顯己壬為丙丁三分之一者試觀丙庚己丙己戊兩角形既相似（本篇八）即丙庚與庚己之比例若丙己與己戊也（本篇四）夫丙庚庚己庚戊三線為連比例即丙

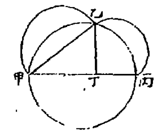
庚與庚戊為丙庚與庚己再加之比例（本篇八之系）而己辛與己壬兩形亦為丙己與己戊兩相似邊再加之比例（本篇十九二十）即丙庚與庚戊兩線之比例若己辛與己戊兩形也（兩比例為兩同理之比例再加故）合之則丙戊與庚戊之比例若等己辛己壬兩形并之丙丁與己壬矣丙戊三倍于庚戊則丙丁亦三倍于己壬而己壬為等甲之丙丁三分之一

若直線形求減之不論所減所存何形其法更易



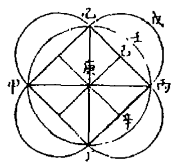
如甲形求減三分之一先作乙丙平行線形與甲等一卷四一次分乙丁為三平分而取其一戊丁末從戊作己戊線與丙丁平行即戊丙形為等甲之乙丙形三分之一本篇一

今附若于大圜求減所設小圜則以圜徑當形邊餘法同前如上圖

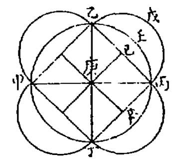


又今附依此法可方一初月形方初月形者謂作直角方形與初月形等如甲乙丙丁圜其界上有附圜

四分之一之乙壬丙戊初月形而求作一直角方形與初月形等先從乙丙作甲乙丙丁內切圜直



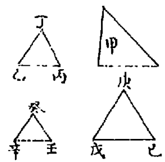
角方形三卷六次用方形法四平分之即其一為所求方形與初月形等何者甲乙丙半圜與甲乙乙丙上兩半圜并等本增題之今附甲乙乙丙兩線自相等即其上兩半圜亦自相等而庚乙壬丙分圜形為大半圜之半即與乙己丙戊小半圜等此兩率者各減一同用之乙



己丙壬圜小分其所存乙壬丙戊初月形與庚乙丙角形等而庚己丙辛直角方形與庚乙丙角形亦等則與乙壬丙戊初月形亦等依顯甲乙丙丁直角方形與大圜界上四初月形并等

二增題兩直線形求別作一直線形為連比例

法曰甲與乙丙丁兩直線形求別作一直線形為連比例先作一戊己庚直線形與甲等與乙丙丁



相似而體勢等（本篇廿五）次以兩形相似之各一邊如戊己乙丙為前中率線而求其連比例之末率線為辛壬（本篇十一）末于辛壬上作辛壬癸形與兩形相似而體勢等（本篇十八）即所求

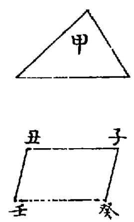
論曰戊己乙丙辛壬三線既為連比例即其上三形相似而體勢等者亦為連比例（本篇廿二）

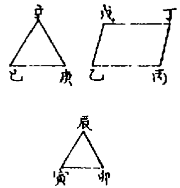
今附有兩圜求別作一圜為連比例則以圜徑當

形邊依上法作之

三增題三直線形求別作一直線形為斷比例

法曰一甲二乙丙丁戊三己庚辛三直線形求別作一直線形為斷比例先作壬癸子丑形與甲等與乙丁相似而體勢等（本篇廿五）次以三形之任各一邊如壬癸乙丙己庚為三率求其斷比例之末率線為寅夘（本篇十二）末于寅夘上作寅夘辰形與己庚辛相似而體勢等（本篇十八）





即所求

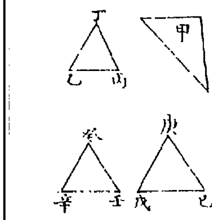
論曰四線既為斷比例即其線上形相似而體勢等者亦為斷比例（本篇廿二）

今附有三圜求別作一圜為斷比例亦以圜徑當形邊依上法作之

四增題兩直線形求別作一形為連比例之中率

法曰甲與乙丙丁兩直線形求別作一形為連比例之中率先作戊己庚直線形與甲等與乙丙丁

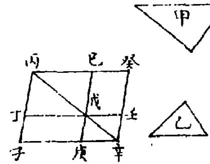
相似而體勢等本篇廿五次求戊己乙丙



兩直線連比例之中率為辛壬本篇十三

末于辛壬上作辛壬癸形與戊己乙

丙上形相似而體勢等本篇十八即所求



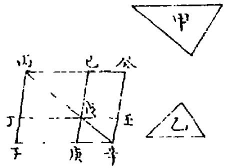
論曰戊己辛壬乙丙三線既為連比例

即各線上戊己庚辛壬癸乙丙丁三形

亦為連比例本篇廿二

又法曰甲乙兩直線形求別作一形為

連比例之中率先作丁丙己戊平行線形任直斜



角與甲等一卷四五次作庚戊壬辛平行線

形與乙等與丁己形相似而體勢等本篇

廿五次置兩平行線形以戊角相聯而丁

戊戊壬為一直線即庚戊戊己亦一直

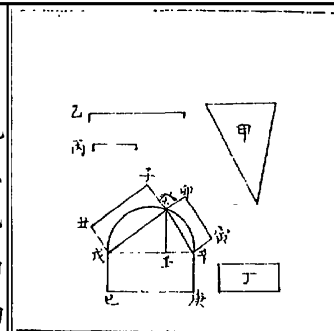
線一卷十五增末從兩形引長各邊成丙子辛癸平行

線形即兩餘方形俱為丁己庚壬兩形之中率

論曰丁己庚壬兩形既相似而體勢等即丁戊與

己戊之比例若戊壬與戊庚也更之即丁戊與戊
壬若己戊與戊庚也夫丁戊與戊壬兩線之比例
亦若丁己與戊癸兩形己戊與戊庚兩線之比例
又若戊癸與庚壬兩形則戊癸為丁己庚壬之中
率矣
又論曰丁己庚壬兩形既相似而體勢等即同依
丙辛對角線（本篇廿六）而子戊戊癸兩餘方形自相等
則丁己與戊癸兩形之比例若子戊與庚壬兩形

何者此兩比例皆若丁戊與戊壬也則子戊戊癸
皆丁己庚壬之中率也
今附若兩圜求作一圜為連比例之中率亦以圜
徑當形邊依上前法作之
五增一直線形求分作兩直線形俱與所設形相
似而體勢等其比例若所設兩幾何之比例
法曰甲直線形求分作兩直線形俱與所設丁形
相似而體勢等其比例若所設兩幾何如乙線與



丙線之比例先作戊己庚辛直線形與甲等與丁相似而體勢等（本篇廿五）次任用其一邊如戊辛兩分之于壬令戊壬與壬辛之比例若乙與丙也（分法）（先以乙丙兩線聯為一直線次截戊壬與壬辛若乙與丙見本篇十）次于戊辛上作戊癸辛半圜次從壬作癸壬為戊辛之垂線次作戊癸癸辛線相聯末于戊癸癸辛上作戊丑子癸癸夘寅辛兩形與戊庚形俱相似而體勢等（本篇十八）

即此兩形并與甲等又各與丁相似而體勢等其比例又若乙與丙

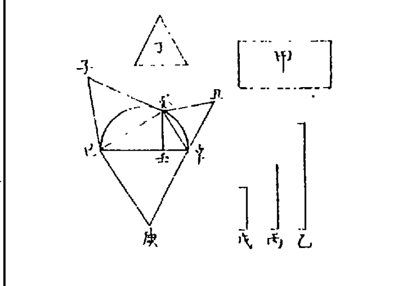
論曰戊癸辛既負半圜為直角（三卷卅一）即戊子癸寅兩形并與等戊庚之甲等（本篇卅一）又戊壬與壬癸之比例若戊癸與癸辛（俱在直角兩旁故見本篇四）戊壬壬癸壬辛三線為連比例即戊壬與壬辛為戊壬與壬癸再加之比例（本篇八之系）而戊子與癸寅兩形亦為戊癸與癸辛兩相似邊再加之比例（本篇二十）則戊壬與

壬辛之比例亦若戊子與癸寅也兩比例為兩同理比例之再加

故夫戊壬與壬辛元若乙與丙也則戊子與癸寅亦若乙與丙也

今附若一圜求分作兩圜其比例若所設兩幾何亦以圜徑當形邊依上法作之

六增題一直線形求分作兩直線形俱與所設形相似而體勢等其兩分形兩相似邊之比例若所設兩幾何之比例

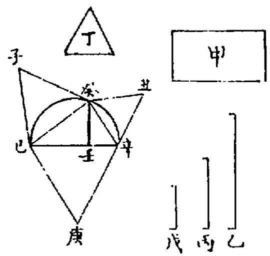


法曰甲直線形求分作兩直線形俱與所設丁形相似而體勢等其兩分形兩相似邊之比例若所設兩幾何如乙線與丙線之比例先以乙與丙兩線求其連比例之末率為戊本篇十一次作己庚辛直線形與甲等與丁相似而體勢等次任用其一邊如己辛兩分之于壬令己壬與壬辛之比例若乙與戊也本篇十次于己

辛線上作己癸辛半圜次從壬作壬癸為己辛之垂線次作己癸癸辛兩線相聯末于己癸癸辛上作己子癸癸丑辛兩形俱與丁相似而體勢等即此兩形并與等甲之己庚辛等而己癸癸辛兩相似邊之比例若乙與丙

論曰己癸辛既負半圜為直角（三卷卅）即己子癸癸丑辛兩形并與等己庚辛之甲等（本篇卅一）又己壬與壬癸之比例若己癸與癸辛（俱在直角兩旁故見本篇四）己壬

壬癸壬辛三線為連比例即己壬與壬辛為己壬與壬癸再加之比例（本篇八之系）夫己壬與壬癸之比

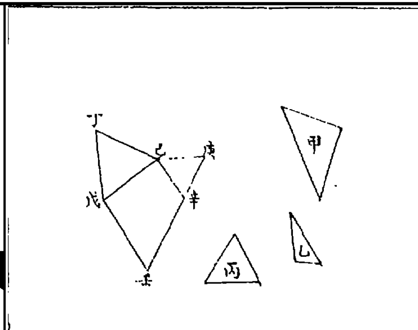


例既若己子癸癸丑辛兩形相似邊之己癸與癸辛而乙與戊元若己壬與壬辛乙與戊元為乙與丙再加之比例則己癸癸辛之比例若乙與丙

今附若一圜求分作兩圜其兩圜徑之比例若所

所設兩幾何倣此

七增題兩直線形求并作一直線形與所設形相似而體勢等



法曰甲乙丙直線形求并作一形與所設丙形相似而體勢等先作戊丁己形與甲等作己庚辛形與乙等又各與丙相似而體勢等（本篇廿五）次置兩形令相似之戊己己辛兩邊聯為直

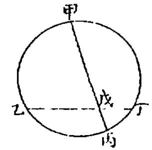
角次作戊辛線相聯末依戊辛線作戊辛壬與丙相似而體勢等即與上兩形并等（本篇卅一）如所求

又法曰作一平行方形與甲乙丙形并等（一卷四五）次作戊辛壬角形與平行方形等又與丙相似而體勢等即所求

今附若兩圜求并作一圜亦以圜徑當形邊依上法作之

八增題圜內兩合線交而相分其所分之線彼此

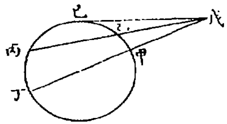
互相視



解曰甲乙丙丁圜內有甲丙乙丁兩合線交而相分于戊題言所分之甲戊戊丙乙戊戊丁為互相視之線者謂甲戊與戊丁若乙戊與戊丙也又甲戊與乙戊若戊丁與戊丙也

論曰甲戊偕戊丙與乙戊偕戊丁兩矩內直角形等三卷卅五即等角旁之兩邊為互相視之邊本篇十四

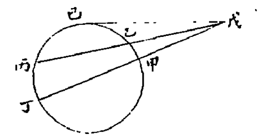
九增題圜外任取一點從點出兩直線皆割圜至規內其兩全線與兩規外線彼此互相視若從點作一切圜線則切圜線為各割圜全線與其規外線之各中率



解曰甲乙丙丁圜外任取戊點從戊作戊丁戊丙兩割圜至規內之線遇圜界于甲于乙題言戊丙戊乙戊丁戊甲互相視者謂戊丙與戊丁若戊甲與戊乙也

又戊丙與戊甲若戊丁與戊乙也

論曰試從戊作戊己線切圜于己即戊丙偕戊乙矩内直角形與戊己上直角方形等三卷卅六又戊丁

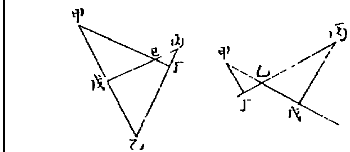


偕戊甲矩内直角形與戊己上直角方形亦等即戊丙偕戊乙與戊丁偕戊甲兩矩内直角形自相等而等角旁之兩邊為互相視之邊本篇十四又戊丙偕戊乙戊丁偕戊甲兩矩内直角形各與戊己上直角方

形等三卷卅六即戊丙戊己戊乙三線為連比例戊丁戊己戊甲三線亦為連比例而戊己為各全線與其規外線之各中率本篇十七

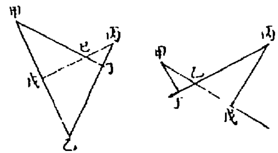
十增題兩直線相遇作角從兩線之各一界互下垂線而每方為兩線一自界至相遇處一自界至垂線則各相對之兩線皆彼此互相視

解曰甲乙丙乙兩線相遇于乙作甲乙丙角從甲作丙乙之垂線從丙作甲乙之垂線若甲乙丙為



鈍角即如前圖兩垂線當至甲乙丙乙之各引出線上為甲丁為丙戊其甲戊丙丁交而相分于乙也若甲乙丙為銳角即如後圖甲丁丙戊兩垂線當在甲乙丙乙之內交而相分于己也

題言兩圖之甲乙乙戊丙乙乙丁皆彼此互相視者謂甲乙與乙丙若丁乙與乙戊也又甲乙與丁乙若乙丙與乙戊也



論曰甲乙丁角形之甲乙丁甲丁乙兩角與丙乙戊角形之丙乙戊丙戊乙兩角各等（兩為直角兩于前圖為交角于後圖為同角故）即兩形為等角形而甲乙與丁乙若乙丙與乙戊也（本篇四）更之則甲乙與乙丙若丁乙與乙戊也

又論曰依前圖可推後圖之甲丁丙戊交而相分于己其甲己己丁丙己己戊亦彼此互相視蓋甲

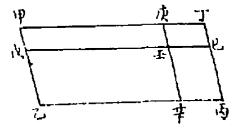
己戊丙己丁既為等角形即甲己與己戊若丙己

與己丁也（本篇四）更之則甲己與丙己若己戊與己

丁也

十一增題平行線形內兩直線與兩邊平行相交

而分元形為四平行線形此四形任相與為比例皆



等解曰甲乙丙丁平行線形內作戊己庚

辛兩線與甲丁丁丙各平行而交于壬題

言所分之戊庚庚己乙壬壬丙四形任相

與為比例皆等

論曰戊壬與壬己兩線之比例既若戊庚與庚己

兩形（本篇一）又若乙壬與壬丙兩形即戊庚與庚己

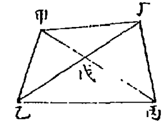
亦若乙壬與壬丙也（五卷十二）依顯乙壬與戊庚亦若

壬丙與庚己也

十二增題凡四邊形之對角兩線交而相分其所

分四三角形任相與為比例皆等

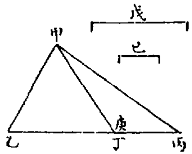
解曰甲乙丙丁四邊形之甲丙乙丁兩對角線交



相分于戊題言所分甲戊丁乙戊丙甲戊乙丁戊丙四三角形任相與為比例皆等

論曰甲戊與戊丙兩線之比例若甲戊丁與丁戊丙兩角形又若甲戊乙與乙戊丙兩角形本篇一即甲戊丁與丁戊丙兩角形亦若甲戊乙與乙戊丙也依顯甲戊乙與甲戊丁亦若乙戊丙與丁戊丙也

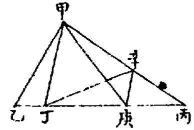
十三增題三角形任于一邊任取一點從點求作一線分本形為兩形其兩形之比例若所設兩幾何之比例



先法曰甲乙丙角形任于一邊如乙丙上任取一點為丁求從丁作一線分本形為兩形其兩形之比例若所設兩幾何如戊線與己線之比例先以乙丙線兩分之于庚令乙庚與庚丙之比例若戊與己本篇十其庚與丁若同點即作丁甲線則乙丁與丁丙

兩線之比例若乙丁甲與丁丙甲兩角形也[本篇一]

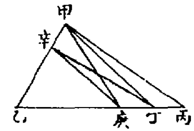
是丁甲線所分兩形之比例若戊與己



次法曰若庚在丁丙之內亦作丁甲線次從庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯即丁辛線分本形為兩形其比例若戊與己者謂乙丁辛甲無法四邊形與丁丙辛角之比例若乙庚與庚丙也亦若戊與己也

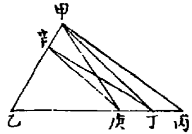
論曰試作庚甲線即辛庚甲庚辛丁兩角形等[一卷]

[卅七]次每加一丙庚辛角形即丙庚甲丙辛丁兩角形亦等則甲乙丙全形與丙庚甲角形之比例若甲乙丙與丙辛丁也[五卷七]分之則乙庚甲角形與丙庚甲角形之比例若乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角形也[五卷十七]乙庚甲與丙庚甲兩角形之比例既若乙庚與庚丙[本篇一]則乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角形之比例亦若乙庚與庚丙也則亦若戊與己也



後法曰若庚在乙丁之內亦作丁甲線次從庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯即丁辛線分本形為兩形其比例若戊與己者謂乙丁辛角形與丁丙甲辛無法四邊之比例若乙庚與庚丙也亦若戊與己也

論曰試作庚甲線如前推顯辛庚甲庚辛丁兩角形等一卷卅七次每加一乙庚辛角形即乙庚甲與乙辛丁兩角形亦等則甲乙丙全形與乙庚甲角形

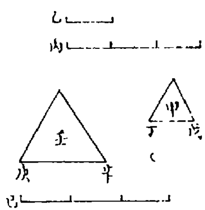


之比例若甲乙丙與乙辛丁也五卷七分之則丙庚甲角形與乙庚甲角形之比例若丁丙甲辛無法四邊形與乙辛丁角形也五卷十七反之則乙庚甲角形與丙庚甲角形之比例若乙辛丁角形與丁丙甲辛無法四邊形也乙庚甲與丙庚甲之比例既若乙庚與庚丙本篇則乙丁辛角形與丁丙甲辛無法四邊形之比例亦若乙庚與庚丙也則亦若戊與己也

系凡角形任于一邊任取一點從點求減命分之一如前法作多倍大之比例即得其所作倍數每少于命分之一如求減四分之一即作三倍大之比例減五分之一即作四倍大之比例也則全形與所減分之比例其倍數若命分之數也

十四增題一直線形求別作一直線形相似而體勢等其小大之比例如所設兩幾何之比例

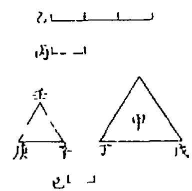
法曰甲直線形求別作直線形相似而體勢等其



甲形與所作形小大之比例若所設兩幾何如乙與丙兩線之比例先以乙丙及任用甲之一邊如丁戊三線求其斷比例之末率為己（本篇十二）次求丁戊及己之中率線為庚辛（本篇十三）末從庚辛上作壬直線形與甲相似而體勢等即甲與壬之比例若乙與丙

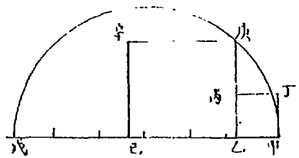
論曰丁戊庚辛己三線為連比例即

一丁戊與三己之比例若相似而體勢等之甲與壬本篇十九二十之系

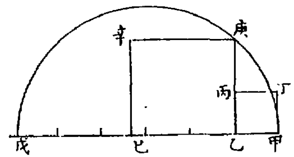


若先設大甲求作小壬若乙與丙其法同如上圖

用此法可依此直線形加作兩倍大三倍四五倍大以至無窮之他形亦可依此直線形減作二分之一三分四五分之一以至無窮之他形其此形與他形皆相似而體勢等

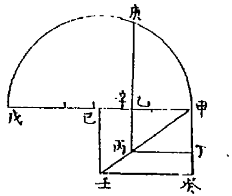


有用法作直角方形平行線形及各形之相加相減者如甲乙丙丁直角方形求別作五倍大之他形先以甲乙線引長之以甲乙為度截取五分至戊令乙至戊五倍大于甲乙也次以甲戊兩平分于己次以己為心甲戊為界作甲庚戊半圜其乙丙線直行遇圜界于庚即乙庚為所求方形之一邊也末作乙庚辛己直角方形即五



倍大于甲丙向者乙庚既為戊乙乙甲之中率線（本篇十三之系）即一戊乙與三乙甲之比例若二庚乙上直角方形與三甲乙上直角方形之比例也（本篇二十之系）戊乙既五倍于乙甲則乙辛亦五倍于甲丙若戊乙為乙甲之六倍則乙辛亦甲丙之六倍若戊乙為乙甲三分之一則乙辛亦甲丙三分之一相加相減倣此以至無窮如甲乙丙丁

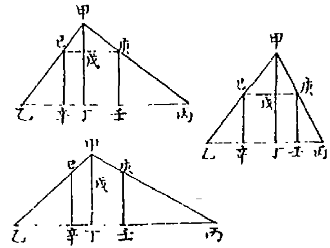
平行直角形求別作二倍大之他形相似而體勢等先以甲乙線引長之以甲乙為度截取二分至



戊令乙至戊二倍大于甲乙也次以甲戊兩平分于己次以己為心甲戊為界作甲庚戊半圜其丙乙線直行遇圜界于庚即乙庚為所求直角形之一邊也次于甲戊線上截取甲辛與乙庚等從辛作辛壬線與乙丙平行次作甲丙對角線引長

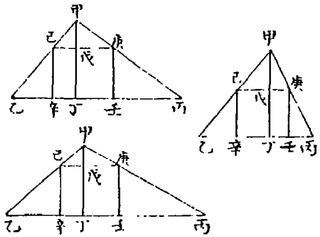
之與辛壬線遇于壬末作丁癸癸壬成甲辛壬癸
平行直角形即二倍大于甲丙又相似而體勢等
何者戊乙乙庚乙甲三線既為連比例本篇十三之系如
前論一戊乙與三乙甲之比例若二等乙庚之甲
辛上平行直角形甲壬與三甲乙上平行直角形
甲丙也本篇二十之系戊乙既二倍于甲乙則甲壬亦二
倍于甲丙
用此法凡甲乙上不論何等形與乙庚上形相似

而體勢等者其乙庚上形皆二倍大于甲乙上形
相加相減俱倣此以至無窮
今附若用前法作圜則乙庚徑上圜亦二倍大于
甲乙徑上圜相加相減倣此以至無窮
以上用法與本增題同但此用法隨作隨得中率
線不費尋求致為簡易耳
十五增題諸三角形求作內切直角方形
法曰如甲乙丙銳角形求作內切直角方形先從



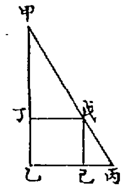
甲角作甲丁為乙丙之垂線次以甲丁線兩分于戊令甲戊與戊丁之比例若甲丁與乙丙本篇十一增題末從戊作己庚線與乙丙平行從己從庚作己辛庚壬兩線皆與戊丁平行即得己壬形如所求若直角鈍角形則從直角鈍角作垂線餘法同如第二第三圖是

論曰己戊庚線既與乙丙平行即乙丁與丁丙若己戊與戊庚也本篇四之增題合之即乙丙與丁丙若己



庚與戊庚也又丁丙與甲丁若戊庚與甲戊甲丁丙與甲戊庚為等角形故見本篇四之系平之即乙丙與甲丁若己庚與甲戊也又甲丁與乙丙若甲戊與戊丁平之即乙丙與乙丙若己庚與戊丁也乙丙與乙

丙同線必等即己庚與戊丁必等而己庚與辛壬又等一卷卌四戊丁與己辛庚壬亦等則己庚庚壬壬辛辛己四邊俱等又戊丁辛既直角即己辛丁亦直角一卷廿九其餘亦皆直角而己壬為直角方形



又法曰若直角三邊形求依乙角作內切直角方形則以垂線甲乙兩分于丁令甲丁與丁乙之比例若甲乙與乙丙本篇十次從丁作丁戊直線與乙丙平行從

戊作戊己直線與甲乙平行即得丁己形如所求

論曰乙丙與甲乙既若丁戊與甲丁甲乙丙甲丁戊為等角形故見本篇四之系而甲乙與乙丙又若甲丁與丁乙平之即乙丙與乙丙若丁戊與丁乙也乙丙與乙丙同線必等即丁戊與丁乙必等而丁己為直角方形

今附如上三邊直角形依乙角作內切直角方形其方形邊必為甲丁己丙兩分餘邊之中率何者甲丁與丁戊若戊己與己丙故本篇四之系

幾何原本卷六